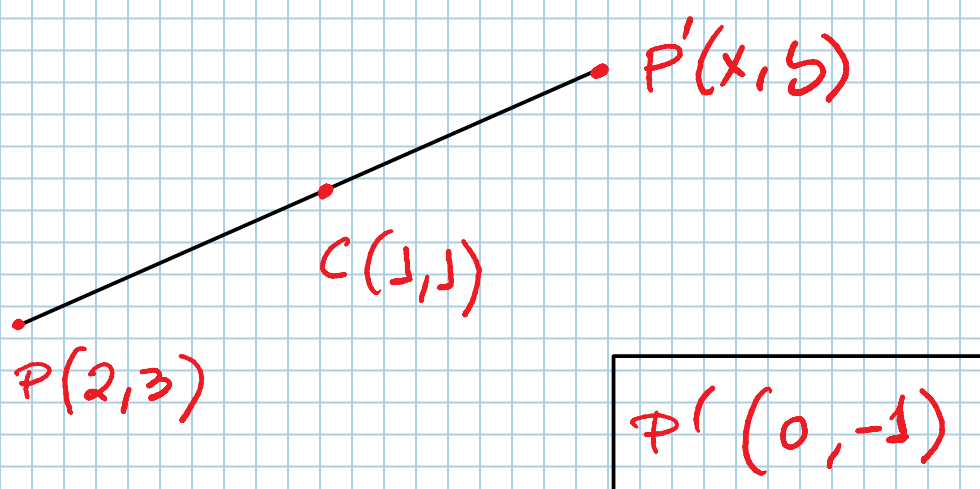


EXAMEN GEOMETRÍA ANALÍTICA - 1º BACHILLERATO.

- ① Calcula las coordenadas del punto simétrico a $P(2,3)$ respecto del punto $C(1,1)$. 1 Punto
- ② Da todas las ecuaciones de las siguientes rectas
- a) Recta "r" que pasa por el punto $P(-2,3)$ y tiene por vector director $\vec{u}(1,4)$. 2 Puntos
 - b) Recta "s" que pasa por los puntos $A(-2,-1)$ y $B(-1,3)$.
 - c) Recta "t" que pasa por el punto $Q(3,4)$ y tiene pendiente 3.
 - d) ¿Pertenece el punto $P(0,11)$ a alguna de las rectas anteriores?
 - e) ¿Cuál es la pendiente de las rectas anteriores?
- ③ Determina la posición relativa de las rectas "r" y "s" en el siguiente caso: $r: 3x+2y-19=0$; $s: y=-5x+20$. 1'5 Puntos
- ④ Calcula el ángulo que forman las rectas r y s:
 $r: y=2x+5$; $s: 3x+y-1=0$ 1 Punto
- ⑤ La recta $y+2 = m(x+3)$ pasa por el punto de intersección de las rectas $s: 2x+3y+5=0$ y $t: 5x-2y-16=0$. Calcula m. 1'5 Puntos
- ⑥ Dado el triángulo de vértices $A(0,1)$, $B(7,2)$ y $C(4,5)$, halla las ecuaciones de las rectas que contienen a sus lados, así como las de las rectas que contienen a sus alturas. 2 Puntos
- ⑦ Halla la distancia entre las rectas r y s:
 $r: 2x+y-4=0$ y $s: 4x+2y-1=0$. 1 Punto

Calcula las coordenadas del punto simétrico a $P(2,3)$ respecto del punto $C(1,1)$.



$$\frac{x+2}{2} = 1 \Rightarrow x+2=2 \quad x=0$$

$$\frac{y+3}{2} = 1 \Rightarrow y=2-3 \quad y=-1$$

② Da todas las ecuaciones de las siguientes rectas

a) Recta "r" que pasa por el punto $P(-2,3)$ y tiene por vector director $\vec{u}(1,4)$.

b) Recta "s" que pasa por los puntos $A(-2,-1)$ y $B(-1,3)$.

c) Recta "t" que pasa por el punto $Q(3,4)$ y tiene pendiente 3.

d) ¿Pertenece el punto $P(0,11)$ a alguna de las rectas anteriores?

e) ¿Cuál es la pendiente de las rectas anteriores?

b) $A(-2,-1) \mid \vec{AB}(1,4)$ $B(-1,3)$

$$(x,y) = (-1,3) + h(1,4)$$

$$\begin{cases} x = -1 + h \\ y = 3 + 4h \end{cases}$$

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{4} \Rightarrow 4x+4 = y-3 \quad 4x-y+7=0$$

$$y = 4x+7 \quad y-3 = 4(x+1)$$

d) el punto $(0,11)$ lo compruebo en la general de cada apartado

a) $4x-y+7=0 \Rightarrow 4 \cdot 0 - 11 + 7 \neq 0$ **(NO)**

b) $4x-y+11=0 \Rightarrow 4 \cdot 0 - 11 + 11 = 0$ **(SI)**

c) $3x-y-5=0 \Rightarrow 3 \cdot 0 - 11 - 5 \neq 0$ **(NO)**

e) las pendiente de cada apartado son:

a) $m = 4$

b) $m = 4$

c) $m = 3$

a) $(x,y) = (-2,3) + h(1,4)$

$$\begin{cases} x = -2 + h \\ y = 3 + 4h \end{cases} \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{4}$$

$$4x+8 = y-3 \Rightarrow 4x-y+11=0$$

$$y = 4x+11 \rightarrow y-3 = 4(x+2)$$

Si $x=0 \Rightarrow y=11 \Rightarrow b=11$

Si $y=0 \Rightarrow x = -\frac{11}{4} \Rightarrow a = -\frac{11}{4}$ $\frac{x}{-\frac{11}{4}} + \frac{y}{11} = 1$

c) $Q(3,4)$ $y-4 = 3(x-3)$

$m=3$ $y-4 = 3x-9$

$0 = x-y-5$
 $y = 3x-5 \rightarrow$ Sacar un punto $P(0,-5)$

$\vec{v}(\vec{PQ}) = (3,9)$

o bien simplificando $\vec{v}(1,3)$

$(x,y) = (3,4) + h(1,3)$

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{3}$$

③ Determina la posición relativa de las rectas "r" y "s" en el siguiente caso: r: $3x+2y-19=0$; s: $y=-5x+20$.

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$$

$$\begin{cases} 3x+2y-19=0 \\ 5x-y+20=0 \end{cases}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{2}{-1} = \frac{-19}{20}$$

No se cumple $\rightarrow$ SE CORTAN EN UN PUNTO

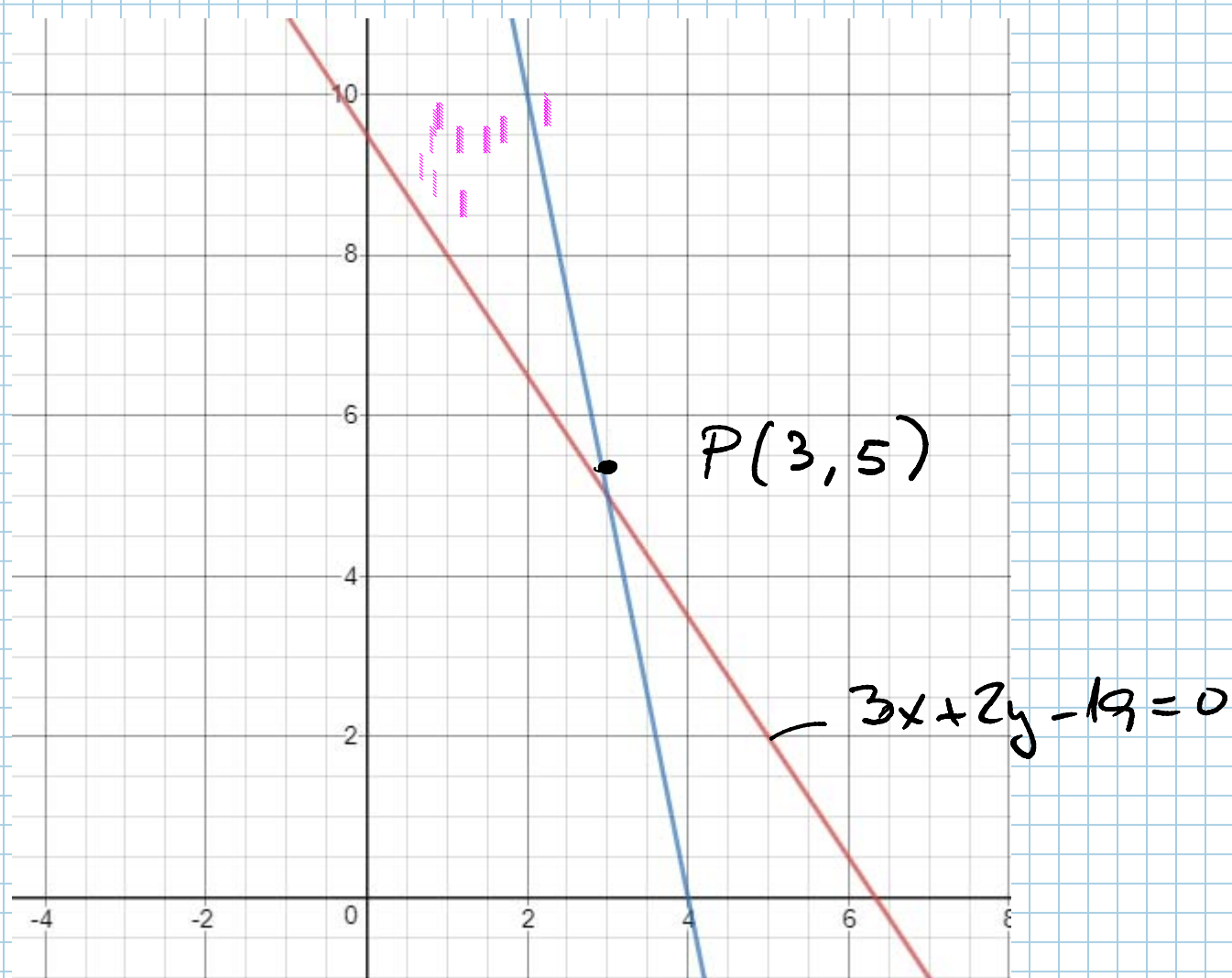
Si nos pidieran se punto, sería

$$y = 20 - 5x \rightarrow y = 20 - 15 = \underline{\underline{5}}$$

$$3x + 2(20 - 5x) - 19 = 0 \Rightarrow 3x + 40 - 10x - 19 = 0$$

$$-7x + 21 = 0 \quad x = \underline{\underline{3}}$$

$$P(3, 5)$$



- ④ Calcular el ángulo que forman las rectas r y s :
 $r: y = 2x + 5$; $s: 3x + y - 1 = 0$

$$2x - y + 5 = 0$$

$$r: y = 2x + 5$$

$$s: 3x + y - 1 = 0$$

$$y = -3x + 1$$

α

Forma 1ª: Con las pendientes

$$m_r = 2 \quad m_s = -3$$

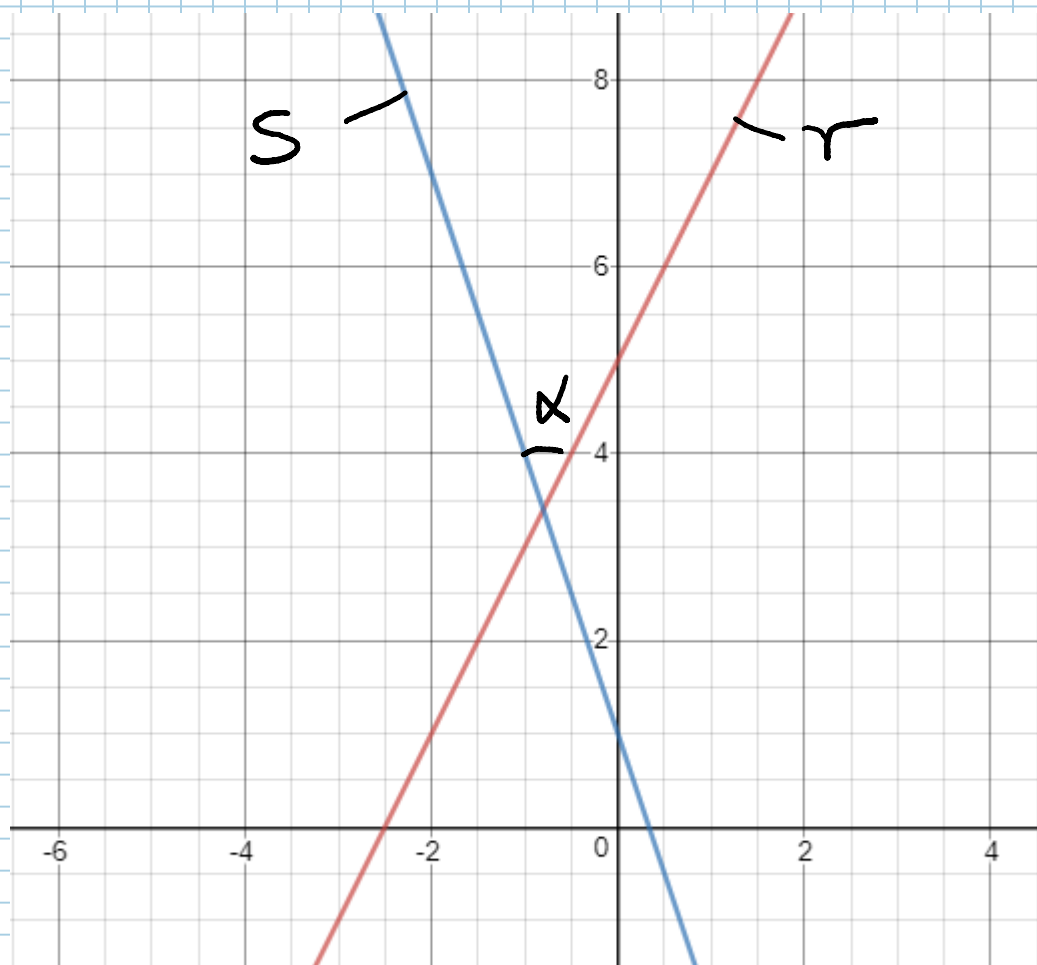
$$\tan \alpha = \left| \frac{m_r - m_s}{1 + m_r m_s} \right| = \left| \frac{2 + 3}{1 - 6} \right| = \left| \frac{5}{-5} \right| = |-1| = 1 \quad \underline{\underline{\alpha = 45^\circ}}$$

Forma 2ª: Con vectores.

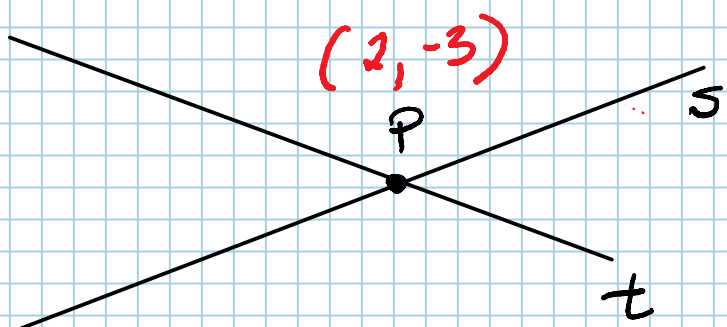
$$\vec{v}_r = (1, 2)$$

$$\vec{v}_s = (-1, 3)$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{v}_r \cdot \vec{v}_s}{|\vec{v}_r| |\vec{v}_s|} = \frac{-1 + 6}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 45^\circ}}$$



- ⑤ La recta $y+2 = m(x+3)$ pasa por el punto de intersección de las rectas $s: 2x+3y+5=0$ y $t: 5x-2y-16=0$. Calcula m .



Ya que el punto $P \in a$, sustituimos:

$$y+2 = m(x+3) \Rightarrow -3+2 = m(2+3)$$

$$-1 = 5m \Rightarrow$$

$$m = -\frac{1}{5}$$

halla el corte de s y t

$$\begin{cases} 2x+3y+5=0 \\ 5x-2y-16=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5-3y}{2} \\ x = \frac{16+2y}{5} \end{cases}$$

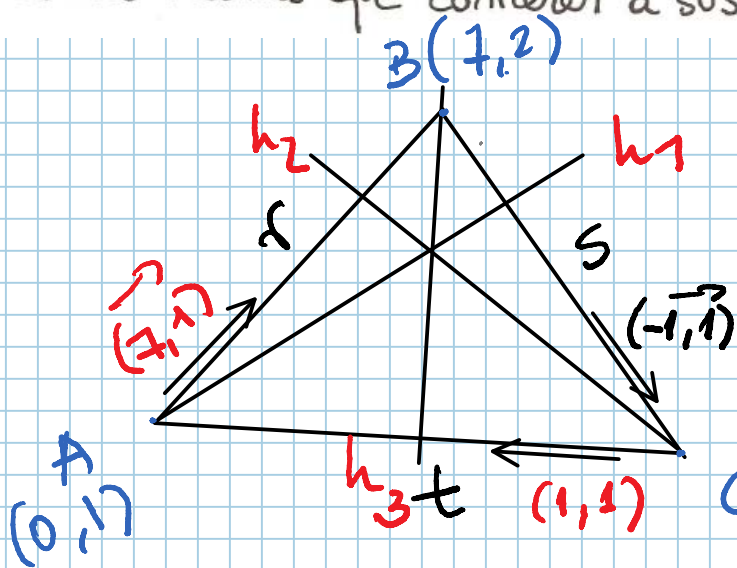
$$\frac{-5-3y}{2} = \frac{16+2y}{5}$$

$$-25-15y = 32+4y$$

$$-57 = 19y \Rightarrow y = \underline{\underline{-3}}$$

$$x = \frac{-5+9}{2} = 2 \quad x = \underline{\underline{2}}$$

- ⑥ Dado el triángulo de vértices $A(0,1)$, $B(7,2)$ y $C(4,5)$, halla las ecuaciones de las rectas que contienen a sus lados, así como las de las rectas que contienen a sus alturas.



$$s: \begin{cases} C(4,5) \\ \vec{CB}(3,-3) \end{cases}$$

$$\frac{x-4}{3} = \frac{y-5}{-3} \Rightarrow -3x+12 = 3y-15$$

$$-3x-3y+27=0$$

$$s: \boxed{x+y-9=0}$$

$$h_1: \begin{cases} A(0,1) \\ \vec{v}(1,1) \end{cases} \quad \frac{x-0}{1} = \frac{y-1}{1} \Rightarrow x=y-1$$

$$\boxed{h_1: x-y+1=0}$$

$$\frac{x-0}{4} = \frac{y-1}{4}$$

$$4x=4y-4$$

$$4x-4y+4=0 \Rightarrow \boxed{x-y+1=0} : t$$

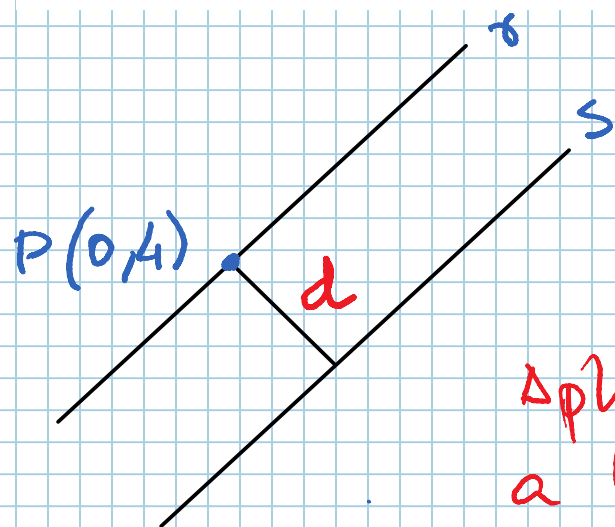
$$h_2: \begin{cases} C(4,5) \\ \vec{v}(-1,7) \end{cases} \quad \frac{x-4}{-1} = \frac{y-5}{7} \Rightarrow 7x-28 = -y+5 \Rightarrow \boxed{7x+y-33=0} : h_2$$

$$h_3: \begin{cases} B(7,2) \\ \vec{v}(-1,1) \end{cases} \quad \frac{x-7}{-1} = \frac{y-2}{1} \Rightarrow x-7 = -y+2$$

$$\boxed{x+y-9=0} : h_3$$

⑦ Halla la distancia entre las rectas r y s :

$$r: 2x + y - 4 = 0 \quad y \quad s: 4x + 2y - 1 = 0.$$



Para que este ejercicio tenga sentido, las rectas han de ser paralelas.
Lo comprobamos:

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \neq \frac{-4}{-1}$$

SE CUMPLE

Para resolver, tomamos un punto

cualquiera de r :

$$\text{Si } x=0 \quad y=4 \quad P(0,4)$$

Aplico ahora la fórmula de distancia del punto $P(0,4)$ a la recta $s: 4x + 2y - 1 = 0$

$$d(P,s) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|4 \cdot 0 + 2 \cdot 4 - 1|}{\sqrt{16 + 4}} = \frac{5}{\sqrt{20}} = \frac{5\sqrt{20}}{20} = \frac{\sqrt{20}}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{4} \mu$$