RELACIÓN ENTRE LA ACELERACIÓN TANGENCIAL " a_t " Y LA ACELERACIÓN ANGULAR "α"

Se sabe: $a_t = \dfrac{\Delta V}{t}$ (I)

También: $\Delta V = \Delta \omega R$

Sustituyendo en (I):

$$a_t = \frac{\Delta \omega R}{t} \quad ; \text{ de donde:}$$

$$\boxed{a_t = \alpha R}$$

Donde: a_t = aceleración tangencial

α = aceleración angular

R = radio de giro

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 1. Al desconectar la corriente a un motor eléctrico su velocidad de 1 700 R.P.M. desciende a 1 000 R.P.M. en 2 s. Calcular:

a) La desaceleración.

b) El número de vueltas que da durante ese tiempo.

RESOLUCIÓN :

ω_i = 1 700 R.P.M. a) α = ?

ω_f = 1 000 R.P.M. b) θ = ?

t = 2 s

a) Sabiendo: $\omega_f = \omega_i + \alpha t$

De donde: $\alpha = \dfrac{\omega_f - \omega_i}{t}$

Sustituyendo datos:

$$\alpha = \frac{1\,000 \text{ R.P.M.} - 1\,700 \text{ R.P.M.}}{2\,s}$$

$$\alpha = -350 \frac{\text{R.P.M.}}{s}$$

$$\alpha = -350 \frac{\text{revolución}}{\text{min} \times s}$$

$$\alpha = -350 \frac{2\pi \text{ rad}}{60\, s^2}$$

Rpta.: $\alpha = -11{,}67\,\pi \dfrac{\text{rad}}{s^2}$

b) por fórmula: $\omega_m = \dfrac{\omega_i + \omega_f}{2} = \dfrac{\theta}{t}$

De donde: $\theta = \dfrac{t\,(\omega_i + \omega_f)}{2}$

Sustituyendo los datos:

$$\theta = \frac{t\,(1\,700 \text{ R.P.M.} + 1\,000 \text{ R.P.M.})}{2}$$

$$\theta = 22{,}5 \frac{\text{rev}}{s} \times 2\,s$$

Rpta.: θ = 45 rev = 45 vueltas

PROBLEMA 2. ¿Cuál será el número de revoluciones que da la rueda de un carro que está aumentando su velocidad, de 4 m/s a 10 m/s en 8 s? La rueda tiene un radio de 25 cm.

RESOLUCIÓN : Espacio angular:

$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (1)$$

Pero: $V_i = \omega_i R$

$$\therefore \qquad \omega_i = \frac{V_i}{R} \qquad (2)$$

(2) en (1): $\theta = \dfrac{V_i}{R} t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2$ (3)

Por otra parte: $a_t = \dfrac{\Delta V_t}{\Delta t} = \dfrac{V_f - V_i}{\Delta t}$

Donde: $V_f = 30\, m/s$ $\Delta t = 8\, s$

$V_i = 4\, m/s$

Sustituyendo valores:

$$a_t = \frac{30 - 4}{8} = \frac{13}{4}\, m/s^2$$

Además: $a_t = \alpha R \Rightarrow \alpha = \dfrac{a_t}{R}$

$$\alpha = \frac{\frac{13}{4}\ m/s^2}{0{,}25\ m} = 13\ rad/s^2$$

Reemplazando valores en (3):

$$\theta = \frac{4}{0{,}25} \times 8 + \frac{1}{2} \times 13 \times 64$$

$$\theta = 128 + 416 = 544\ rad$$

$$N^\circ \text{ de vueltas} = \frac{544}{2\pi} = 86{,}58$$

Rpta.: 86,58 vueltas

PROBLEMA 3. Un motor gira a 1 700 R.P.M., disminuye uniformemente hasta 200 R.P.M., realizando 100 revoluciones. Calcular:

a) La desaceleración angular.
b) El tiempo para detenerse a partir del momento en que está a 200 R.P.M.

RESOLUCIÓN :

a) $$\theta = \frac{t(\omega_i + \omega_f)}{2}$$

$$\therefore\ t = \frac{2\theta}{\omega_i + \omega_f}$$

$$t = \frac{2(100)}{200 + 1\,700}$$

$$\therefore\ t = \frac{2}{19}\ min \qquad (1)$$

Este tiempo corresponde a lo que tarda en variar el valor de su velocidad angular de 1 700 R.P.M. a 200 R.P.M.

Cálculo de α: Sabiendo que:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} \qquad (2)$$

Reemplazando (1) en (2) y considerando:

$\omega_i = 1\,700$ R.P.M. ; $\omega_f = 200$ R.P.M.

$$\alpha = \frac{200 - 1\,700}{\frac{2}{19}}\ \frac{rev}{min^2}$$

$$\alpha = -750 \times 19\ \frac{rev}{min^2}$$

$$\alpha = -\frac{750 \times 19 \times 2\pi}{3600}\ \frac{rad}{s^2}$$

$$\therefore\ \alpha = -24{,}87\ \frac{rad}{s^2}$$

b) Utilizando la fórmula de (II) :

$$t = \frac{\omega_f - \omega_i}{\alpha}$$

$$t = \frac{0 - 200}{-750 \times 19}\ min$$

$$t = \frac{200}{700 \times 19}\ min \times \frac{60\ s}{1\ min}$$

$$t = 0{,}84\ s$$

PROBLEMA 4. Un punto se mueve por una circunferencia cuyo radio R = 20 cm, con una acelración tangencial constante $a_t = 5\ cm/s^2$. ¿Cuánto tiempo a partir del momento en que empieza a moverse el punto, deberá trancurrir para que la aceleración normal o centrípeta, sea igual a la aceleración tangencial?

RESOLUCIÓN:

Se sabe que: $$a_t = \frac{V}{t} \qquad (1)$$

y que: $$a_C = \frac{V^2}{R} \qquad (2)$$

De (1): $$t = \frac{V}{a_t} \qquad (3)$$

De (2): $$V = \sqrt{a_C R} \qquad (4)$$

Reemplazando (4) en (3): $$t = \frac{\sqrt{a_C R}}{a_t}$$

Si: $$a_C = a_t = 5\ \frac{cm}{s^2}$$

y: $$R = 20\ cm$$

Reemplazando: $$t = \frac{\sqrt{5\ cm/s^2 \times 20\ cm}}{5\ cm/s^2}$$

Rpta.: $t = 2\ s$

PROBLEMA 5. Un móvil marcha a razón de 80 km/h. El chofer aplica los frenos y empieza a desacelerar a razón de 5 m/s². Si las ruedas tienen un diámetro de 50 cm. Calcular cuántas vueltas darán las ruedas hasta detenerse. Tomar en cuenta que no ha habido deslizamiento o patinaje.

RESOLUCIÓN : $V = 80\,km/h$

$V = 80\,km/h \qquad \theta = ?$

$a_t = -5\,m/s^2$

$d = 50cm$

Cálculo de la velocidad en m/s:

$$V = 80\,\frac{1\,000\,m}{3\,600\,s} = 22{,}2\,m/s$$

Cálculo de la velocidad angular de las ruedas:

Sabiendo: $V = \omega R$, luego:

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{22\,m/s}{0{,}25\,m} = 88{,}8\,rad/s$$

En revoluciones por segundo:

$$\omega = \frac{88{,}8}{2\pi}\,\frac{rev}{s} = 14{,}13\,\frac{rev}{s} \qquad (1)$$

Por otro lado: $\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\,\alpha\,\theta$

Pero: $\omega_f = 0 \quad \therefore \quad 0 = \omega_i^2 + 2\,\alpha\,\theta$

De donde: $\theta = \dfrac{\omega_i^2}{2\,\alpha} \qquad (2)$

Cálculo de α en rev/s^2:

$$\alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{-5\,m/s^2}{0{,}25\,m/rad} = -20\,\frac{rad}{s^2}$$

$$\alpha = -20\,\frac{rev}{2\pi\,rad} \times \frac{rad}{s^2}$$

de donde: $\alpha = -3{,}18\,\dfrac{rev}{s^2} \qquad (II)$

sustituyendo valores en (2):

$$\theta = \frac{(14{,}13\,rev/s)^2}{2(-3{,}18\,rev/s^2)} \quad ; \text{ de donde:}$$

Rpta.: $\theta = 31{,}39\,rev$

PROBLEMA 6. En 30 s, una rueda de 5 dm de diámetro, que sale del reposo, acelera uniformemente hasta 3 000 rev/min. Calcular la aceleración angular y tangencial.

RESOLUCIÓN : $t = 30\,s$

$\alpha = ? \qquad D = 5\,dm$

$\omega_f = 3\,000\,rev/min$

a) Sabemos que: $\omega_f = \omega_i + \alpha\,t$

de donde: $\alpha = \dfrac{\omega_f - \omega_i}{t}$

$$\alpha = \frac{3\,000\,\frac{rev}{min} - 0}{30\,s} = 100\,\frac{rev}{min \times s}$$

$$\alpha = 100 \times \frac{2\pi\,rad}{60\,s \times s}$$

$$\alpha = 10{,}47\,\frac{rad}{s^2}$$

b) $a_t = \alpha R = 10{,}47\,\dfrac{rad}{s^2} \times 0{,}25\,m$

Rpta.: $a_t = 2{,}62\,m/s^2$

PROBLEMA 7. Calcular el número de revoluciones que dio la rueda del problema anterior hasta adquirir la velocidad de 3 000 rev/min.

RESOLUCIÓN :

Calculando la velocidad media:

$$\omega_m = \frac{\omega_f + \omega_i}{2}$$

Pero: $\omega_i = 0$

$$\therefore \quad \omega_m = \frac{3\,000\,rev/min}{2}$$

$$\omega_m = 25\,rev/s$$

Luego: $\theta = \omega_m t = 25 \frac{rev}{s} \times 30\,s$

Rpta.: $\theta = 750\,rev$

PROBLEMA 8. Una barra delgada de 1 m de longitud gira en un plano horizontal, alrededor de uno de sus extremos. En el tiempo de 6 s aumenta su velocidad de 30 rev/s a 40 rev/s. Calcular:

a) Velocidad lineal en su punto medio al principio y al final de ese intervalo.

b) La aceleración angular y tangencial.

RESOLUCIÓN :

$L = 1\,m$	a) $V_i = ?$
$t = 6\,s$	b) $V_f = ?$
$\omega_i = 30\,rev/s$	c) $\alpha = ?$
$\omega_f = 40\,rev/s$	d) $a_t = ?$

a) $V_i = \omega_i R = 30 \frac{rev}{s} \times 0{,}50\,m$

$$V_i = 30 \frac{2\pi\,rad}{s} \times 0{,}50\,m$$

Rpta.: $V_i = 30\pi\,m/s$

b) $V_f = \omega_f R = 40 \frac{rev}{s} \times 0{,}50\,m$

$$V_f = 40 \frac{2\pi\,rad}{s} \times 0{,}50\,m$$

Rpta.: $V_f = 40\pi\,m/s$

c) $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$

$$\alpha = \frac{40 \frac{rev}{s} - 30 \frac{rev}{s}}{6\,s}$$

$$\alpha = \frac{10}{6} \frac{rev}{s^2} = \frac{10}{6} \cdot \frac{2\pi\,rad}{s^2}$$

Rpta.: $\alpha = 3{,}33\,\pi\,rad/s^2$

d) $a_t = \alpha R$

$$a_t = 3{,}33\,\pi \frac{rad}{s^2} \times 0{,}50 \frac{m}{rad}$$

Rpta.: $a_t = 1{,}67\,\pi\,m/s^2$

PROBLEMA 9. Una polea que parte del reposo, en 0,8 s tiene una velocidad de 300 R.P.M. Durante 5 s gira a esta velocidad, finalmente frena y se detiene en 0,3 s. Calcular el número de revoluciones que ha dado.

RESOLUCIÓN :

	$t_1 = 0{,}8\,s$
$\omega = 300\,R.P.M.$	$t_2 = 5\,s$
$\theta_T = ?$	$t_3 = 0{,}3\,s$

Primera fase: $\theta_1 = \frac{\omega_i + \omega_f}{2} \cdot t_1$

$$\theta_1 = \frac{0 + 300 \frac{rev}{min}}{2} \times 0{,}8\,s$$

$$\theta_1 = 2\,rev \qquad (1)$$

Segunda fase:

$$\theta_2 = \omega_f t_2 = 300 \frac{rev}{min} \times 5\,s$$

$$\theta_2 = 25\,rev \qquad (2)$$

Tercera fase: $\theta_3 = \frac{\omega_i + \omega_f}{2} \cdot t_3$

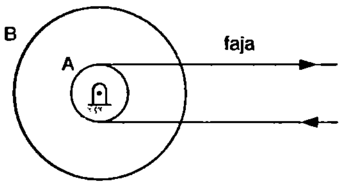
$$\theta_3 = \frac{300 \frac{rev}{min} + 0}{2} \times 0{,}3\,s$$

$$\theta_3 = 0{,}75\,rev$$

Luego: $\theta_T = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$

Rpta.: $\theta_T = 27{,}75\,rev$

PROBLEMA 10. Una faja cuya velocidad lineal es de 40 m/s y cuya aceleración de 8 m/s², mueve una polea "A" de 10 cm de diámetro, a la cual se encuentra solidaria otra polea "B" de 50 cm de diámetro, conforme muestra la figura. Calcular la velocidad y aceleración tangenciales del punto B.



RESOLUCIÓN : $V_A = 40\ m/s$

a) $V_B = ?$ $\quad a_A = 8\ m/s^2$

b) $a_B = ?$ $\quad D_A = 10\ cm$

$D_B = 50\ cm$

Las velocidades angulares de los puntos A y B son iguales. La velocidad lineal de la faja es igual al de la polea chica.

a) Se sabe que: $V = \omega R$

de donde: $\omega = \dfrac{V}{R}$; luego:

Pero ya se sabe que: $\omega_A = \omega_B$

Luego:

$$V_B = \omega_B R = 400\ \frac{rad}{s} \times 0{,}25\ \frac{m}{rad}$$

Rpta.: $V_B = 100\ m/s$

b) $a_A = \alpha_A R_A$, de donde:

$$\alpha_A = \frac{a_A}{R_A} \text{ , luego:}$$

$$\alpha_A = \frac{8\ \frac{m}{s^2}}{0{,}1\ \frac{m}{rad}} = 80\ \frac{rad}{s^2}$$

$$\alpha_A = 80\ \frac{rad}{s^2}$$

Pero ya se dijo que: $\alpha_A = \alpha_B$

Luego: $a_B = \alpha_B R_B = 80\ \dfrac{m}{s^2} \times 0{,}25\ \dfrac{m}{s}$

Rpta.: $a_B = 20\ m/s^2$

PROBLEMA 11. Una llanta de 60 cm de diámetro pasa del reposo a 300 R.P.M. en 20 s. Calcular, 1 segundo después de partir del reposo:

a) ¿Cuál será la velocidad tangencial en la periferia?
b) ¿Cuál será la aceleración tangencial en la periferia?

RESOLUCIÓN : $D = 60\ cm$

a) $V_t = ?$ $\quad \omega = 300\ R.P.M.$

b) $a_t = ?$ $\quad t = 20\ s$

$t_1 = 1\ s$

Cálculo de la aceleración angular:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{300\ R.P.M. - 0}{20\ s}$$

$$\alpha = \frac{300\ rev}{60 \times 20 \times s \times s} = \frac{1\ rev}{4\ s^2}$$

$$\alpha = \frac{2\pi\ rad}{4\ s^2} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{rad}{s^2} \qquad (1)$$

Cálculo de la velocidad angular al cabo de 1 s

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t = 0 + \frac{\pi}{2}\ \frac{rad}{s^2} \times 1\ s$$

$$\omega_f = \frac{\pi}{2}\ \frac{rad}{s} \qquad (2)$$

a) Cálculo de la velocidad tangencial:

$$V_t = \omega R = \frac{\pi}{2}\ \frac{rad}{s} \times 0{,}30\ m$$

de donde: $V_t = 0{,}15\ \pi\ m/s$

b) Cálculo de la aceleración tangencial:

$$a_t = \alpha R = \frac{\pi}{2}\ \frac{rad}{s^2} \times 0{,}30\ m$$

de donde: $a_t = 0{,}15\ \pi\ m/s^2$

PROBLEMA 12. Un disco desarrolla un M.C.U.V. y acelera a razón de $4\pi\ rad/s^2$. Si emplea un tiempo "t" en dar la tercera parte del número de vueltas total, ¿cuál debe ser la velocidad angular inicial para que las dos terceras partes restantes las haga también en un tiempo "t" ?

RESOLUCIÓN : Por fórmula:

$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

Para el tramo total.

$$\theta = \omega_i(2t) + \frac{1}{2}4\pi(2t)^2$$

$$\theta = 2\omega_i t + 8\pi t^2 \qquad (1)$$

Para el primer tramo:

$$\frac{\theta}{3} = \omega_i t + \frac{1}{2}4\pi t^2$$

$$\frac{\theta}{3} = \omega_i t + 2\pi t^2$$

$$\theta = 3\omega_i t + 6\pi t^2 \qquad (2)$$

Igualando (1) y (2):

$$3\omega_i t + 6\pi t^2 = 2\omega_i t + 8\pi t^2$$

$$\omega_i t = 2\pi t^2$$

Rpta.: $\omega_i = 2\pi t$

PROBLEMA 13. Un motor que gira a 1 600 R.P.M. se detiene en 20 s una vez desconectado. ¿Cuántas vueltas ha dado hasta detenerse?

RESOLUCIÓN : $\theta = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right)t$

$\omega_f = 0$ $\qquad t = 20\,s = \frac{1}{3}\,min$

$\omega_i = 1\,800$ R.P.M.

Reemplazando:

Rpta.: $\theta = \left(\frac{1\,800}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = 300\,rev$

PROBLEMA 14. Un volante de 30 cm de radio, parte del reposo y empieza a moverse con una aceleración de $0{,}5\pi\,rad/s^2$. Calcular su aceleracion tangencial en el instante de haber girado un ángulo de π^2 rad y la velocidad angular en ese instante.

RESOLUCIÓN :

a) $\qquad a_t = \alpha R$

de donde: $\quad \alpha = 0{,}5\pi\,\frac{rad}{s^2}$

y: $\quad R = 30\,cm$

$$a_t = \left(0{,}5\pi\,\frac{cm}{s^2}\right)(30)$$

$$\therefore \quad a_t = 15\pi\,\frac{cm}{s^2} = 0{,}15\pi\,\frac{m}{s^2}$$

a) $\qquad \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$

$$\omega_f^2 = 0 + 2(0{,}5\pi)\pi^2 = \pi^3$$

$$\therefore \quad \omega_f = \pi\sqrt{\pi}$$

PROBLEMA 15. Una rueda tiene una aceleración constante de 3 rad/s². En un intervalo de 4 s gira un ángulo de 120 radianes. Suponiendo que la rueda partió del reposo. ¿Cuánto tiempo había estado en movimiento antes de ese intervalo de 4 s?

RESOLUCIÓN :

Para el intervalo de 4 s:

$$\theta = \omega_i \cdot t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$120 = \omega_i(4) + \frac{3(4)^2}{2}$$

De donde: $\quad \omega_i = 24\,\frac{rad}{s}$

Pero el intervalo entre (0) s y "t" s:

a) $\qquad \omega'^2_f = \omega'^2_i + 2\alpha\theta'$

En este caso: $\quad \omega'_f = \omega_i$

Reemplazando en la fórmula:

$$(24)^2 = 0 + 2(23)\theta'$$

Resolviendo: $\theta' = 96\,rad$

Por otra parte: $\theta' = \left(\frac{\omega_i' + \omega_f'}{2}\right)t$

Reemplazando: $96 = \left(\frac{0 + 24}{2}\right) t$

Rpta.: $t = 8\ s$

PROBLEMA 16. Un volante tiene una velocidad angular inicial ω_i. Deducir una fórmula para calcular el ángulo girado para un intervalo de tiempo determinado. Se sabe que la aceleración angular es α.

RESOLUCIÓN : $\theta_{n'} = \theta_{n\,s} - \theta_{(n-1)\,s}$ (1)

n' : enésimo segundo

a) Para n segundos:

$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad (2)$$

$$\theta_{n\,s} = \omega_i n + \frac{1}{2}\alpha n^2$$

b) Para (n - 1) s:

$$\theta_{(n-1)\,s} = \omega_i (n-1) + \frac{1}{2}\alpha (n-1)^2 \quad (3)$$

Sustituyendo (2) y (3) en (1):

$$\theta_{n'} = (\omega_i n + \frac{1}{2}\alpha n^2) - [\omega_i (n-1) + \frac{1}{2}\alpha (n-1)^2]$$

$$\theta_{n'} = \omega_i n + \frac{1}{2}\alpha n^2 - \omega_i n + \omega_i - \frac{1}{2}\alpha (n-1)^2$$

$$\theta_{n'} = \omega_i + \frac{1}{2}\alpha [n^2 - (n-1)^2]$$

Efectuando:

Rpta.: $\theta_{n'} = \omega_i + \frac{1}{2}\alpha (2n-1)$

PROBLEMA 17. ¿Cuántas vueltas dará una rueda durante el 5to segundo, sabiendo que partió del reposo y su aceleración angular es de 20 rad/s^2?

RESOLUCIÓN :

Usando la fórmula deducida en el problema anterior donde $\omega_i = 0$:

$$\theta_{5to} = 0 + \frac{1}{2}\alpha (2n - 1)$$

$$\theta_{5to} = \frac{1}{2} \times 20 (2 \times 5 - 1)$$

$$\theta_{5to} = 90\ rad$$

Para saber el número de vueltas:

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{90\ rad}{2\pi\ rad / vuelta}$$

Rpta.: $N = \frac{45}{\pi}$ vueltas $= 90\ rad$

PROBLEMA 18. ¿En cuánto tiempo hubiese dado el mismo número de vueltas a partir del reposo (problema anterior).

RESOLUCIÓN : $\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

Pero: $\omega_i = 0$

$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$, de donde:

$$t = \sqrt{\frac{2\theta}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \times 90\ rad}{20\ rad / s^2}} = 3\ s$$

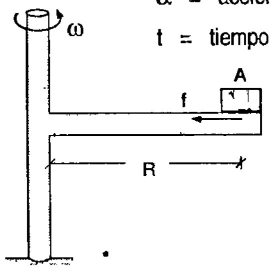
PROBLEMA 19. Un bloque A permanece en reposo sobre un brazo horizontal que gira alrededor de un eje vertical. Si el brazo está inicialmente en reposo en el instante $t = 0$ y se acelera con un valor de α rad / s^2. Hallar una expresión para la aceleración total del bloque en el tiempo "t" y el ángulo que forma la aceleración total y el radio "R".

RESOLUCIÓN : f = fuerza de rozamiento

R = radio

α = aceleración angular

t = tiempo



$$a_{total} = \sqrt{a_t^2 + a_c^2} \qquad (1)$$

$$a_t = \alpha R \qquad (2)$$

$$a_c = \omega^2 R \qquad (3)$$

Por otra parte: $\omega = \omega_i + \alpha t$

$$\omega_i = 0 \quad \therefore \quad \omega = \alpha t \qquad (4)$$

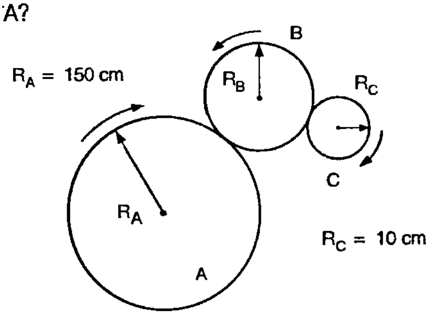
(4) en (3): $a_c = \alpha^2 t^2 R \qquad (5)$

(2) y (5) en (1):

$$a_{total} = \sqrt{\alpha^2 R^2 + \alpha^4 t^4 R^2}$$

Rpta.: $a_{total} = \alpha R \sqrt{1 + \alpha^2 t^4}$

PROBLEMA 20. Entre las ruedas de la figura no hay resbalamiento y empiezan a girar a partir del reposo. Si la rueda C acelera a razón de 10p rad/s² durante un minuto. ¿Cuántas vueltas giró la rueda A?



RESOLUCION :

Las aceleraciones tangenciales en A y en C son iguales.

$$a_A = a_C$$

Pero recordando que: $a = \alpha R$

$$\therefore \quad \alpha_A R_A = \alpha_C R_C$$

Sustituyendo datos:

$$\alpha_A\,(150\text{ cm}) = \left(10\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)(10\text{ cm})$$

$$\alpha_A = \frac{10}{15}\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Luego el ángulo girado en 60 s será.

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{\frac{10\pi}{15}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \times (60)^2}{2}$$

$$\theta = 1\,200\pi \text{ rad}$$

Cálculo del número de vueltas:
Se divide el valor del ángulo girado entre lo que vale una vuelta: 2π:

$$N = \frac{1\,200\pi\text{ rad}}{2\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{vuelta}}}$$

Rpta.: N = 600 vueltas

PROBLEMA 21. Una rueda gira a razón de 1 000 R.P.M. Si se retira la fuerza que mantiene dándole vueltas, se detiene después de 100 vueltas. ¿Cuánto tardó la última vuelta?

RESOLUCIÓN: Cálculo del tiempo que tardó hasta detenerse:

Sabiendo que:

$$\theta = \left(\frac{\omega_f + \omega_i}{2}\right) t \qquad (I)$$

donde: $\theta = 100 \times 2\pi \text{ rad} \qquad (1)$

$$\omega_f = 0 \qquad (2)$$

$$\omega_i = \frac{1\,000 \times 2\pi\text{ rad}}{60\text{ s}}$$

$$\omega_i = 33{,}33\,\pi\ \text{rad/s} \qquad (3)$$

Sustituyendo (1), (2) y (3) en (I):

$$100 \times 2\pi\,\text{rad} = \frac{33{,}33\pi\,\text{rad}}{2 \times \text{s}} \times t$$

de donde $t = 12\ \text{s}$

Cálculo de la aceleración:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{0 - 33{,}33\pi\,\text{rad/s}}{12\,\text{s}}$$

$$\alpha = -2{,}78\pi\ \text{rad/s}^2$$

Cálculo de la velocidad después de 99 vueltas:

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$$

$$\omega_f^2 = \left(33{,}33\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 + 2\left(-2{,}78\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right) \times$$

$$\times\ (99 \times 2\pi\,\text{rad})$$

$$\omega_f^2 = 1\,110{,}9\pi^2\,\frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2} - 1\,100{,}9\pi^2\,\frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}$$

$$\omega_f = 3{,}16\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Recordando otra vez que: $\theta = \dfrac{\omega_f + \omega_i}{2} \times t$

$$\therefore \qquad t = \frac{2\theta}{\omega_f + \omega_i}$$

En este caso, como es para la última vuelta, $\omega_f = 0$; ω_i es lo que fue la velocidad al final de la 99na vuelta, es decir:

$$\omega_i = 3{,}16\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad ; \quad \theta = 2\pi$$

Sustituyendo valores en (II):

$$t = \frac{2 \times 2\pi\,\text{rad}}{3{,}16\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

de donde finalmente: Rpta.: $t = 1{,}27\ \text{s}$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Una rueda de 40 cm de diámetro, parte del reposo y acelera uniformemente, hasta 4 000 rev/min después de 40 s, calcular su aceleración angular y su aceleración tangencial.

Rpta.: a) 10,47 rad/s^2
b) 2,094 m/s^2

2. En el problema anterior, ¿cuántas revoluciones habrá dado la rueda cuando su velocidad sea de 400 rev/min?

Rpta.: $\dfrac{40}{3}$ rev.

3. Una varilla delgada de 0,3 m de longitud gira horizontalmente alrededor de uno de sus extremos. Su velocidad varía de 20 rev/s a 30 rev/s. Calcular la velocidad lineal al principio y al final.

Rpta.: a) 12p m/s
b) 18p m/s

4. En 0,5 s una rueda que sale del reposo, está girando a 200 R.P.M. Con esta velocidad gira durante 2 s. Luego frena y se detiene en 1/3 s. Calcular el número de revoluciones, en total, que dio la rueda.

Rpta.: n = 8,06 rev

5. Una rueda de 1,50 m de diámetro pasa del reposo a 280 R.P.M. en 15 s. Calcular la velocidad tangencial en la periferia y la aceleración total de la rueda al cabo de 15 s.

Rpta.: a) 21,99 m/s
b) 644,81 m/s^2

6. La velocidad angular de un motor que gira 900 R.P.M. desciende uniformemente hasta 300 R.P.M., efectuando 50 revoluciones. Calcular la aceleración angular.

Rpta.: $4\pi\ \text{rad/s}^2$