# Problemas resueltos de distribución binomial

1) Hallar la probabilidad de que al lanzar una moneda 5 veces se obtengan 3 caras.

2) Hallar la probabilidad de que al lanzar una moneda 5 veces se obtengan como máximo 2 caras.

3) Se lanza un dado al aire 5 veces. Halla la probabilidad de:

a) Obtener dos veces un 5.

b) Obtener más de dos veces un 5.

4) La última novela de cierto afamado autor ha tenido un importante éxito, hasta el punto de que el 80 % de los lectores ya la han leído. Un grupo de cuatro amigos son aficionados a la lectura :

a) Describir la variable que indica el número de individuos del grupo que han leído dicha novela.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en el grupo hayan leído la obra dos personas? ¿Y al menos dos?

5) El 30 % de los tornillos de una gran partida son defectuosos. Si se cogen tres tornillos al azar, calcula :

a) La probabilidad de que los tres sean defectuosos.

b) La probabilidad de que solamente dos sean defectuosos.

c) La probabilidad de que ninguno de ellos sea defectuoso.

6) Un tratamiento contra el cáncer produce mejoría en el 80 % de los enfermos a los que se le aplica. Se suministra a 5 enfermos. Se pide :

a) Calcula la probabilidad de que los 5 pacientes mejoren.

b) Calcula la probabilidad de que, al menos, tres no experimenten mejoría.

c) ¿Cuántos pacientes se espera que mejoren?

7) Se reparten unas invitaciones sabiendo que el 40 % de los invitados asistirán al acto. Se seleccionan al azar 10 invitados. Calcula :

a) La probabilidad de que solo tres acudan al acto.

b) La probabilidad de que acudan más de tres.

8) Una familia tiene 10 hijos. La distribución por sexos es igualmente probable. Hallar la probabilidad de que haya :

a) Como mucho tres niñas.

b) Al menos una niña.

c) Al menos ocho niños.

d) Al menos una niña y un niño.

9) Una encuesta revela que el $20\ \%$ de de la población es favorable a un determinado político. Elegidas seis personas al azar, se desea saber :

a) Probabilidad de que las seis personas sean favorableas al político.

b) Probabilidad de que las seis personas le sean desfavorables.

c) Probabilidad de que menos de tres personas le sean favorables.

10) Una prueba de inteligencia está compuesta de $10$ preguntas, cada una de las cuales tiene cuatro respuestas, siendo solo una de ellas correcta. Un alumno tiene prisa por acabar la prueba y decide contestar de forma aleatoria. Se pide :

a) Probabilidad de no acertar ninguna pregunta.

b) Probabilidad de acertar exactamente cuatro preguntas.

c) Probabilidad de acertar todas las preguntas.

d) Probabilidad de acertar al menos siete preguntas.

e) Probabilidad de acertar menos de cuatro preguntas.

11) Se va a construir una planta nuclear en cierta comunidad. Se sabe que el $80\ \%$ de la población se opone a la constucción de dicha planta y el $20\ \%$ restante está a favor.

a) Si se elige al azar una muestra de cinco personas, ¿cuál es la probabilidad de que tres o más estén a favor de la construcción?

b) Si se elige al azar una muestra de 20 personas, ¿cuál es la probabilidad de que todas estén en contra de la construcción?

12) Si el $20\ \%$ de las tartas elaboradas en una fábrica tienen trazas de nueces, ¿cuál es la probabilidad de que, entre cuatro tartas elegidas al azar, a lo sumo dos contengan trazas de nueces?

13) Una determinada raza de perros tiene cuatro cachorros en cada camada. Si la probabilidad de que un cachorro sea macho es de $0{,}55$ :

a) Calcular la probabilidad de que en una camada dos exactamente sean hembras.

b) Calcular la probabilidad de que en una camada al menos dos sean hembras.

14) Si la probabilidad de que ocurra un suceso $A$ es $P(A) = 1/5$, ¿cuál es el mínimo número de veces que hay que repetir el experimento para que la probabilidad de que ocurra al menos una vez el suceso $A$ sea mayor que $1/2$? ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra al menos dos veces $A$ al realizar $5$ veces el experimento?

15) Un agente de seguros vende pólizas a cinco personas de la misma edad y que disfrutan de buena salud. Según las tablas actuariales, la probabilidad de que una persona en estas condiciones viva $30$ años o más es $2/3$. Hállese la probabilidad de que, transcurridos $30$ años, vivan :

a) Las cinco personas.

b) Al menos tres personas.

c) Exactamente dos personas.

1) Hallar la probabilidad de que al lanzar una moneda 5 veces se obtengan 3 caras.

Se trata de una distribución binomial puesto que la variable es discreta, sólo tenemos dos sucesos: salir cara o salir cruz.

La probabilidad de "salir cara" es :

$$p = \frac{1}{2}$$

Luego la probabilidad de salir cruz será:

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$n = 5$$

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

2) Hallar la probabilidad de que al lanzar una moneda 5 veces se obtengan como máximo 2 caras.

Las condiciones del enunciado se cumplen cuando sale cero, una o dos caras, luego:

$$P(X \leq 2) = \sum_{r=0}^{x} \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^r \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-r} =$$

$$= \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} + \binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} + \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{32} + \frac{5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16} + \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} =$$

$$= \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32}$$

3) Se lanza un dado al aire 5 veces. Halla la probabilidad de:

a) Obtener dos veces un 5.

b) Obtener más de dos veces un 5.

a) Se trata de una distribución binomial puesto que la variable es discreta, sólo pueden darse los sucesos mutuamente excluyentes "salir 5" o "no salir 5".
La probabilidad de "salir 5 en una tirada" es :

$$p = \frac{1}{6}$$

Luego la probabilidad de salir cruz será:

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$n = 5$$

$$P(X=2) = \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{5-2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{125}{216} = \frac{2500}{15552} = \frac{625}{3888}$$

b) $P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$

$$P(X \geq 2) = \sum_{r=0}^{x} \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^r \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{5-r} =$$

$$= \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{5-0} + \binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{5-1} + \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{5-2} + \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{5-3} =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot \frac{3125}{7776} + \frac{5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{625}{1296} + \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{125}{216} + \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{3} \cdot 2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} \cdot \frac{1}{216} \cdot \frac{25}{36} =$$

$$= \frac{3125}{7776} + \frac{3125}{7776} + \frac{625}{3888}, + y\frac{125}{3888} = y\ \frac{3875}{3888}$$

4) La última novela de cierto afamado autor ha tenido un importante éxito, hasta el punto de que el 80 % de los lectores ya la han leído. Un grupo de cuatro amigos son aficionados a la lectura :

a) Describir la variable que indica el número de individuos del grupo que han leído dicha novela.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en el grupo hayan leído la obra dos personas? ¿Y al menos dos?

a)

Hallamos en primer lugar la probabilidad de que de los cuatro amigos hayan leído la novela 0, 1, 2, 3 o los 4 amigos.

Tenemos una distribución binomial en la que $n = 4$, $p = 0,8$ y $q = 0,2$.

$$P(0) = \binom{4}{0} \cdot 0,8^0 \cdot 0,2^4 = 1 \cdot 1 \cdot 0,0016 = 0,0016$$

$$P(1) = \binom{4}{1} \cdot 0,8^1 \cdot 0,2^3 = 4 \cdot 0,8 \cdot 0,008 = 0,0256$$

$$P(2) = \binom{4}{2} \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^2 = 6 \cdot 0,64 \cdot 0,04 = 0,1536$$

$$P(3) = \binom{4}{3} \cdot 0,8^3 \cdot 0,2^1 = 4 \cdot 0,512 \cdot 0,2 = 0,4096$$

$$P(4) = \binom{4}{4} \cdot 0,8^4 \cdot 0,2^0 = 1 \cdot 0,4096 \cdot 1 = 0,4096$$

A partir de estos resultados podemos escribir la función de probabilidad :

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 0,0016 | 0,0256 | 0,1536 | 0,4096 | 0,4096 |

b)

$P(2) = 0,1536$

$P(X \geq 2) = 0,1536 + 0,4096 + 0,4096 = 0,9728$

5) El 30 % de los tornillos de una gran partida son defectuosos. Si se cogen tres tornillos al azar, calcula :

a) La probabilidad de que los tres sean defectuosos.

b) La probabilidad de que solamente dos sean defectuosos.

c) La probabilidad de que ninguno de ellos sea defectuoso.

**Sea X la variable que representa el número de tornillos. Tenemos una distribución binomial, con n = 3 y p = 0,3 : B ( 3 ; 0,3 ).**

$$P(X = x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

a)

$$P(x = 3) = \binom{3}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^0 = 1 \cdot 0,027 = 0,027$$

b)

$$P(x = 2) = \binom{3}{2} \cdot 0,3^2 \cdot 0,7^1 = 3 \cdot 0,09 \cdot 0,07 = 0,189$$

c)

$$P(x = 0) = \binom{3}{0} \cdot 0,3^0 \cdot 0,7^3 = 1 \cdot 0,343 = 0,343$$

6) Un tratamiento contra el cáncer produce mejoría en el 80 % de los enfermos a los que se le aplica. Se suministra a 5 enfermos. Se pide :

a) Calcula la probabilidad de que los 5 pacientes mejoren.

b) Calcula la probabilidad de que, al menos, tres no experimenten mejoría.

c) ¿Cuántos pacientes se espera que mejoren?

**Sean :**
**X = "número de enfermos que experimentan mejoría"**
**n = "número de pacientes a los que se les suministra el tratamiento"**
**p = "probabilidad de mejoría"**
**Si p = 0,8 ⇒ q = 1 - p = 1 - 0,8 = 0,2**

$$P(X=x)=\binom{n}{x}\cdot p^x\cdot q^{n-x}$$

a)

$$P(x=5)=\binom{5}{5}\cdot 0,8^5\cdot 0,2^0=1\cdot 0,3277=0,3277$$

b)

$$P(x<3)=P(x=1)+P(x=2)+P(x=0)=\binom{5}{1}\cdot 0,8^1\cdot 0,2^4+\binom{5}{2}\cdot 0,8^2\cdot 0,2^3+\binom{5}{0}\cdot 0,8^0\cdot 0,2^5=$$

$$=5\cdot 0,8\cdot 0,0016+10\cdot 0,64\cdot 0,008+1\cdot 1\cdot 0,00032=0,0064+0,0512+0,00032=0,05792$$

c)

$$E(x)=\mu=n\cdot p=5\cdot 0,8=4\ \text{pacientes.}$$

7) Se reparten unas invitaciones sabiendo que el 40 % de los invitados asistirán al acto. Se seleccionan al azar 10 invitados. Calcula :

a) La probabilidad de que solo tres acudan al acto.

b) La probabilidad de que acudan más de tres.

**Sea X la variable que exprese el número de personas que asisten al acto. Se trata de una distribución binomial de parámetros n = 10 y p = 0,4 : B ( 10 ; 0,4 ).**

$$P(X=x)=\binom{n}{x}\cdot p^x\cdot q^{n-x}$$

a)

$$P(x=3)=\binom{10}{3}\cdot 0,4^3\cdot 0,6^7=120\cdot 0,064\cdot 0,028=0,215$$

b)

$$P(x>3)=1-P(x\le 3)=1-P(x=0)-P(x=1)-P(x=2)-P(x=3)=1-\binom{10}{0}\cdot 0,4^0\cdot 0,6^{10}+$$

$$+\binom{10}{1}\cdot 0,4^1\cdot 0,6^9+\binom{10}{2}\cdot 0,4^2\cdot 0,6^8+\binom{10}{3}\cdot 0,4^3\cdot 0,6^7=1-0,006-0,040-0,121-0,215=0,618$$

8) Una familia tiene 10 hijos. La distribución por sexos es igualmente probable. Hallar la probabilidad de que haya :

a) Como mucho tres niñas.
b) Al menos una niña.
c) Al menos ocho niños.
d) Al menos una niña y un niño.

**Tenemos una distribución binomial en la que p = 1 = 0,5 puesto que la probabilidad de que haya una niña o un niño es igual. Lla variable X hará mención a las niñas y la variable Y a los niños.**

a)

$$P(x \leq 3) = P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)+P(x=3) = \binom{10}{0} \cdot 0{,}5^0 \cdot 0{,}5^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0{,}5^1 \cdot 0{,}5^9 +$$

$$+\binom{10}{2} \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5^8 + \binom{10}{3} \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}5^7 = 0{,}0009+0{,}0098+0{,}0439+0{,}1171 = 0{,}1719$$

b)

$$P(x \geq 1) = 1-P(x=0) = 1-\binom{10}{0} \cdot 0{,}5^0 \cdot 0{,}5^{10} = 1-0{,}0009 = 0{,}9991$$

c)

$$P(y \geq 8) = P(x=0)+P(x=1)+P(x=2) = 0{,}0009+0{,}0098+0{,}0439 = 0{,}0547$$

d)

El suceso contrario a este caso sería "todos son chicas" ó "no hay ninguna chica", luego tenemos :

$$P(x \geq 1) \cap P(y \geq 1) = 1-P(x=10)-P(x=0) = 1-\binom{10}{10} \cdot 0{,}5^{10} \cdot 0{,}5^0 - 0{,}0009 = 0{,}9980$$

9) Una encuesta revela que el 20 % de de la población es favorable a un determinado político. Elegidas seis personas al azar, se desea saber :

a) Probabilidad de que las seis personas sean favorableas al político.
b) Probabilidad de que las seis personas le sean desfavorables.
c) Probabilidad de que menos de tres personas le sean favorables.

**Tenemos de nuevo una distribución binomial, donde p = 0,2 y q = 1 - p = 1 - 0,2 = 0,8 : B ( 6 ; 0,2 ).**

$$P(X=x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

a)

$$P(x=6) = \binom{6}{6} \cdot 0{,}2^6 \cdot 0{,}8^0 = 1 \cdot 0{,}2^6 = 0{,}000064$$

b)

$$P(x=0)=\binom{6}{0}\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^6=1\cdot 0{,}8^6=0{,}2621$$

c)

$$P(x<3)=P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)=\binom{6}{0}\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^6+\binom{6}{1}\cdot 0{,}2^1\cdot 0{,}8^5+\binom{6}{2}\cdot 0{,}2^2\cdot 0{,}8^4=$$

$$=0{,}2621+6\cdot 0{,}2\cdot 0{,}8^5+15\cdot 0{,}2^2\cdot 0{,}8^4=0{,}2621+0{,}3932+0{,}2457=0{,}9011$$

10) Una prueba de inteligencia está compuesta de 10 preguntas, cada una de las cuales tiene cuatro respuestas, siendo solo una de ellas correcta. Un alumno tiene prisa por acabar la prueba y decide contestar de forma aleatoria. Se pide :

a) Probabilidad de no acertar ninguna pregunta.
b) Probabilidad de acertar exactamente cuatro preguntas.
c) Probabilidad de acertar todas las preguntas.
d) Probabilidad de acertar al menos siete preguntas.
e) Probabilidad de acertar menos de cuatro preguntas.

**Sea X la variable dscreta que expresa el número de preguntas acertadas en el test de inteligencia. Tenemos una distribución binomial de parámetros n = 10 y p = 0,25. Es decir, B ( 10 ; 0,25 ).**

$$P(X=x)=\binom{n}{x}\cdot p^x\cdot q^{n-x}$$

a)

$$P(x=0)=\binom{10}{0}\cdot 0{,}25^0\cdot 0{,}75^{10}=1\cdot 0{,}75^{10}=0{,}0563$$

b)

$$P(x=4)=\binom{10}{4}\cdot 0{,}25^4\cdot 0{,}75^6=210\cdot 0{,}25^4\cdot 0{,}75^6=0{,}1459$$

c)

$$P(x=10)=\binom{10}{10}\cdot 0{,}25^{10}\cdot 0{,}75^0=1\cdot 0{,}25^{10}=9{,}5367\cdot 10^{-7}$$

d)

$$P(x\geq 7)=P(x=7)+P(x=8)+P(x=9)+P(x=10)=\binom{10}{7}\cdot 0{,}25^7\cdot 0{,}75^3+\binom{10}{8}\cdot 0{,}25^8\cdot 0{,}75^2+$$

$$+\binom{10}{9}\cdot 0{,}25^9\cdot 0{,}75^1+9{,}5367\cdot 10^{-7}=0{,}0031+0{,}0004+2{,}861\cdot 10^{-5}+9{,}5367\cdot 10^{-7}=$$

$$=0{,}0035$$

e)

$$P(x<4)=P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)+P(x=3)=0{,}0563+\binom{10}{1}\cdot 0{,}25^1\ 0{,}75^9+\binom{10}{2}\cdot 0{,}25^2\cdot 0{,}75^8+$$

$$+\binom{10}{3}\cdot 0{,}25^3\cdot 0{,}75^7=0{,}0563+0{,}1877+0{,}2816+0{,}2503=0{,}7759$$

11) Se va a construir una planta nuclear en cierta comunidad. Se sabe que el 80 % de la población se opone a la constucción de dicha planta y el 20 % restante está a favor.

a) Si se elige al azar una muestra de cinco personas, ¿cuál es la probabilidad de que tres o más estén a favor de la construcción?

b) Si se elige al azar una muestra de 20 personas, ¿cuál es la probabilidad de que todas estén en contra de la construcción?

**Sea X la variable aleatoria que expresa el número de personas que están a favor de la construcción de la planta nuclear.**

**a)**

**En este caso tenemos una distribución binomial de parámetros n = 5 y p = 0,2.**

$$P(x\geq 3)=P(x=3)+P(x=4)+P(x=5)=\binom{5}{3}\cdot 0{,}2^3\cdot 0{,}8^2+\binom{5}{4}\cdot 0{,}2^4\cdot 0{,}8^1+\binom{5}{5}\cdot 0{,}2^5\ 0{,}8^0=$$

$$=0{,}0512+0{,}0064+0{,}0003=0{,}0579$$

**b)**

**Ahora volvemos a tener una distribución binomial, pero cuyos parámetros son n = 20 y p = 0,2.**

$$P(x=0)=\binom{20}{0}\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^{20}=0{,}1153$$

12) Si el 20 % de las tartas elaboradas en una fábrica tienen trazas de nueces, ¿cuál es la probabilidad de que, entre cuatro tartas elegidas al azar, a lo sumo dos contengan trazas de nueces?

**X = número de tartas con trazas de nueces**
**p = probabilidad de tarta con trazas de nueces = 0,2**
**n = número de tartas seleccionadas = 4**
**Tenemos por tanto una distribución binomial B ( 4 ; 0,2 ).**

$$P(X=x)=\binom{n}{x}\cdot p^x\cdot q^{n-x}$$

$$P(x\leq 2)=P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)=\binom{4}{0}\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^4+\binom{4}{1}\cdot 0{,}2^1\cdot 0{,}8^3+\binom{4}{2}\cdot 0{,}2^2\cdot 0{,}8^2=$$

$$=0{,}4096+0{,}4096+0{,}1536=0{,}9728$$

**13)** **Una determinada raza de perros tiene cuatro cachorros en cada camada. Si la probabilidad de que un cachorro sea macho es de 0,55 :**

**a)** **Calcular la probabilidad de que en una camada dos exactamente sean hembras.**

**b)** **Calcular la probabilidad de que en una camada al menos dos sean hembras.**

a)

Como en una camada de cuatro cachorros quiero exactamente dos hembras, significa entonces que los otros dos cachorros tienen que ser machos.

$$P(x=2)=\binom{4}{2}\cdot 0{,}55^2\cdot 0{,}45^2=0{,}3675$$

b)

En este caso, queremos que al menos haya dos hembras, por lo tanto, la probabilidad que nos piden es que haya dos, uno o ningún macho, ya que habrá dos, tres o cuatro hembras.

$$P(x\le 2)=P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)=\binom{4}{0}\cdot 0{,}55^0\cdot 0{,}45^4+\binom{4}{1}\cdot 0{,}55^1\cdot 0{,}45^3+0{,}3675=$$

$$=0{,}041+0{,}2005+0{,}3675=0{,}609$$

**14)** **Si la probabilidad de que ocurra un suceso A es P ( A ) = 1 / 5, ¿cuál es el mínimo número de veces que hay que repetir el experimento para que la probabilidad de que ocurra al menos una vez el suceso A sea mayor que 1 / 2 ? ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra al menos dos veces A al realizar 5 veces el experimento?**

Sea $X$ la variable aleatorio que expresa el número de éxitos obtenidos en $n$ pruebas. Se trata de una distribución $B(n;\ 0{,}2)$.

$$P(x\ge 1)>\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ P(x<1)\le\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ P(x=0)\le\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ P(x=0)=\binom{n}{0}\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^n\le\frac{1}{2}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 0{,}8^n\le\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ n\ge 4$$

Por lo tanto, el número mínimo de veces que tenemos que repetir el experimento para que la probabilidad de que ocurra al menos una vez el suceso $A$ sea mayor que $\frac{1}{2}$ es $n=4$.

Se trata de una distribución $B(5;\ 0{,}2)$.

$$P(x\ge 2)=1-\left[P(x=0)+P(x=1)\right]=1-\left[\binom{5}{0}\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^5-\binom{5}{1}\cdot 0{,}2^1\cdot 0{,}8^4\right]=1-(0{,}3277+0{,}4096)=$$

$$=0{,}2627$$

15) Un agente de seguros vende pólizas a cinco personas de la misma edad y que disfrutan de buena salud. Según las tablas actuariales, la probabilidad de que una persona en estas condiciones viva 30 años o más es 2 / 3. Hállese la probabilidad de que, transcurridos 30 años, vivan :

a) Las cinco personas.

b) Al menos tres personas.

c) Exactamente dos personas.

Tenemos una distribución binomial $B\left(5,\ \frac{2}{3}\right)$.

a)

$$P(x=5)=\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0=\left(\frac{2}{3}\right)^5=0{,}132$$

b)

$$P(x\geq 3)=P(x=3)+P(x=4)+P(x=5)=\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2+\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1+\binom{5}{5}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0=$$

$$=10\cdot(0{,}296)\cdot(0{,}111)+5\cdot(0{,}198)\cdot(0{,}333)+(0{,}132)=0{,}791$$

c)

$$P(x=2)=\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3=10\cdot(0{,}444)\cdot(0{,}037)=0{,}164$$