Distribución Binomial

El 2% de los DVDs de una determinada marca son defectuosos. Si se venden en lotes de 25 unidades, calcular la probabilidad de que haya como máximo dos defectuosos.

Solución

Es una distribución binomial con n = 25, p = 0,02, q = 1 - p = 0,98.

X es B(25 , 0,02), por lo que:

$$p(X \leq 2) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) =$$

$$= \binom{25}{0} 0,02^0 \cdot 0,98^{25} + \binom{25}{1} 0,02^1 \cdot 0,98^{24} + \binom{25}{2} 0,02^2 \cdot 0,98^{23} =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 0,6035 + 25 \cdot 0,02 \cdot 0,6158 + \frac{25 \cdot 24}{2} 0,0004 \cdot 0,6283 =$$

$$= 0,6035 + 0,3079 + 0,0754 = 0,9868$$

Una prueba tipo test consta de 10 preguntas con cuatro opciones cada una, de las que sólo una es correcta. Si se contesta totalmente al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar la prueba?
b) ¿Cuál es la probabilidad de no acertar ninguna pregunta?
c) ¿Cuántas preguntas cabe esperar que se contesten correctamente?

Solución

Es una distribución binomial con n = 10, p = 0,25, q = 1 - p = 0,75.

X es B(10 , 0,25), por lo que:

a) $$p(X \geq 5) = p(X = 5) + p(X = 6) + p(X = 7) + p(X = 8) + p(X = 9) + p(X = 10)$$

$$p(X \geq 5) = \binom{10}{5} 0,25^5 \cdot 0,75^5 + \binom{10}{6} 0,25^6 \cdot 0,75^4 + \binom{10}{7} 0,25^7 \cdot 0,75^3 + \binom{10}{8} 0,25^8 \cdot 0,75^2 + \binom{10}{9} 0,25^9 \cdot 0,75^1 + \binom{10}{10} 0,25^{10} \cdot 0,75^0 =$$

$$=\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}\cdot 0,0009\cdot 0,2373+$$
$$+\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}\cdot 0,0002\cdot 0,3164+$$
$$+\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}\cdot 0,00006\cdot 0,4218+$$
$$+\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}\cdot 0,00001\cdot 0,5625+$$
$$+\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}\cdot 0,0000038\cdot 0,75+$$
$$+\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}\cdot 0,00000095\cdot 1=$$
$$=252\cdot 0,0009\cdot 0,2373+210\cdot 0,0002\cdot 0,3164+$$
$$+120\cdot 0,00006\cdot 0,4218+45\cdot 0,00001\cdot 0,5625+$$
$$+10\cdot 0,0000038\cdot 0,75+0,00000095\cdot 1=$$
$$=0,0538+0,0133+0,003+0,0002+0,0000285+$$
$$+0,00000095=0,0703$$

b) $p\left(X=0\right)=\binom{10}{0}\cdot 0,25^{0}\cdot 0,75^{10}=0,0563$

c) μ = n · p = 10 · 0,25 = 2,5

Un tirador acierta en el 95% de las veces. Si realiza 7 lanzamientos, ¿cuál es la probabilidad de que falle alguno?

Solución

Es una distribución binomial con n = 7, p = 0,95, q = 1 - p = 0,05.

X es B(7 , 0,95)

Hay que calcular p(X<7), se calcula más rápido aplicando el suceso contrario:

$$p\left(X<7\right)=1-p\left(X=7\right)=1-\binom{7}{7}\cdot 0,95^{7}\cdot 0,05^{0}=$$
$$=1-0,6983=0,3017$$
