1. Dados $\vec{u} = (2,1)$ y $\vec{v} = (a,-3)$, se pide:

a) Hallar **a** para que sean //. Justificar gráficamente la solución obtenida.

b) Hallar **a** para que sean $\perp$. Justificar gráficamente la solución obtenida.

c) Hallar **a** para que formen 45º. Justificar gráficamente la solución obtenida.

d) Hallar un vector $\perp$ a $\vec{u}$ de módulo 5 *(2 puntos)*

2. Dada la recta 3x-4y+19=0 , se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta paralela a la anterior que pasa por P(5,6), en todas las formas conocidas.

b) Hallar la distancia entre las dos rectas anteriores.

c) Hallar el ángulo que dichas rectas forman con la recta 7x-y+3=0

d) Representar gráficamente en unos ejes cartesianos las situaciones anteriores. *(2 puntos)*

3. Dibujar en unos ejes cartesianos el triángulo de vértices A(2,0), B(0,1) y C(-3,-2), y hallar:

a) La ecuación general de la mediana correspondiente al lado AC. Dibujarla.

b) La ecuación general de la altura correspondiente al lado AC. Dibujarla.

c) La ecuación general de las mediatrices correspondientes a AB y AC. Dibujarlas.

d) ¿Cómo se llama el punto donde se cortan las anteriores? Obtenerlo. *(1,75 puntos)*

4. a) Operar $\dfrac{(2+3i)(1-i)-(3+4i)^2}{2i^{14}-i^{-7}}$ en forma binómica.

b) Calcular $\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i)^2\,(-1-i)^4}{(-1+i)^3\,i^7}$ en forma polar, y pasar el resultado a binómica. *(2 puntos)*

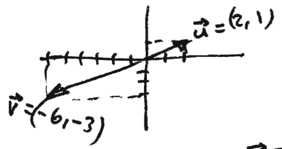
5. a) Calcular $\sqrt[4]{\dfrac{-16i}{-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}}$, dando el resultado en binómica.

b) Comprobar la raíz correspondiente al 4º cuadrante.

c) Dibujar los afijos de las raíces. ¿Qué figura forman? *(2 puntos)*

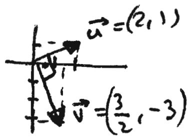
① $\vec{u}=(2,1)$ $\vec{v}=(a,-3)$

a) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \frac{2}{a}=\frac{1}{-3}$; $\boxed{-6=a}$



0.25

b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow 2a-3=0$; $\boxed{a=3/2}$



0.25

TOTAL: 2

c) $\cos 45° = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2a-3}{\sqrt{5}\sqrt{a^2+9}}$; $\sqrt{10}\cdot\sqrt{a^2+9}=2(2a-3)$; $10(a^2+9)=4(4a^2-12a+9)$

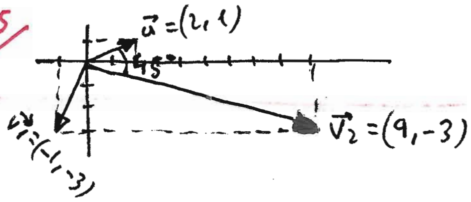
$5(a^2+9)=2(4a^2-12a+9)$

$5a^2+45=8a^2-24a+18$

$0=3a^2-24a-27$ 0.75

$a^2-8a-9=0$ → $a_1=-1$ descartado debido al dibujo: 0.5

→ $\boxed{a_2=9}$



d) $\vec{u}=(2,1) \longrightarrow \vec{n}=(-1,2)$ 0.25

$|\vec{n}|=\sqrt{5} \Rightarrow \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|}=\left(-\frac{1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ es unitario $\Rightarrow 5\left(\frac{-1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}\right)=\left(\frac{-5}{\sqrt{5}},\frac{10}{\sqrt{5}}\right)=\left(-\frac{5\sqrt{5}}{5},\frac{10\sqrt{5}}{5}\right)=\boxed{(-\sqrt{5},2\sqrt{5})}$

---

② $3x-4y+19=0 \rightarrow \vec{u_r}=(4,3) \Rightarrow m=\frac{3}{4}$

a) $\boxed{\left.\begin{matrix} x=5+4\lambda \\ y=6+3\lambda \end{matrix}\right\}}$ PARAMÉTRICAS $\Rightarrow \boxed{\frac{x-5}{4}=\frac{y-6}{3}}$ CONTINUA $\Rightarrow 3x-15=4y-24 \Rightarrow \boxed{3x-4y+9=0}$ GRAL. O IMPLÍCITA ; $y-6=\frac{3}{4}(x-5)$

⇓

$\boxed{y-6=\frac{3}{4}(x-5)}$ PTO-PDTE. $\Rightarrow \boxed{y=\frac{3}{4}x-\frac{15}{4}+6=\frac{3}{4}x+\frac{9}{4}}$ EXPLÍCITA 0,1 cada una

b) $\left.\begin{matrix} r: 3x-4y+19=0 \\ r': 3x-4y+9=0 \\ P(5,6)\in r' \end{matrix}\right\}$ al ser paralelas $\Rightarrow \boxed{d(r,r')=d(P,r)=\frac{|3\cdot5-4\cdot6+19|}{\sqrt{9+16}}=\frac{10}{5}=2\,u}$ 0.5

c) $\left.\begin{matrix} r \text{ y } r' \text{ tienen el vector director } (4,3) \\ s: 7x-y+3=0 \rightarrow \vec{u_s}=(1,7) \end{matrix}\right\}$ $\cos\alpha=\frac{\vec{u_r}\cdot\vec{u_s}}{\|\vec{u_r}\|\cdot\|\vec{u_s}\|}=\frac{4+21}{\sqrt{25}\cdot\sqrt{50}}=\frac{25}{5\cdot5\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\boxed{\alpha=45°}$

0.5

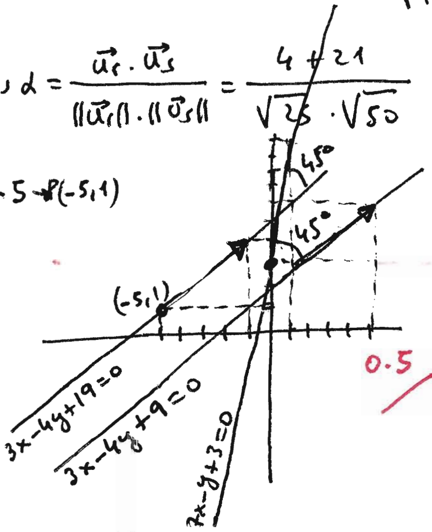
d) ¿$3x-4y+19=0$? $y=1 \rightarrow 3x-15=0$; $x=-5 \rightarrow P(-5,1)$

$\vec{u_r}=(4,3)$

¿$3x-4y+9=0$? $P(5,6)$; $\vec{u_{r'}}=(4,3)$

¿$7x-y+3=0$? $x=0 \rightarrow y=3$

$x=1 \rightarrow y=10$

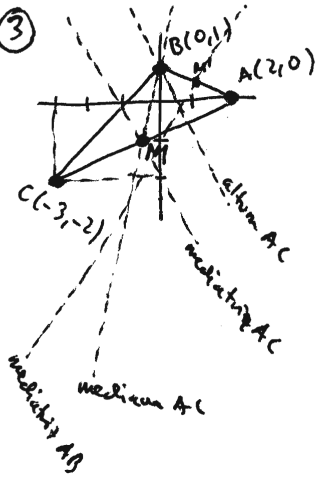


0.5

TOTAL: 2

---

③



a) $M=\frac{A+C}{2}=\frac{(2,0)+(-3,-2)}{2}=\frac{(-1,-2)}{2}=\left(-\frac{1}{2},-1\right)$

$\vec{u_r}=\vec{MB}=B-M=(0,1)-\left(-\frac{1}{2},-1\right)=\left(\frac{1}{2},2\right)\rightarrow(1,4)$ $B(0,1)$

$\frac{x}{1}=\frac{y-1}{4}\Rightarrow 4x=y-1$

$\boxed{4x-y+1=0}$ 0.35

b) $\left.\begin{matrix}\vec{CA}=(5,2)\Rightarrow\vec{n}=(-2,5) \\ B(0,1)\end{matrix}\right\}$ $\frac{x}{-2}=\frac{y-1}{5}\Rightarrow 5x=-2y+2$; $\boxed{5x+2y-2=0}$ 0.35

c) mediatriz AB: $M'=\frac{A+B}{2}=\frac{(2,0)+(0,1)}{2}=\frac{(2,1)}{2}=\left(1,\frac{1}{2}\right)$

$\vec{AB}=B-A=(0,1)-(2,0)=(-2,1)\Rightarrow\vec{n}=(1,2)$

$\frac{x-1}{1}=\frac{y-\frac{1}{2}}{2}\Rightarrow 2x-2=y-\frac{1}{2}$

$4x-4=2y-1$

$\boxed{4x-2y-3=0}$

$\underline{\text{mediatriz } AC}$: $\left.\begin{array}{l} M\left(-\frac{1}{2},-1\right) \\ \vec{n}=(-2,5) \end{array}\right\}$ $\dfrac{x+\frac{1}{2}}{-2}=\dfrac{y+1}{5} \Rightarrow 5x+\frac{5}{2}=-2y-2;\ 10x+5=-4y-4$

$\boxed{10x+4y+9=0}$ 0.70

d) CIRCUNCENTRO: $\left.\begin{array}{l} (*)\ 4x-2y-3=0 \\ 10x+4y+9=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\otimes 2} \left.\begin{array}{l} 8x-4y-6=0 \\ 10x+4y+9=0 \end{array}\right\}$

TOTAL: 1,75

$18x \quad +3=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{6} \xrightarrow{(*)} -\frac{4}{6}-2y-3=0;\ -\frac{2}{3}-3=2y$ 0.35

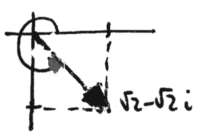
$-\frac{11}{3}=2y;\ y=-\frac{11}{6} \Rightarrow \boxed{Q\left(-\frac{1}{6},-\frac{11}{6}\right)}$

---

4 a) $14 \,\underline{|4}$, $-2 \quad 3$ $\Rightarrow i^{14}=i^{2}=-1$; $i^{-7}=\dfrac{1}{i^{7}}=\dfrac{1}{i^{3}}=\dfrac{1}{-i}=\dfrac{i}{-i^{2}}=i$

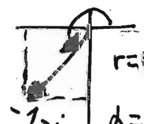
$$\frac{(2+3i)(1-i)-(3+4i)^{2}}{2i^{14}-i^{-7}}=\frac{2-2i+3i-3i^{2}-(9+24i+16i^{2})}{-2-i}=\frac{5+i-(-7+24i)}{-2-i}=\frac{12-23i}{-2-i}=$$

$$=\frac{(12-23i)(-2+i)}{(-2-i)(-2+i)}=\frac{-24+12i+46i-23i^{2}}{4-i^{2}}=\frac{-1+58i}{5}=\boxed{-\frac{1}{5}+\frac{58}{5}i}$$ 1

b.


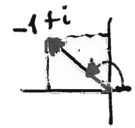
$r=\sqrt{(\sqrt{2})^{2}+(-\sqrt{2})^{2}}=\sqrt{4}=2$

$\alpha=\operatorname{arctg}\dfrac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\operatorname{arctg}(-1)=315^\circ$



$r=\sqrt{2}$

$\alpha=225^\circ$



$r=\sqrt{2}$

$\alpha=135^\circ$

$i^{7}=i^{3}=-i=1_{270^\circ}$

$$\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{2}i)^{2}(-1-i)^{4}}{(-1+i)^{3}\cdot i^{7}}=\frac{(2_{315^\circ})^{2}\cdot(\sqrt{2}_{225^\circ})^{4}}{(\sqrt{2}_{135^\circ})^{3}\cdot 1_{270^\circ}}=\frac{4_{630^\circ}\cdot 4_{900^\circ}}{2\sqrt{2}_{405^\circ}\cdot 1_{270^\circ}}=\frac{16_{1530^\circ}}{2\sqrt{2}_{675^\circ}}=\left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)_{855^\circ}=\left(\frac{8\sqrt{2}}{2}\right)_{135^\circ}=4\sqrt{2}_{135^\circ}$$ 0.75

$$=4\sqrt{2}\,(\cos 135^\circ+i\,\text{sen}\,135^\circ)=4\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)=\boxed{-4+4i}$$ 0.25

$\cos(180-45) = -\cos 45^\circ$ $\quad$ $\text{sen}(180-45) = \text{sen}\,45$

TOTAL: 2