1. Dados $\vec{u} = (2,1)$ y $\vec{v} = (a,-3)$, se pide:

a) Hallar **a** para que sean //. Justificar gráficamente la solución obtenida.

b) Hallar **a** para que sean $\perp$. Justificar gráficamente la solución obtenida.

c) Hallar **a** para que formen 45º. Justificar gráficamente la solución obtenida.

d) Hallar un vector $\perp$ a $\vec{u}$ de módulo 5

e) Hallar $\left(\vec{u}\cdot\vec{u}\right)\vec{u}$ *(2,5 puntos)*

2. Dadas las rectas $\left.\begin{array}{l} r: \quad 2x+3y+5=0 \\ s: 5x-2y-16=0 \end{array}\right\}$, se pide

a) ¿Cuál es su posición relativa? Caso de ser secantes, hallar su punto de corte.

b) Hallar la ecuación general de la recta $\perp$ a r que pasa por P(-2,1)

c) Hallar el ángulo que forman r y s *(2,25 puntos)*

3. Dada la recta r: 3x-4y+5=0 y el punto P(4,2), se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta r' // a r que pasa por P, en todas las formas conocidas.

b) Razonar analíticamente que la recta obtenida es correcta.

c) ¿Qué ángulo forma dicha recta con OX^{+}?

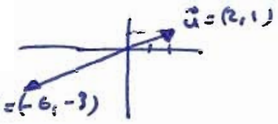
d) Hallar la distancia de r a r' *(2,5 puntos)*

4. **a)** Operar en binómica: $-2-5i-\dfrac{10-10i-5(1+i)}{8+2i-(5+3i)}$

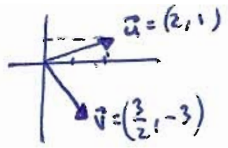
b) Operar en polar y <u>pasar el resultado a binómica</u>: $\left[\dfrac{\left(-\sqrt{3}+i\right)\left(-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i\right)}{-6}\right]^{3}$ *(2,5 puntos)*

① $\vec{u}=(2,1)$; $\vec{v}=(a,-3)$

a) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \frac{2}{a}=\frac{1}{-3} \Rightarrow \boxed{a=-6}$ 0,5



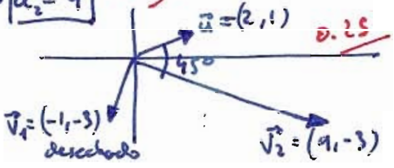
b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow (2,1)(a,-3)=2a-3=0$; $2a=3$; $\boxed{a=\frac{3}{2}}$ 0.5



c) $\cos 45^\circ = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2a-3}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{a^2+9}} \Rightarrow \sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{a^2+9}=2(2a-3)$; 0.25

$(\sqrt{10}\sqrt{a^2+9})^2=[2(2a-3)]^2$; $10(a^2+9)=4(4a^2-12a+9)$; $5(a^2+9)=2(4a^2-12a+9)$

$5a^2+45=8a^2-24a+18$; $0=3a^2-24a-27$; $0=a^2-8a-9$ → $a_1=-1$ desechado por el dibujo → $\boxed{a_2=9}$ 0,25



0.25

d) $\vec{u}=(2,1) \xrightarrow{\perp} \vec{n}=(-1,2) \xrightarrow{\text{unitario}} \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}=\left(\frac{-1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}\right)=\left(-\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$

$\Downarrow \otimes 5$

0,5 $\boxed{(-\sqrt{5},2\sqrt{5})}$

TOTAL: $\boxed{2,5}$

e) $(\vec{u}\cdot\vec{u})\,\vec{u}=[(2,1)\cdot(2,1)](2,1)=5(2,1)=\boxed{(10,5)}$ 0.25

---

② $r: \begin{cases} 2x+3y+5=0 \\ 5x-2y-16=0 \end{cases}$ a) $\begin{cases} 2x+3y=-5 \xrightarrow{\otimes 2} 4x+6y=-10 \\ 5x-2y=16 \xrightarrow{\otimes 3} 15x-6y=48 \end{cases}$

$19x=38$; $x=2 \xrightarrow[\text{en } E_1]{\text{sustituimos}} 4+3y=-5$

$3y=-9$; $y=-3$

0,25

Soluc: $\boxed{\text{SECANTES; se cortan en } (2,-3)}$ 0.5

b) $\left.\begin{array}{l} \vec{u}_r=(-3,2) \xrightarrow{\perp} \vec{n}=(2,3) \\ P(-2,1) \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{3}} \Rightarrow 3x+6=2y-2$

CONTINUA 0,75

$\boxed{3x-2y+8=0}$

GRAL. o IMPLÍCITA

TOTAL: $\boxed{2,25}$

0,75

c) $\left.\begin{array}{l} \vec{u_r}=(-3,2) \\ \vec{u_s}=(2,5) \end{array}\right\}$ $\cos\alpha=\frac{|\vec{u_r}\cdot\vec{v_s}|}{\|\vec{u_r}\|\cdot\|\vec{v_s}\|}=\frac{|(-3,2)(2,5)|}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{29}}=\frac{|-6+10|}{\sqrt{377}}=\frac{4}{\sqrt{377}} \Rightarrow \boxed{\alpha=\arccos\frac{4}{\sqrt{377}}\simeq 78^\circ 6' 41''}$

---

③ $r: 3x-4y+5=0$ → $\vec{v_r}=(4,3)$ → $m=\frac{3}{4}$
$P(4,2)$

a) $r \parallel r' \Rightarrow \vec{u_r}=\vec{v_{r'}}=(4,3)$; $P(4,2)$ $\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x=4+4\lambda \\ y=2+3\lambda \end{array}} \Rightarrow \boxed{\frac{x-4}{4}=\frac{y-2}{3}} \Rightarrow 3x-12=4y-8$

PARAMÉTRICAS — CONTINUA — $\boxed{3x-4y-4=0}$ GRAL. o IMPLÍCITA

0,2 cada forma

$\Downarrow$

$m=m'=\frac{3}{4}$

$\Downarrow$

$\boxed{y-2=\frac{3}{4}(x-4)}$

PTO-PDTE.

$4y=3x-4$; $\boxed{y=\frac{3}{4}x-1}$

EXPLÍCITA

b) $r': 3x-4y-4=0$ tiene $\vec{u}_{r'}=(4,3)=\vec{v_r}$

$P(4,2)\in r'$: $12-8-4=0$ 0,5

c) $r': 3x-4y-4=0 \rightarrow \vec{v}_{r'}=(4,3) \longrightarrow m=\frac{3}{4}=tg\,\alpha \Rightarrow \alpha = arctg\,\frac{3}{4} \simeq \boxed{36^\circ 52' 12''}$ 0,5

d) $r // r' \Rightarrow d(r,r') = d(P,r) = \frac{|12-8+5|}{\sqrt{9+16}} = \boxed{\frac{9}{5}u}$ 0,5

TOTAL: $\boxed{2,5}$

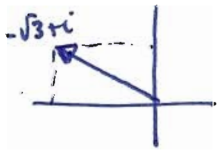
---

④ a) $-2-5i-\frac{10-10i-5(1+i)}{8+2i-(5+3i)} = -2-5i-\frac{10-10i-5-5i}{8+2i-5-3i} = -2-5i-\frac{5-15i}{3-i} =$

$= -2-5i-\frac{(5-15i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = -2-5i-\frac{15+5i-45i+15}{9+1} = -2-5i-\frac{30-40i}{10} =$ 0,75

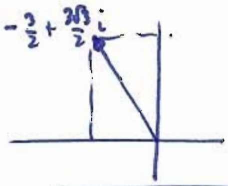
$= -2-5i-(3-4i) = \boxed{-5-i}$ 0,5

b) $\left[\frac{(-\sqrt{3}+i)\left(-\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i\right)}{-6}\right]^3 = \left(\frac{2_{150^\circ}\cdot 3_{120^\circ}}{6_{180^\circ}}\right)^3 = \left(\frac{6_{270^\circ}}{6_{180^\circ}}\right)^3 = (1_{90^\circ})^3 = 1_{270^\circ} = \boxed{-i}$ 0.5 0,5 0.25



$r = \sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2} = \sqrt{4} = 2$

$\alpha = arctg\,\frac{-1}{-\sqrt{3}} = arctg\,\frac{\sqrt{3}}{3} = 150^\circ$



$r = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4}+\frac{27}{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$

$\alpha = arctg\,\frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{-3/2} = arctg(-\sqrt{3}) = -arctg\sqrt{3} = 120^\circ$

TOTAL: $\boxed{2,5}$

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05
LIMPIEZA Y ORDEN : 0,10
LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,10