Hallar a y b para que f sea continua:

$$f(x)=\begin{cases}-2x-a & \text{si } x\leq 0\\ |x-1| & 0<x<2\\ bx-5 & \text{si } x\geq 2\end{cases}$$

Lo primero, $f_2(x)=|x-1|$ vamos a desarrollarlo

$$|x-1|=\begin{cases}x-1 & \text{si } x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1\\ -x+1 & \text{si } x-1<0 \Rightarrow x<1\end{cases}$$

Como $|x-1|$ está definido entre $0<x<2$ ahora $f(x)$ quedará definida así:

$$f(x)=\begin{cases}-2x-a & \text{si } x\leq 0\\ -x+1 & \text{si } 0<x<1\\ x-1 & \text{si } 1<x<2\\ bx-5 & \text{si } x\geq 2\end{cases}$$

Aquí hemos metido el valor absoluto.

Ahora ya, calculamos a y b fijándonos en $x=0$ y $x=2$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}(-2x-a)=-2\cdot 0-a=-a$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}(-x+1)=-0+1=1$$

Para ser continua en $x=0$:

$-a=1 \Rightarrow \boxed{a=-1}$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}(x-1)=2-1=1$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}(bx-5)=b\cdot 2-5=2b-5$$

Para ser continua en $x=2$

$1=2b-5 \Rightarrow 1+5=2b$

$6=2b \Rightarrow \boxed{b=\frac{6}{2}=3}$

1 Desarrollar la expresión:

$$x - |2-x| + 3|x+2| - 2|1-2x| = (*)$$

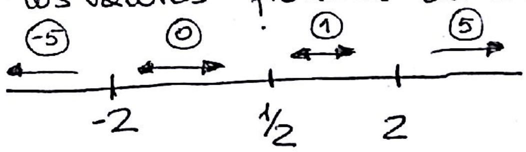
Desarrollamos los valores absolutos por separado:

$$|2-x| = \begin{cases} 2-x & \text{si } 2-x \geq 0 \Rightarrow 2 \geq x \Rightarrow x \leq 2 \\ -2+x & \text{si } 2-x<0 \Rightarrow 2<x \Rightarrow x>2 \end{cases}$$

$$|x+2| = \begin{cases} x+2 & \text{si } x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \\ -x-2 & \text{si } x+2<0 \Rightarrow x<-2 \end{cases}$$

$$|1-2x| = \begin{cases} 1-2x & \text{si } 1-2x \geq 0 \Rightarrow 1 \geq 2x \Rightarrow \frac{1}{2} \geq x \Rightarrow x \leq \frac{1}{2} \\ -1+2x & \text{si } 1-2x<0 \Rightarrow 1<2x \Rightarrow \frac{1}{2}<x \Rightarrow x>\frac{1}{2} \end{cases}$$

Colocamos en la recta real los valores "frontera" de los valores absolutos: $-2, \frac{1}{2}, 2$



Desarrollamos la expresión en las 4 regiones establecidas:

$$\overset{*}{=} \begin{cases} x-(2-x)+3(-x-2)-2(1-2x) & \text{si } x<-2 \\ x-(2-x)+3(x+2)-2(1-2x) & \text{si } -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x-(2-x)+3(x+2)-2(-1+2x) & \text{si } \frac{1}{2}<x \leq 2 \\ x-(-2+x)+3(x+2)-2(-1+2x) & \text{si } x>2 \end{cases}$$

operamos paréntesis

$$= \begin{cases} x-2+x-3x-6-2+4x & \text{si } x<-2 \\ x-2+x+3x+6-2+4x & \text{si } -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x-2+x+3x+6+2-4x & \text{si } \frac{1}{2}<x \leq 2 \\ x+2-x+3x+6+2-4x & \text{si } x>2 \end{cases}$$

sumamos términos semejantes

$$= \boxed{\begin{cases} 3x-10 & \text{si } x<-2 \\ 9x+2 & \text{si } -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x+6 & \text{si } \frac{1}{2}<x \leq 2 \\ -x+10 & \text{si } x>2 \end{cases}}$$