01 Funciones

Una función es una relación o correspondencia entre dos variables, x e y, de forma que a cada valor de la variable independiente, x, le corresponde un **único** valor de la variable dependiente, y.

No tiene sentido dar valores negativos a la variable independiente para calcular el área de un cuadrado en la función:

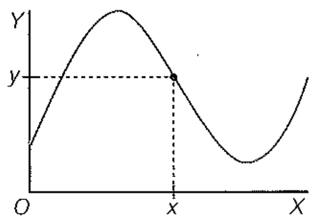
$$y = x^2$$

A eso es a lo que nos referimos cuando afirmamos que los valores que asignemos tienen que tener sentido.

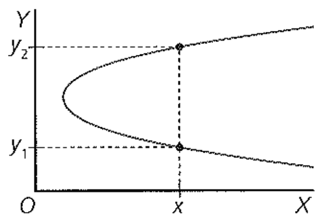
La **variable independiente**, x, debe su nombre a que puede tomar diferentes valores, si bien solo entre aquellos que tengan sentido.

Por su parte, la **variable dependiente**, y, se denomina así porque su valor depende del valor que tome x.

Para saber si una gráfica es o no una función, hay que fijarse en si hay algún valor de la variable x al que le correspondan dos o más imágenes distintas.



A cada valor de x le corresponde un único valor de y. Por lo tanto, **es una función.**



Hay valores de x a los que les corresponden dos valores de y: y_1 e y_2. Por lo tanto, esta gráfica **no representa una función.**

ACTIVIDADES RESUELTAS

1 ¿Es una función la relación que hace corresponder a cada número entero con su cuadrado?

Fíjate en la relación que asocia a cada número entero su cuadrado:

Números enteros		Cuadrado del número
–1	⟶	1
0	⟶	0
2	⟶	4
x	⟶	$y = x^2$

Observamos que, para cada número entero, x, hay un único número, y, pues cualquier número entero tiene un único cuadrado. Luego, la relación que asocia a cada número entero con su cuadrado es, en efecto, una función.

2 ¿Es una función la relación que hace corresponder a cada número natural con su raíz cuadrada?

La relación que asocia a cada número natural su raíz cuadrada es:

Números naturales		Raíz cuadrada
4	⟶	2
	⟶	–2
x	⟶	$y = \pm\sqrt{x}$

En este caso no se trata de una función, pues los números naturales tienen asociadas dos raíces cuadradas, la positiva y la negativa. Así, por ejemplo, al número $x = 1$ le corresponde $y = \sqrt{1} = \pm 1$, es decir, le corresponden dos valores de y.

01.1 Formas de representar una función

Una función se puede expresar mediante un enunciado, una expresión algebraica, una tabla de valores o una gráfica.

Un enunciado

La función se indica mediante frases tomadas del lenguaje cotidiano:

«Un grupo de amigos decide ir al teatro. Cada entrada cuesta 20 €».

Una expresión algebraica

La función se indica a través de una expresión algebraica que asocia a cada valor de x un único valor de y. Se representa mediante $y = f(x)$, que se lee «y es función de x».

La expresión algebraica del enunciado anterior es:

$$y = 20x$$

Una tabla de valores

La función viene dada mediante una tabla de valores, es decir, a través de pares de valores de las variables x e y, (x, y).

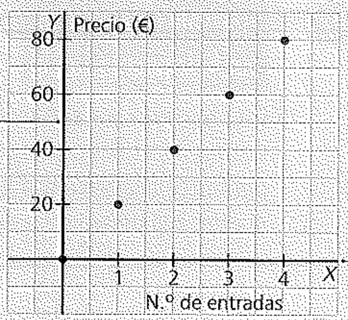
La tabla de valores del enunciado anterior es:

x = n.º de entradas	0	1	2	3
y = precio (€)	0	20	40	60

Una gráfica

La función viene representada en una gráfica mediante los pares de valores (x, y) dispuestos sobre los ejes de coordenadas cartesianas:

En el **eje de ordenadas** o eje Y se representan los valores de la variable dependiente u ordenada, y o $f(x)$.



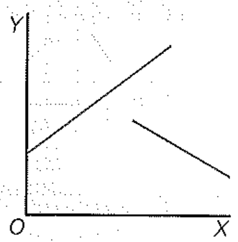
En el **eje de abscisas** o eje X se representan los valores de la variable independiente o abscisa, x.

ACTIVIDADES

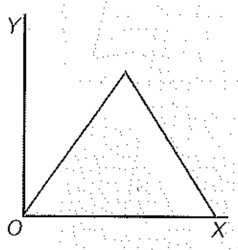
1 ¿Es una función la relación entre un número natural y su siguiente? Justifica tu respuesta.

2 Indica si estas gráficas son funciones:

a.



b.



3 Halla la imagen de los valores $x = -2$, $x = 4$ y $x = \frac{2}{3}$ para las siguientes funciones:

a. $f(x) = 3x - 5$ b. $f(x) = \sqrt{x + 2}$ c. $f(x) = \dfrac{x - 3}{x + 2}$

4 Representa en un mismo eje de coordenadas las funciones del perímetro y el área de un cuadrado de lado x, y las funciones del área y el volumen de un cubo de arista x, para valores comprendidos entre $[0, 3]$.

a. ¿Cuál de esas funciones pasa por el punto $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$?

b. ¿En qué puntos se cortan las funciones del área de un cuadrado y el volumen de un cubo?

c. ¿Existe algún punto en el que se corten todas las funciones? ¿Podrían coincidir de nuevo todas ellas en otro punto para valores de x mayores que 3?

d. Al aumentar los valores de la variable independiente, ¿disminuyen o aumentan los valores de la variable dependiente de las distintas funciones?

02 Dominio y recorrido de una función. Puntos de corte con los ejes

El dominio, el recorrido y los puntos de corte son características básicas de una función. A continuación, las definiremos y aprenderemos a calcularlas.

02.1 Dominio y recorrido de una función

El **dominio** de una función, f (x), es el conjunto de valores que toma la variable independiente, x. Se representa por **D (f).**

El **recorrido** o **imagen** de una función, f (x), es el conjunto de valores que toma la variable dependiente, y. Se representa por **R (f)** o **Im (f).**

El dominio y el recorrido de una función se expresan como un intervalo o como la unión de intervalos. Los siguientes son los tipos de intervalos posibles:

Si en un intervalo $a = -\infty$ o $b = +\infty$, el intervalo se escribirá:

$(-\infty\ ,\ b)$ o $(-\infty\ ,\ b]$

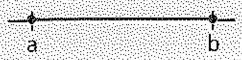
$(a\ ,\ +\infty)$ o $[a\ ,\ +\infty)$

Fíjate en que el intervalo siempre es abierto en $\pm\infty$.

Intervalo cerrado [a , b]

Está formado por el conjunto de valores de x tales que los valores a y b sí pertenecen al intervalo:

$a \leq x \leq b$



Intervalo abierto (a , b)

Está formado por el conjunto de valores de x tales que los valores a y b no pertenecen al intervalo:

$a < x < b$

Intervalo semiabierto por la izquierda (a , b]

Está formado por el conjunto de valores de x tales que el valor a no pertenece al intervalo, mientras que el valor b sí pertenece a él:

$a < x \leq b$

Intervalo semiabierto por la derecha [a , b)

Está formado por el conjunto de valores de x tales que el valor a pertenece al intervalo, pero el valor b no pertenece a él:

$a \leq x < b$

Observa que, si un punto pertenece al intervalo, se representa mediante •, mientras que, si no pertenece a él, se representa por ∘.

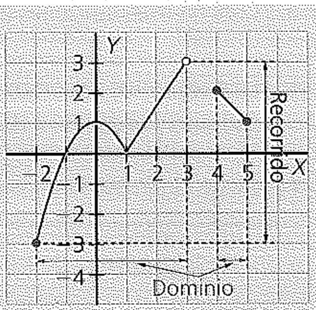
ACTIVIDAD RESUELTA

Determina el dominio y el recorrido de la función del margen.

Para determinar el dominio, nos fijamos en el eje X: la función toma valores desde $x = -2$ hasta $x = 3$ y desde $x = 4$ hasta $x = 5$.

Por tanto, el dominio es D (f) $= [-2\ ,\ 3) \cup [4\ ,\ 5]$.

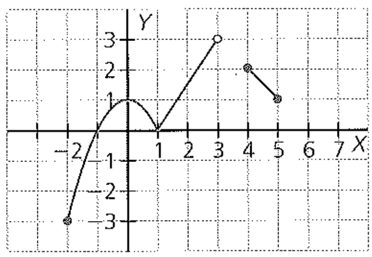
(Está representado con línea verde).



Para determinar el recorrido, nos fijamos en el eje Y: la función toma valores desde $y = -3$ hasta $y = 3$.

Luego, el recorrido es R (f) $= [-3\ ,\ 3)$.

(Está representado con línea azul).



02.2 Puntos de corte con los ejes de coordenadas

Los **puntos de corte con los ejes** de una función son los puntos de intersección de la gráfica de la función con los ejes de coordenadas.

- Los puntos de corte de una función, f (x), **con el eje** X se caracterizan por tener todos ellos su variable dependiente, y, igual a cero. Para obtenerlos, se iguala a cero la expresión algebraica de la función y se resuelve la ecuación:

$$f(x) = 0 \rightarrow \text{Puntos de corte con el eje } X\text{: } (x\,,\,0)$$

- El punto de corte de una función, f (x), **con el eje** Y se caracteriza por tener su variable independiente, x, igual a cero. Para obtenerlo, se sustituye la variable x por el valor cero, $x = 0$, en la expresión algebraica de la función y se opera:

$$x = 0 \rightarrow y = f(0) \rightarrow \text{Punto de corte con el eje } Y\text{: } (0\,,\,y)$$

Una función solo puede tener un punto de corte con el eje Y, pues, de lo contrario, al valor $x = 0$ le corresponderían dos valores de y, con lo que, consecuentemente, no sería una función.

ACTIVIDADES

5 Escribe en forma de intervalo los siguientes conjuntos de números:

a. Todos los números positivos.

b. Todos los números mayores o iguales que 5.

c. Todos los números menores que –3.

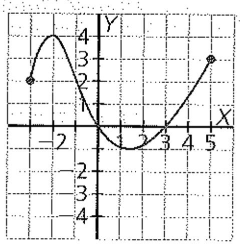
d. Los números comprendidos entre –4 y 7.

6 Indica todos los números enteros que pertenecen a los siguientes intervalos:

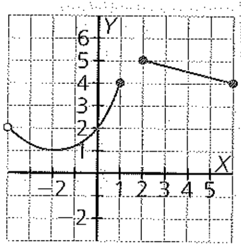
a. (1 , 6) b. [–2 , 3] c. (0 , 9] d. [–3 , 4)

7 Halla el dominio, el recorrido y los puntos de corte con los ejes de estas funciones:

a.



b.



8 Representa una función que tiene por dominio (–4 , 6] y cuyo recorrido es [0 , 3] U (5 , 7].

9 Determina el dominio y el recorrido de las funciones que relacionan:

a. Un número con su valor absoluto.

b. Un número con su cubo.

c. Un número natural con su inverso.

ACTIVIDAD RESUELTA

10 Halla los puntos de corte de la función $y = x^2 + x - 6$ con los ejes de coordenadas.

- Con el eje X:

Igualamos la variable y a cero: $y = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 5}{2} \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$$

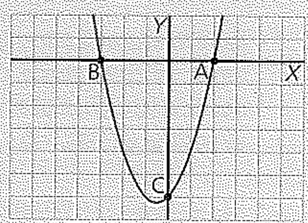
Los puntos de corte con el eje X son A (2 , 0) y B (–3 , 0).

- Con el eje Y:

Igualamos la variable x a cero: $x = 0 \Rightarrow y = 0^2 + 0 - 6 = -6$

El punto de corte con el eje Y es C (0 , –6).

Si se representa la función $y = x^2 + x - 6$, se constata que los puntos de corte coinciden con los calculados.



11 Halla los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

a. $y = 3x - 12$

b. $y = 2x^2 - 5x - 3$

c. $y = x^2 + 1$

d. $y = \dfrac{4}{x}$

03 Signo y simetría de una función

A continuación, vamos a analizar otras dos características: el signo de la función y las simetrías.

03.1 Signo de una función

Estudiar el **signo** de una función consiste en ver en qué intervalos está su gráfica por encima o por debajo del eje *X*, es decir, comprobar para qué valores de la variable independiente, *x*, la variable dependiente, *y*, es positiva, negativa o nula.

Los intervalos se hallan mediante los **puntos de corte con el eje *X***, donde la función puede pasar de tener una imagen negativa a otra positiva, o viceversa.

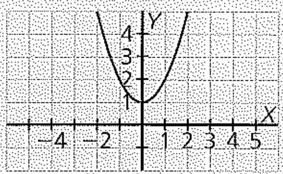
Según su signo, una función puede ser:

Observa

Una función puede tener simultáneamente intervalos donde sea positiva, negativa y nula.

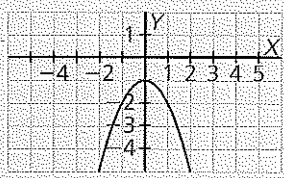
Positiva

Una función es positiva si su gráfica está por encima del eje *X*. La variable dependiente, *y*, es positiva.



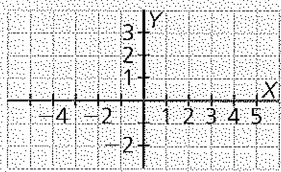
Negativa

Una función es negativa si su gráfica está por debajo del eje *X*. La variable dependiente, *y*, es negativa.



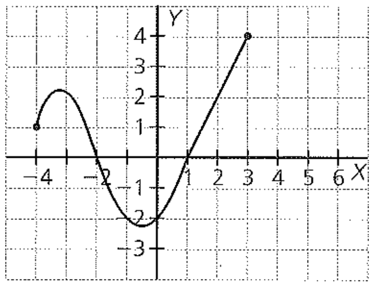
Nula

Una función es nula si su gráfica está sobre el eje *X*. La variable dependiente, *y*, es cero. En este caso se trata de los puntos de corte con el eje *X*.



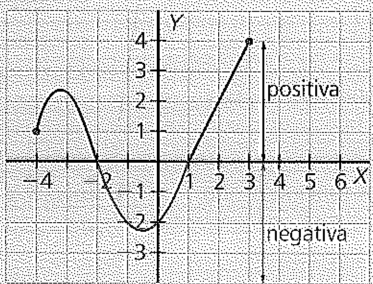
ACTIVIDAD RESUELTA

Estudia el signo de la función del margen:



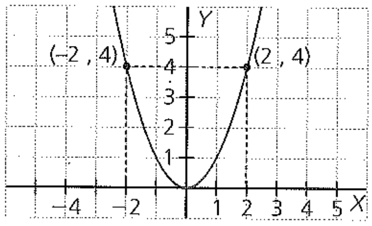
Para estudiar el signo de la función, fíjate en el eje *X*:

- La zona azul está por encima del eje *X*; por tanto, se corresponde con los intervalos donde la función es positiva. De este modo, es positiva en $[-4\ ,\ -2) \cup (1\ ,\ 3]$.
- La zona roja, por el contrario, se encuentra por debajo del eje *X*; en consecuencia, se corresponde con el intervalo donde la función es negativa. Luego, es negativa en $(-2\ ,\ 1)$.
- Los puntos de corte con el eje *X* determinan los puntos donde la función es nula. Así pues, es nula en $x = -2$ y en $x = 1$.



03.2 Simetría de una función

Una función puede tener simetría respecto al eje de ordenadas o respecto al origen de coordenadas o no tener simetría.

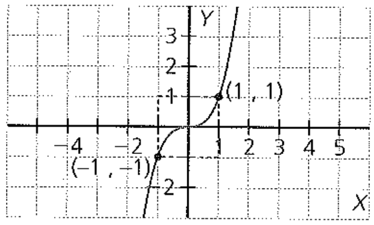


Función par.

Simetría respecto al eje de ordenadas

Una función, f (x), es **simétrica respecto al eje de ordenadas** o **tiene simetría par** si, para cualquier valor, x, de su dominio y su opuesto, se verifica que sus imágenes coinciden:

$$\mathbf{f}\,(x) = \mathbf{f}\,(-x)$$



Función impar.

Simetría respecto al origen de coordenadas

Una función, f (x), es **simétrica respecto al origen de coordenadas** o **tiene simetría impar** si, para cualquier valor, x, de su dominio y su opuesto, se verifica que sus imágenes son opuestas:

$$\mathbf{f}\,(-x) = -\mathbf{f}\,(x)$$

ACTIVIDAD RESUELTA

Estudia si las siguientes funciones son simétricas:

a. f $(x) = x^2 + 1$

Se calcula f $(-x)$:

f $(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 =$ f (x). Por tanto, la función tiene simetría par.

b. f $(x) = x^3 + x$

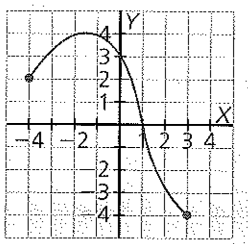
Se calcula f $(-x)$:

f $(-x) = (-x)^3 + (-x) = -(x^3 + x) = -$f (x). En consecuencia, la función tiene simetría impar.

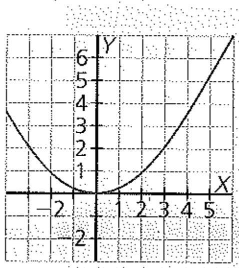
ACTIVIDADES

12 Estudia el signo de las siguientes funciones:

a.



b.



13 Comprueba si las siguientes funciones son simétricas:

a. f $(x) = 3x + 1$

b. f $(x) = 3x^4$

c. f $(x) = 2x^4 + 5x^2 + 1$

d. f $(x) = \sqrt[3]{x}$

14 Representa gráficamente una función, f (x), que cumpla las siguientes condiciones:

- Dom (f) $= [-6 , 5]$ y R (f) $= [-2 , 5]$
- Es positiva en $[-6 , -3) \cup (1 , 3) \cup (4 , 5]$.
- Es negativa en $(-3 , 1) \cup (3 , 4)$.
- Su punto de corte con el eje Y es $(0 , -2)$.

15 La función $y = x^2$ presenta simetría par, mientras que la función $y = x^3$ tiene simetría impar. ¿Qué tipo de simetría tendrán las funciones $y = x^4$, $y = x^5$, $y = x^6$ e $y = x^7$? ¿Y las funciones $y = x^{1000}$ e $y = x^{1001}$? Establece un criterio que permita averiguar si una función del tipo $y = x^n$ presenta simetría par o impar, sin representarla.

04 Crecimiento y decrecimiento de una función. Extremos

El crecimiento de una función se determina estudiando en qué intervalos de su dominio el valor de la variable y aumenta o disminuye al aumentar el valor de la variable x.

A partir del estudio del crecimiento de una función se definen sus extremos, es decir, sus máximos y mínimos.

04.1 Crecimiento y decrecimiento de una función

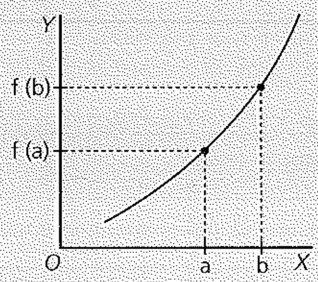
Una función es **creciente** en un intervalo de su dominio si, al aumentar el valor de la variable independiente, x, se incrementa el valor de la función. Es decir, si a < b, entonces f (a) ≤ f (b).

Por el contrario, una función es **decreciente** en un intervalo de su dominio si, al aumentar el valor de la variable independiente, x, disminuye el valor de la función. Es decir, si a < b, entonces f (a) ≥ f (b).

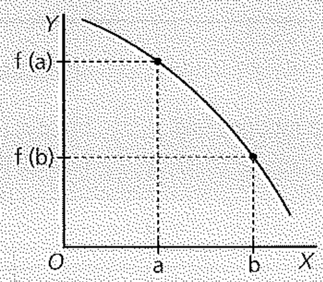
Finalmente, una función es **constante** en un intervalo de su dominio si, al aumentar el valor de la variable independiente, x, la función no crece ni decrece. Es decir, si a < b, entonces f (a) = f (b).

El crecimiento y el decrecimiento de una función se representan con intervalos abiertos, ya que en los puntos extremos de los intervalos la función no crece ni decrece.

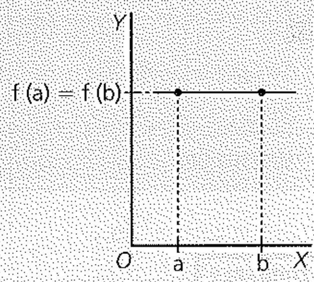
Creciente



Decreciente



Constante



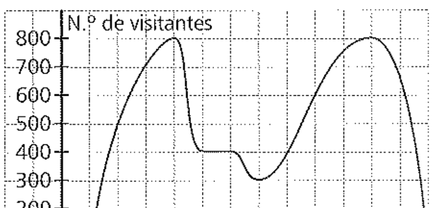
ACTIVIDAD RESUELTA

Estudia el crecimiento de la gráfica del margen, que muestra el número de personas que acuden a un centro comercial durante un día.

El número de visitantes al centro comercial crece de 10 h a 13 h y de 16 h a 20 h, es decir, en (10 , 13) ∪ (16 , 20).

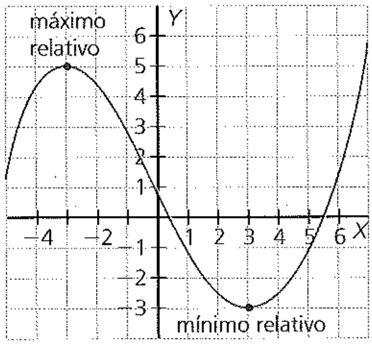
El número de visitantes decrece de 13 h a 14 h, de 15 h a 16 h y de 20 h a 22 h, es decir, en (13 , 14) ∪ (15 , 16) ∪ (20 , 22).

Por último, el número de visitantes es constante entre las 14 h y las 15 h, es decir, en el intervalo (14 , 15).



04.2 Extremos de una función

Los **extremos de una función** son los máximos y mínimos de la misma. Estos pueden ser relativos o absolutos.



Una función puede tener varios extremos relativos y absolutos.

Máximo y mínimo relativo

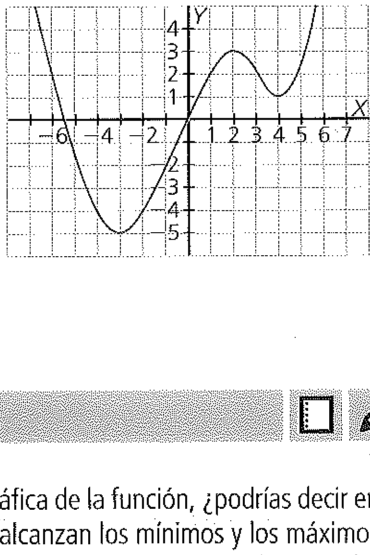
- Una función tiene un **máximo relativo** en el punto x = a al pasar, en dicho punto, de ser creciente a decreciente. El valor de la función en ese punto, f (a), es mayor que en los puntos de su entorno.
- Una función tiene un **mínimo relativo** en el punto x = a al pasar, en ese punto, de ser decreciente a creciente. El valor de la función en ese punto, f (a), es menor que en los puntos de su entorno.

Máximo y mínimo absoluto

- El **máximo absoluto** de una función es el máximo relativo que alcanza el mayor valor de la función.
- El **mínimo absoluto** de una función es el mínimo relativo que alcanza el menor valor de la función.

ACTIVIDAD RESUELTA

Halla los extremos relativos y absolutos de la siguiente función:

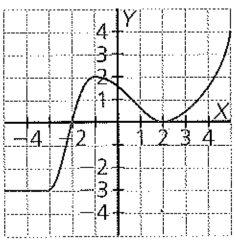


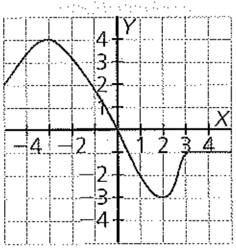
La función tiene un máximo relativo en el punto (2 , 3), pero no tiene máximo absoluto, pues el mayor valor de la función no se alcanza en un máximo relativo.

La función tiene dos mínimos relativos en los puntos (–3 , –5) y (4 , 1), respectivamente. Además, el punto (–3 , –5) es un mínimo absoluto, dado que en él se alcanza el valor más bajo de la función.

ACTIVIDADES

16 Estudia el crecimiento de las siguientes funciones:

a. 

b. 

17 Representa una función que sea creciente en (0 , 4), decreciente en (–6 , 0) U (4 , 7) y constante en (7 , ∞).

18 Sin representar la gráfica de la función, ¿podrías decir en qué valores de x se alcanzan los mínimos y los máximos de una función continua creciente en (–4 , 3) U (5 , 9) y decreciente en (3 , 5) U (9 , 11)?

19 Formad grupos de siete alumnos. Durante una semana, cada uno de los alumnos medirá la temperatura a lo largo de un día diferente. Representad los datos obtenidos en una gráfica y estudiad:

a. El dominio, el recorrido, el signo y las simetrías.

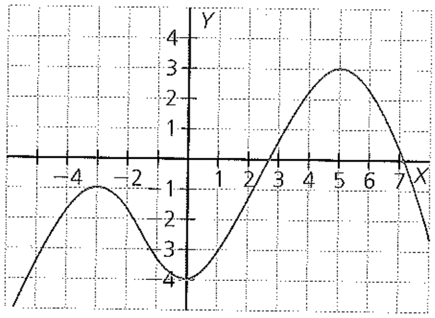
b. El crecimiento y los extremos de la función.

05 Continuidad y periodicidad

A continuación, estudiaremos dos nuevas características de las funciones: la continuidad y la periodicidad.

05.1 Continuidad de una función

Una función es **continua** si su gráfica se puede dibujar de un solo trazo, sin levantar el lápiz del papel. Por el contrario, una función es **discontinua** si la gráfica presenta alguna interrupción o salto. Los puntos donde la gráfica se interrumpe se llaman **puntos de discontinuidad.**



Función continua.

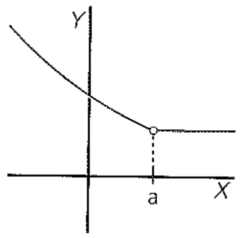
Tipos de discontinuidad

Existen cuatro tipos de discontinuidad en un punto $x = a$:

Discontinuidad evitable

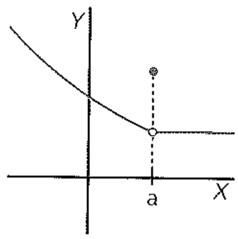
No existe función en ese punto

La función no está definida en el punto de discontinuidad $x = a$.



Punto desplazado

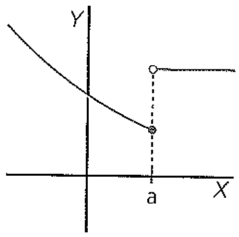
La función solo tiene un salto en el punto de discontinuidad $x = a$.



Discontinuidad inevitable

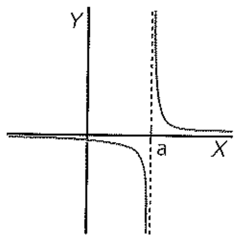
Salto finito

La función presenta un salto de longitud finita en el punto de discontinuidad $x = a$.



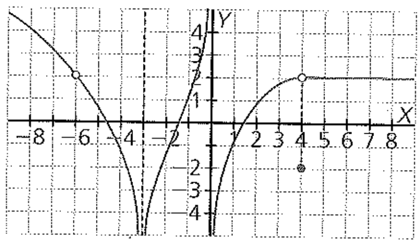
Salto infinito

La función presenta un salto de longitud infinita en el punto de discontinuidad $x = a$.



ACTIVIDAD RESUELTA

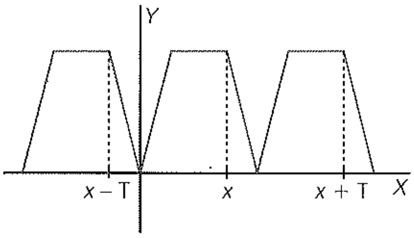
Halla los puntos de discontinuidad de la función del margen e indica el tipo de discontinuidad que presentan.



La función presenta cuatro puntos de discontinuidad:

- En $x = -6$, la función no está definida.
- En $x = -3$ y en $x = 0$, la función tiene una discontinuidad de tipo salto infinito.
- En $x = 4$, el punto está desplazado.

05.2 Periodicidad de una función



Una función es **periódica** si su gráfica se repite cada cierto intervalo de la variable x. Se llama **período** a la longitud del intervalo y se representa por T. Es decir, cumple que $f(x) = f(x + T) = f(x + 2T) = \ldots = f(x + n \cdot T)$, donde n es un número entero.

ACTIVIDAD RESUELTA

Un guardia de seguridad debe cuidar de tres almacenes. La gráfica del margen muestra el recorrido que hace el guardia durante un día de trabajo.

a. ¿Es la función periódica? En caso afirmativo, di cuánto vale el período.

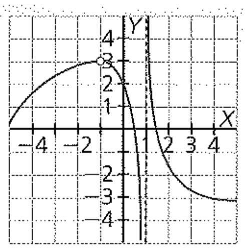
b. ¿A qué distancia respecto del origen estará a las dos horas y media?

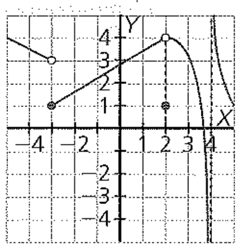
a. Es una función periódica, de período T = 40 min.

b. f (dos horas y media) = f (150) = f (30 + 3 · 40) = f (30) = 50 m

ACTIVIDADES

20 Señala los puntos de discontinuidad de las funciones e indica el tipo de discontinuidad que presentan dichos puntos.

a. 

b. 

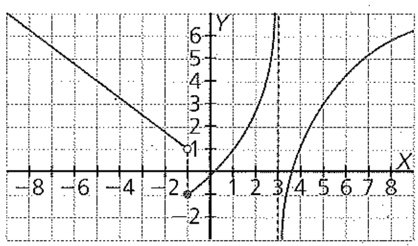
21 Para la siguiente función halla:

a. El dominio, el recorrido y los puntos de corte con los ejes.

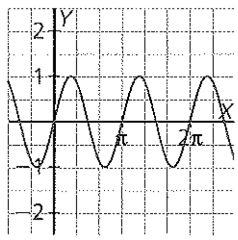
b. El signo y las simetrías.

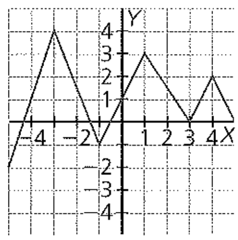
c. Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los puntos máximos y mínimos relativos y absolutos, si existen.

d. Los puntos de discontinuidad y los tipos de discontinuidad que presentan.

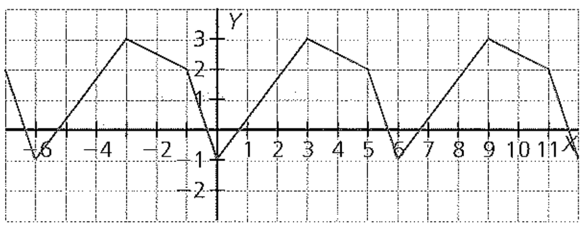


22 Indica si las siguientes funciones son periódicas. En caso afirmativo, di cuál es el período:

a. 

b. 

23 Estudia si esta función es periódica y, en caso afirmativo, halla su período. ¿Cuánto valdrá f (18)? ¿Y f (21)?



24 Representa una función periódica de período 4 que sea simétrica impar, que pase por el punto (0 , 0) y tenga un máximo relativo en el punto (1 , 3) y un mínimo relativo en (3 , −4).

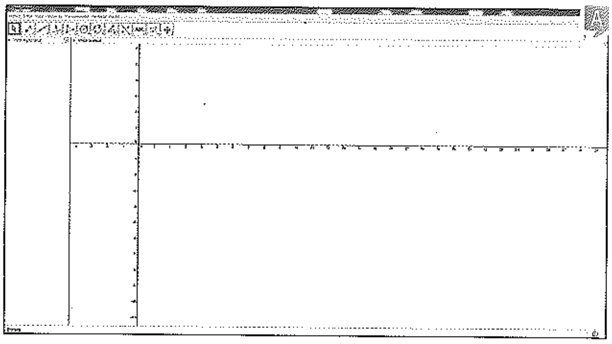
a. ¿Cuánto vale la función en $x = -3$?

b. ¿Es (9 , 3) un máximo relativo de la función?

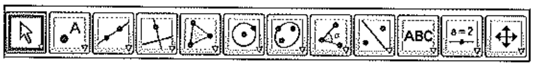
Representación gráfica con GeoGebra

GeoGebra nos permite representar gráficamente puntos, tablas de valores y gráficas de funciones.

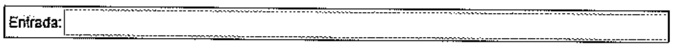
Al abrir la aplicación, aparece esta pantalla: (A)



En la barra superior vemos la barra de **herramientas:**

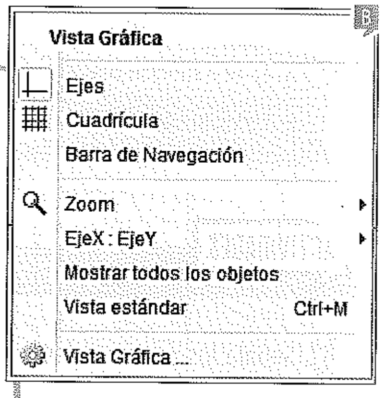


En la parte inferior se encuentra la barra de **Entrada de expresiones:**



Representación de un punto

Para representar un punto se hace clic con el botón derecho del ratón y se desplegará el siguiente menú: (B)



Pinchando sobre **Cuadrícula,** aparecerá una cuadrícula en los ejes de coordenadas.

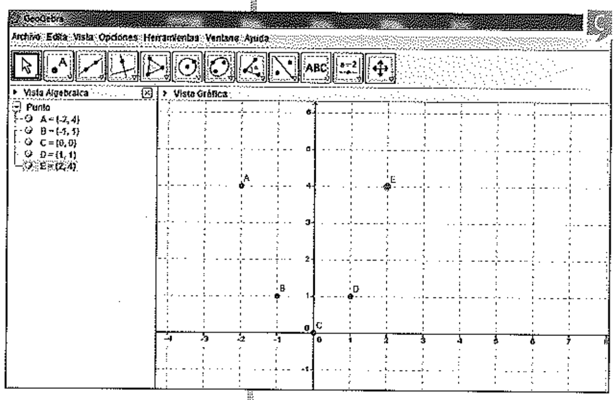
Se hace clic sobre el icono y se pincha en la cuadrícula sobre el punto que se quiera representar.

Representación de una tabla de valores

Para representar una tabla de valores, hay que introducir cada uno de los puntos de la tabla como acabamos de indicar más arriba.

Observa cómo queda representada esta tabla de valores: (C)

x	−2	−1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

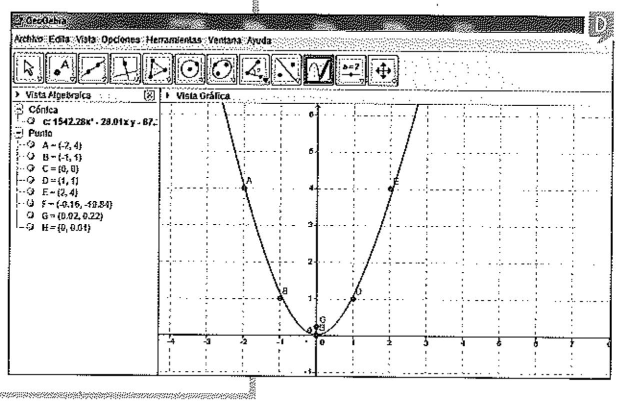


Representación de la gráfica a partir de la tabla de valores

Si no se conoce la expresión algebraica de la función, pero sí su tabla de valores, se puede representar la gráfica de forma aproximada:

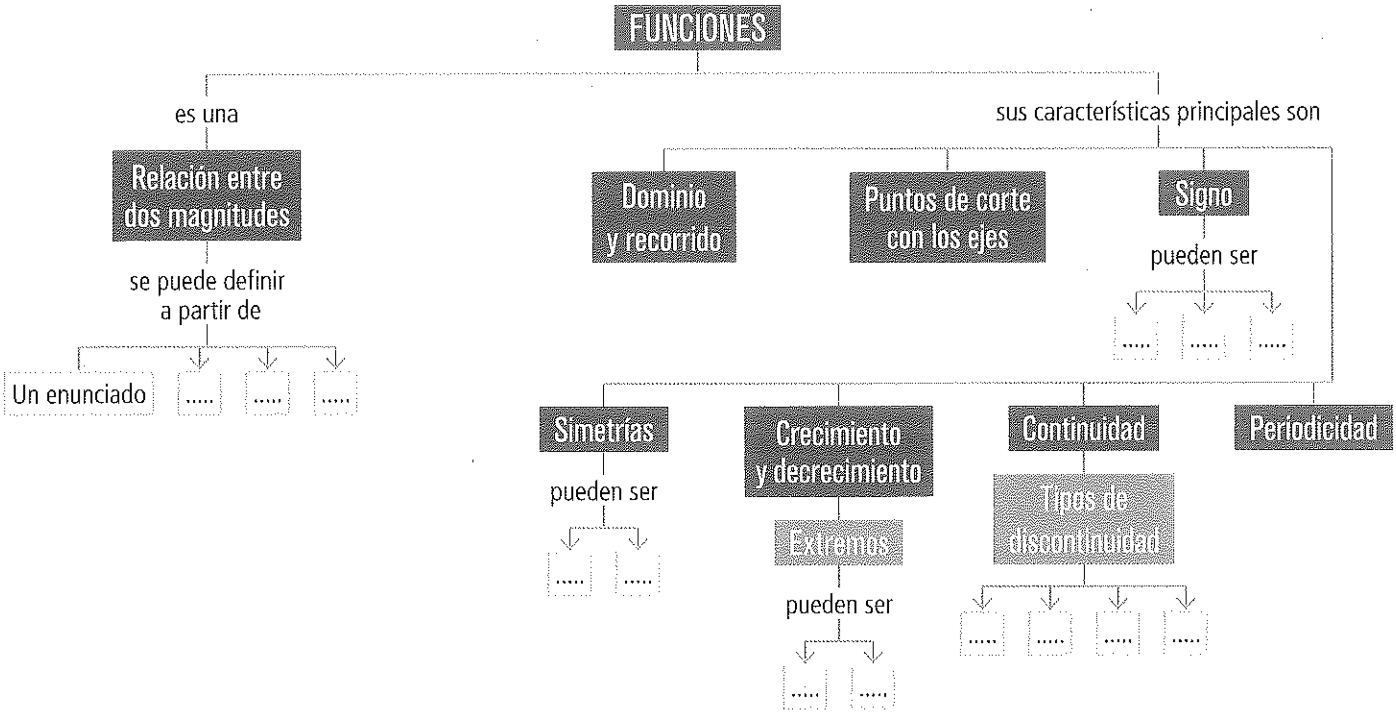
1.º Se representan los puntos de la tabla de valores.

2.º Se pincha sobre y se selecciona . Moviendo luego el ratón para unir los puntos representados, aparecerá la gráfica aproximada de la función: (D)



APRENDO A APRENDER

Copia, completa e ilustra en tu cuaderno el siguiente mapa conceptual y después contesta a las preguntas. También lo puedes realizar en el ordenador con el programa **CmapTools.**



ACTIVIDADES

1 ¿Puede una función asociar a un valor de la variable *y* dos valores de la variable *x*? ¿Y al revés?

2 ¿Toda relación entre dos magnitudes es una función? En caso afirmativo, justifica tu respuesta, y en caso contrario, pon un contraejemplo.

3 ¿Puede una función tener el mismo dominio y recorrido? Justifica tu respuesta mediante una gráfica.

4 ¿Qué caracteriza a los puntos de corte con el eje de ordenadas y con el eje de abscisas? ¿Puede existir más de un punto de corte con el eje *Y*? ¿Y con el eje *X*?

5 ¿Puede una función ser simétrica con respecto al eje de abscisas? Razona tu respuesta.

6 ¿Puede ser una función simultáneamente simétrica par e impar?

7 Si una función simétrica impar cumple que $f(x) = y$, ¿cuál es el valor de $f(-x)$? ¿Y si fuese simétrica par?

8 Si una función es siempre positiva, ¿puede tener puntos de corte con el eje *X*? ¿Y con el eje *Y*?

9 Los extremos de una función pueden ser relativos y absolutos. ¿Cuál es la diferencia entre unos y otros? ¿Puede ser un extremo relativo también absoluto? ¿Y al revés?

10 ¿Tienen todas las funciones continuas puntos de corte con el eje de abscisas?

11 ¿Podrías representar una función que tenga dos tipos de discontinuidades diferentes en un mismo valor de *x*?

12 Prepara una presentación para tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, utilizar Gloster...

REPASO FINAL

FUNCIONES

1 Considera la función que asocia a cada número con su triple menos 2. Escribe su expresión algebraica, construye una tabla de valores y haz la representación gráfica. Calcula la ordenada para $x = -1$, $x = 1$ y $x = 2$.

2 Encuentra la expresión algebraica que se corresponde con la siguiente tabla de valores y haz su representación gráfica:

x	1	2	3	4	5
y	4	5	6	7	8

Comprueba el resultado que has obtenido utilizando GeoGebra.

3 Construye una tabla de valores para la función $y = 2x \cdot (x + 3)$ y represéntala.

DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN. PUNTOS DE CORTE CON LOS EJES

4 Escribe en forma de intervalo los siguientes conjuntos de números:

a. Todos los números menores que 9.

b. Todos los números mayores o iguales que -7.

c. Los números negativos.

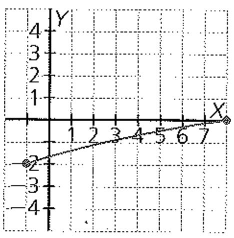
d. Los números comprendidos entre 3 y 9.

5 Indica todos los números enteros que pertenecen a los siguientes intervalos:

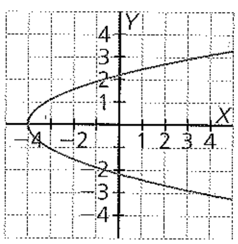
a. $[2, 6)$ b. $[-2, 1]$ c. $(-5, 5)$ d. $(-4, 10]$

6 Indica si estas gráficas son funciones y, en caso afirmativo, halla su dominio y su recorrido.

a.



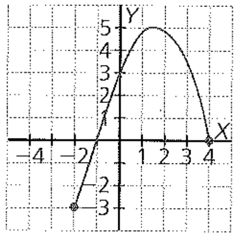
b.



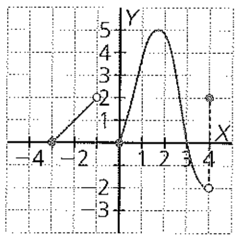
7 ¿Está el número 3 incluido en el intervalo $(-7, 3]$? ¿Y en el $(3, 8)$?

8 Determina el dominio, el recorrido y los puntos de corte con los ejes de las gráficas siguientes:

a.



b.

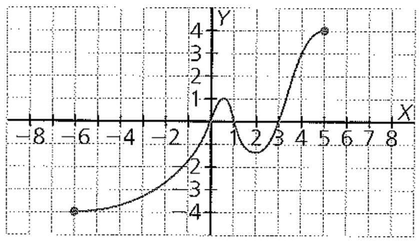


9 Halla los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

a. $f(x) = -6x + 2$ b. $f(x) = \dfrac{-x}{5x^2 + 1}$ c. $f(x) = x^3 - 4x$

SIGNO Y SIMETRÍA DE UNA FUNCIÓN

10 Estudia el signo de la siguiente función:

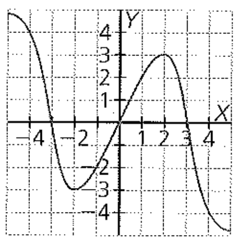


11 Determina si las siguientes funciones son simétricas pares o impares:

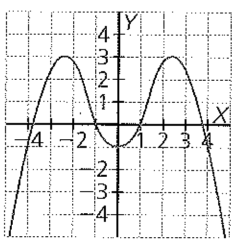
a. $f(x) = 2x^2 - 6$ b. $f(x) = 4x^3 + 8x$ c. $f(x) = \dfrac{-3x + 7}{x}$

12 Estudia las simetrías que presentan las siguientes gráficas:

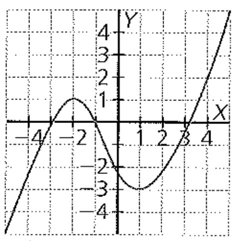
a.



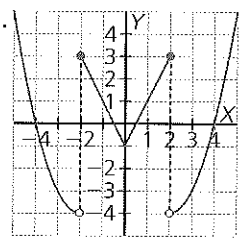
c.



b.



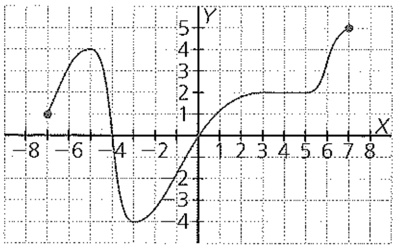
d.



EVALUACIÓN

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO DE UNA FUNCIÓN. EXTREMOS

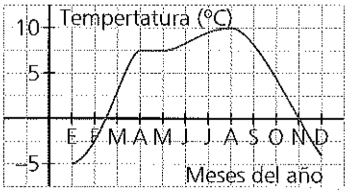
13 Determina los intervalos donde la función es creciente, decreciente y constante, así como los máximos y mínimos relativos y absolutos.



14 La siguiente gráfica muestra la temperatura mínima alcanzada en una ciudad a lo largo de un año:

a. Estudia su crecimiento.

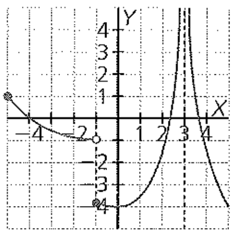
b. Determina sus máximos y mínimos absolutos.



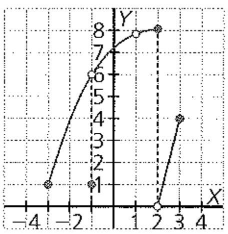
CONTINUIDAD Y PERIODICIDAD

15 Señala los puntos de discontinuidad de estas funciones e indica el tipo de discontinuidad que presentan dichos puntos:

a.



b.



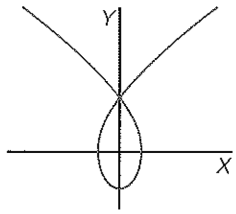
16 Construye una función que presente las siguientes discontinuidades: en $x = -3$, de tipo salto finito; en $x = -1$, de punto desplazado; en $x = 3$, de tipo salto infinito; y en $x = 7$ no existe la función.

17 ➔ Visita esta dirección de Internet y repasa los contenidos de la unidad de forma divertida:

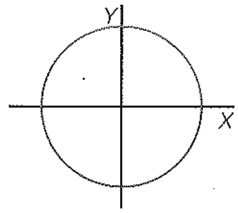
http://conteni2.educarex.es/mats/11816/contenido/

1 ¿Cuál de las siguientes gráficas es una función?

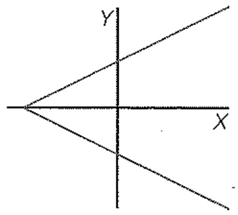
a.



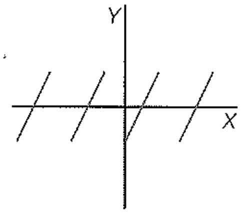
c.



b.



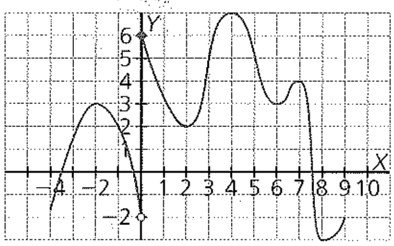
d.



2 Dada la función $y = x^2 - 1$, ¿qué valor debe tener x para que se cumpla que $y = 3$?

a. $x = 1$ b. $x = -1$ c. $x = 2$ d. $x = 4$

3 Observa la gráfica. ¿Cuál es su dominio y su recorrido?



a. D (f) = [−4 , 0) U [0 , 9] y R (f) = [−3 , 7]

b. D (f) = (−4 , 9] y R (f) = (−3 , 7]

c. D (f) = [−3 , 7] y R (f) = (−4 , 9]

d. D (f) = (−3 , 7] y R (f) = [−4 , 0) U [0 , 9]

4 Los puntos de corte con los ejes de la función $y = x^2 - x - 12$ son:

a. (0 , 4) y (0 , −3) c. (4 , 0) , (−3 , 0) y (0 , −12)

b. (4 , 0) y (−3 , 0) d. (0 , 4) , (0 , −3) y (−12 , 0)

5 La función $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$:

a. Es simétrica par. c. Es simétrica par e impar.

b. Es simétrica impar. d. No es simétrica.

DIARIO DE APRENDIZAJE

¿Cómo me he sentido en las ocasiones en las que he ayudado a un compañero a entender algún contenido de esta unidad? ¿Y cuando he sido ayudado?