DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. EJERCICIOS RESUELTOS

1. El temario de una oposición consta de 90 temas y un opositor sólo sabe 30 de ellos. Se eligen al azar dos temas. a) Calcula la probabilidad de que el opositor no sepa ninguno. b) ¿Cuál es la probabilidad de que sepa por lo menos uno?

<u>Solución:</u>

X= "Nº de temas que sabe el opositor".

n= 2 temas independientes.

p=P(saber)= $\frac{30}{90}=\frac{1}{3}$ $\qquad X \in B(2,\frac{1}{3})$

q=P(no saber)= $\frac{2}{3}$

a) $P(X=0)=\binom{8}{0}\ (\frac{1}{3})^{0} \cdot (\frac{2}{3})^{8} = 1 \cdot 1 \cdot (\frac{2}{3})^{8} = 0{,}039$

b) $P(X \geq 1)=1-P(X=0) = 1-0{,}039=0{,}961$

2. En una asociación juvenil el 60% de los socios juegan al balonmano. En un momento dado se trata de reunir gente para formar un equipo, por lo que se pregunta a un grupo de 20 socios si practican dicho deporte. a) Describe la variable aleatoria que representa el número de individuos del grupo que lo practican. b) ¿Cuál es la probabilidad de que en el grupo haya tres o más personas que jueguen al balonmano? ¿Cuántos socios del grupo se espera que lo practiquen?

<u>Solución:</u>

a) X= "Nº de socios que practican el balonmano".

n= 20 socios independientes.
p=P(practicar el balonmano)=0,6 $\qquad X \in B(20{,}0.6)$
q=P(no practicar el balonmano)=0,4

b) $P(X \geq 3)=1-P(X<3)=1-P(X=0)-P(X=1)-P(X=2)$

$P(X=2)=\binom{20}{2}0{,}6^{2} \cdot 0{,}4^{18} = 190 \cdot 0{,}36 \cdot 6{,}87 \cdot 10^{-8} = 4{,}7 \cdot 10^{-6}$

$P(X=1)=\binom{20}{1}0{,}6^{1} \cdot 0{,}4^{19} = 20 \cdot 0{,}6 \cdot 2{,}75 \cdot 10^{-8} = 3{,}3 \cdot 10^{-7}$

$P(X=0)=\binom{20}{0}0{,}6^0 \cdot 0{,}4^{20} = 1 \cdot 1 \cdot 1{,}1\cdot 10^{-8} = 1{,}1\cdot 10^{-8}$

$P(X \geq 3) = 1 - 1{,}1\cdot 10^{-8} - 3{,}3\cdot 10^{-7} - 4{,}7\cdot 10^{-6} = 0{,}999995$

Número esperado de socios del grupo que se espera que practiquen el balonmano:

$20 \cdot 0{,}6 = 12$ socios

3. Una empresa dedicada a la venta de un determinado tipo de artículo, que ofrece a sus habituales clientes dos formas de pago: "pago al contado" o "pagado aplazado", sabe que el 30% de las unidades adquiridas de dicho artículo lo son bajo la forma de "pago al contado". Si en un período de tiempo determinado se adquirieron 6 unidades, determinar la probabilidad de que: a) Dos unidades o más hayan sido "al contado". b) Dos unidades o menos, hayan sido con "pago aplazado".

Solución:

X= "Nº de unidades pagadas al contado".

N= 6 unidades independientes.
p=P(pago al contado)=0,3
q=P(pago aplazado)=0,7

$X \in B(6, 0.3)$

a) $P(X\geq 2)=1-P(X<2)=1-P(X=0)-P(X=1)$

$P(X=1)=\binom{6}{1}0{,}3^1 \cdot 0{,}7^5 = 6 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^5 = 0{,}302526$

$P(X=0)=\binom{6}{0}0{,}3^0 \cdot 0{,}7^6 = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}7^6 = 0{,}117649$

$P(X\geq 2) = 1 - 0{,}302526 - 0{,}117649 = 0{,}5798$

b) Si dos unidades o menos son con pago aplazado, cuatro o más son con pago al contado:

$P(X\geq 4)=P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)$

$P(X=4)=\binom{6}{4}0{,}3^4 \cdot 0{,}7^2 = 15 \cdot 0{,}3^4 \cdot 0{,}7^2 = 0{,}059535$

$P(X=5)=\binom{6}{5}0{,}3^5 \cdot 0{,}7^1 = 6 \cdot 0{,}3^5 \cdot 0{,}7 = 0{,}010206$

$P(X=6)=\binom{6}{6}0{,}3^6 \cdot 0{,}7^0 = 1 \cdot 0{,}3^6 \cdot 1 = 0{,}000729$

$P(X\geq 4) = 0{,}059535 + 0{,}010206 + 0{,}000729 = 0{,}07047$

4. En una ciudad el 40% de los hogares están asegurados contra incendios. Para hacer una encuesta en la zona, una compañía de seguros selecciona 10 hogares al azar. Se pide:

a) Número de hogares que se espera estén asegurados.

b) Probabilidad de que la mitad de los hogares esté asegurado.

c) Probabilidad de que ninguno esté asegurado.

d) Probabilidad de que alguno esté asegurado.

e) Probabilidad de que como máximo tres no estén asegurados.

Solución:

X= "Nº de hogares asegurados contra incendios".

N= 10 hogares independientes.
p=P(estar asegurado)=0,4
q=P(no estar asegurado)=0,6

$X \in B(10{,}0.4)$

a) El número de hogares que se espera que estén asegurados es el promedio o esperanza matemática: $10 \cdot 0{,}4 = 4$ hogares

b) $P(X=5)=\binom{10}{5}0{,}4^5 \cdot 0{,}6^5 = 252 \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^5 = 0{,}200658$

c) $P(X=0)=\binom{10}{0}0{,}4^0 \cdot 0{,}6^{10} = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}6^{10} = 0{,}00605$

d) $P(X\geq 1)=1-P(X<1)=1-P(X=0)$

$P(X\geq 1) = 1 - 0{,}00605 = 0{,}99395$

e) $P(X\geq 7)=P(X=7)+P(X=8)+P(X=9)+P(X=10)$

$P(X=7)=\binom{10}{7}0{,}4^7 \cdot 0{,}6^3 = 120 \cdot 0{,}4^7 \cdot 0{,}6^3 = 0{,}0425$

$P(X=8)=\binom{10}{8}0{,}4^8 \cdot 0{,}6^2 = 45 \cdot 0{,}4^8 \cdot 0{,}6^2 = 0{,}0106$

$P(X=9)=\binom{10}{9}0,4^9 \cdot 0,6 = 10 \cdot 0,4^9 \cdot 0,6 = 0,0016$

$P(X=10)=\binom{10}{10}0,4^{10} \cdot 0,6^0 = 1 \cdot 0,4^{10} \cdot 1 = 0,000105$

$P(X\geq 7)=0,0425+0,0106+0,0016+0,000105=0,054805$

5. A una reunión fueron convocadas 8 personas. Cada persona puede acudir o no, con independencia de lo que hagan las demás. Si la probabilidad de que acuda cada una de ellas es 0,85, calcular la probabilidad de que: a) Asistan todas. b) Asistan más de 6. c) Asista por lo menos la mitad.

<u>Solución:</u>

X= "Nº de personas que asisten a la reunión".

n= 8 personas independientes.
p=P(asistir)=0,85
q=P(no asistir)=0,15

$X\in B(8{,}0.85)$

a) $P(X=8)=\binom{8}{8}0,85^8 \cdot 0,15^0 = 1 \cdot 0,85^8 \cdot 1 = 0,2725$

b) $P(X>6)=P(X=7)+P(X=8) =0,3847+0,2725=0,6572$

$P(X=7)=\binom{8}{7}0,85^7 \cdot 0,15^1 = 8 \cdot 0,85^7 \cdot 0,15 = 0,3847$

c) $P(X\geq 4)=P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)$

$P(X=4)=\binom{8}{4}0,85^4 \cdot 0,15^4 = 70 \cdot 0,85^4 \cdot 0,15^4 = 0,0185$

$P(X=5)=\binom{8}{5}0,85^5 \cdot 0,15^3 = 56 \cdot 0,85^5 \cdot 0,15^3 = 0,0839$

$P(X=6)=\binom{8}{6}0,85^6 \cdot 0,15^2 = 28 \cdot 0,85^6 \cdot 0,15^2 = 0,2376$

$P(X\geq 4) =0,0185+0,0839+0,2376+0,3847+0,2725=0,9972$

6. Suponiendo que cada nacido tenga probabilidad de 0,49 de ser varón, hallar la

probabilidad de que una familia con tres hijos tenga: a) Dos niños y una niña. b) Por lo menos dos niños.

Solución:

X= "Nº de niños nacidos".

n= 3 hijos independientes.
p=P(niño)=0,49
q=P(niña)=0,51

$X \in B(3,0.49)$

a) $P(X=2)=\binom{3}{2}0,49^{2} \cdot 0,51^{1} = 3 \cdot 0,2401 \cdot 0,51 = 0,3674$

b) $P(X \geq 2)=P(X=2)+P(X=3)$

$P(X=3)=\binom{3}{3}0,49^{3} \cdot 0,51^{0}= 1 \cdot 0,49^{3} \cdot 1 = 0,1176$

$P(X \geq 2)=0,3674+0,1176=0,485$

7. El 85% de la población considera que los tratamientos de psicoterapia son caros. Elegida una muestra al azar formada por siete individuos, se pide: a) Probabilidad de que todos los consideren caros. b) Probabilidad de que ninguno lo considere caro. c) Probabilidad de que por lo menos tres los consideren caros.

Solución:

X= "Nº de individuos que consideran que los tratamientos de fisioterapia son caros".

N= 7 individuos independientes.
p=P(considerar caro)=0,85
q=P(no considerar caro)=0,15

$X \in B(7,0.85)$

a) $P(X=7)=\binom{7}{7}0,85^{7} \cdot 0,15^{0} = 1 \cdot 0,85^{7} \cdot 1 = 0,3206$

b) $P(X=0)=\binom{7}{0}0,85^{0} \cdot 0,15^{7} = 1 \cdot 0,15^{7} = 1,71 \cdot 10^{-6}$

c) $P(X \geq 3)=1-P(X<3)=1-P(X=0)-P(X=1)-P(X=2)$

$P(X=1)=\binom{7}{1}0,85^{1} \cdot 0,15^{6} = 7 \cdot 0,85 \cdot 0,15^{6} = 6,78 \cdot 10^{-5}$

$$P(X=2)=\binom{7}{2}0,85^{2}\cdot 0,15^{5}=21\cdot 0,85^{2}\cdot 0,15^{5}=1,15\cdot 10^{-3}$$

$$P(X\geq 3)=1-1,71\cdot 10^{-6}-6,78\cdot 10^{-5}-1,15\cdot 10^{-3}=0,9988$$