Producto escalar y vectores ortogonales

1. Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores que forman un ángulo de 53º y tales que $|\vec{a}| = 6$ y $|\vec{b}| = 2$, calcular el valor de los siguientes productos escalares:

   a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ b) $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ c) $7\vec{a} \cdot \vec{b}$ d) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$

---

2. Sean $\vec{a}, \vec{b}$ y $\vec{c}$ vectores tales que $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7$ y $\vec{a} \cdot \vec{c} = 8$. Calcular

   a) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ b) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{b} + \vec{c})$ c) $\vec{a} \cdot (2\vec{b} + 6\vec{c})$ d) $7\vec{a} \cdot (3\vec{b} + 7\vec{c})$

---

3. Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores tales que, $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 8$ y $\cos(\vec{a} \text{ y } \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, calcular:

   a) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ b) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ c) $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$

---

4. Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores tales que, $|\vec{b}| = 8$ y $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 14$. Calcular $|\vec{a}|$

---

5. Calcular el valor de "m" para que el producto escalar de $\vec{v}$ por $\vec{w}$ sea igual a:

   a) $\vec{v} \cdot \vec{u} = -15$ siendo $\vec{v}(m, 2)$ y $\vec{w}(3, m)$ b) $\vec{v} \cdot \vec{u} = -3$ siendo $\vec{v}(m, -3)$ y $\vec{w}(m, 4)$

---

6. Calcular el valor de "h", sabiendo que el vector $\vec{v}(3, h)$ es ortogonal al vector $\vec{w}(-1, 4)$.

---

7. Calcular el valor de "h", si el ángulo que forman los vectores $\vec{v}(3, h)$ y $\vec{w}(2, -1)$, vale:

   a) 90º b) 0º c) 45º d) 60º

---

8. Calcular el valor de "m" para que $\vec{a}(1, m)$ y $\vec{b}(-4, m)$ sean perpendiculares. ¿Y paralelos?

---

9. Calcular las coordenadas de un vector $\vec{v}(v_1, v_2)$, que sea unitario y ortogonal al vector $\vec{w}(5, 12)$.

---

10. Calcular el valor de "m" y "n", para que los vectores $\vec{v}(4, -5)$ y $\vec{w}(m, n)$ sean perpendiculares, y el módulo del primero de los dos vectores sea igual al doble del módulo del segundo.