

EXAMEN CINEMÁTICA 1º BACHILLERATO

Modelo 2

- 1) Un tren eléctrico da vueltas por una pista circular de 50 cm de radio con una velocidad constante de 10 cm/s. Calcula:
- la velocidad angular. (0,5 puntos)
 - la aceleración normal o centrípeta. (0,5 puntos)
 - el periodo y la frecuencia. (0,5 puntos)
 - el número de vueltas que dará en 10s. (0,5 puntos)

SOLUCIÓN:



$$a) R = 50 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0,5 \text{ m}$$

$$v = 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0,1 \text{ m/s}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$$

$$\omega = \frac{0,1 \text{ m/s}}{0,5 \text{ m}} = 0,2 \text{ rad/s}$$

$$b) a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$a_c = \frac{(0,1 \text{ m/s})^2}{0,5 \text{ m}} = 0,02 \text{ m/s}^2$$

$$c) \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{2\pi}{0,2 \text{ rad/s}} = 10\pi \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{10\pi \text{ s}} = 0,03 \text{ s}^{-1} = 0,03 \text{ Hz}$$

d) El ángulo recorrido por el tren en un tiempo t determinado viene dado por:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

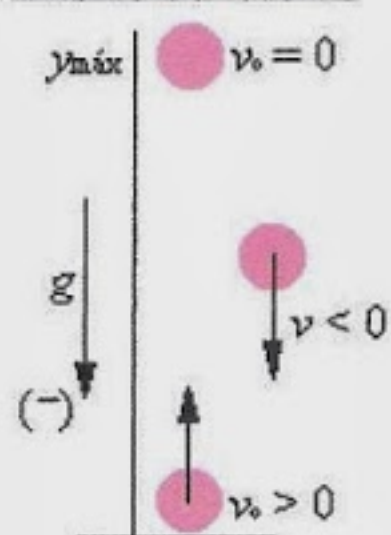
0 (suponemos)

$$\varphi = 0,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s} = 2 \text{ rad}$$

$$n^\circ \text{ vueltas} = 2 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 0,32 \text{ vueltas}$$

- 2) Se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad de 45 m/s.
- ¿Qué altura alcanzará al cabo de 2s? (0,67 puntos)
 - ¿Qué altura máxima alcanzará? (0,67 puntos)
 - ¿Cuánto tiempo tardará en pasar por un punto situado a 5m del origen? (Interpretar físicamente los dos resultados obtenidos) (0,67 puntos).

SOLUCIÓN:



$$a) y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

$$y = 45 \frac{m}{s} \cdot 2 s - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot (2 s)^2 = (90 - 19,6) m = 70,4 m$$

b) Cuando alcanza la altura máxima, $v = 0$, de lo que podemos deducir el tiempo que tarda la piedra en alcanzar dicha altura:

$$v = v_0 - gt$$

$$v = 45 \frac{m}{s} - 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot t$$

$$9,8t = 45$$

$$t = \frac{45}{9,8} = 4,59 s$$

Sustituyendo este valor del tiempo en la ecuación (1):

$$y_{m\acute{a}xima} = 45 \frac{m}{s} \cdot 4,59 s - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot (4,59 s)^2 = 103,3 m$$

c) Sustituyendo $y = 5 m$ en la ecuación (1) nos queda:

$$y = 45t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$$

$$5 = 45t - 4,9t^2$$

$$4,9t^2 - 45t + 5 = 0$$

$$t = \frac{45 \pm \sqrt{45^2 - 4 \cdot 4,9 \cdot 5}}{2 \cdot 4,9}$$

$$t_1 = 9,07 s$$

$$t_2 = 0,11 s$$

$t_1 = 9,07 s$ es el momento en el que pasa por $y = 5 m$ cuando la piedra ya está bajando.

$t_2 = 0,11 s$ cuando la piedra pasa por $y = 5 m$ al subir.

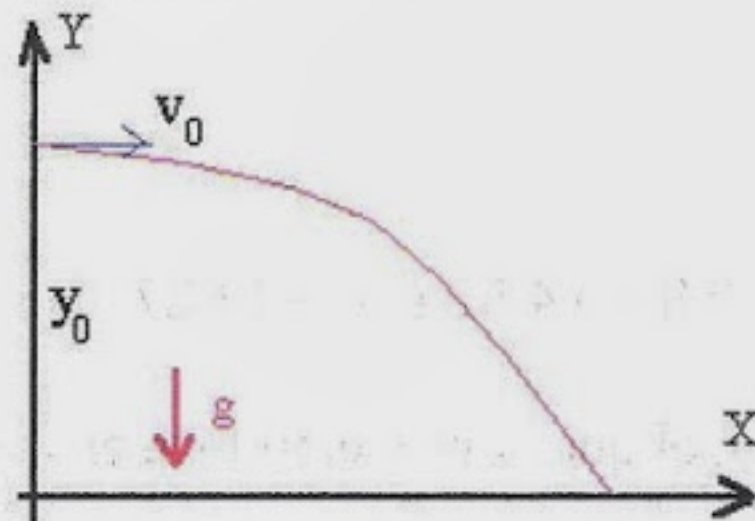
3) Desde un punto situado a 100 m sobre el suelo se dispara horizontalmente un proyectil con una velocidad de 400 m/s.

a) ¿Cuánto tiempo tardará en caer? (0,67 puntos)

b) ¿Cuál será su alcance? (0,67 puntos)

c) ¿Con qué velocidad llegará al suelo? (0,67 puntos)

SOLUCIÓN:



Siendo en nuestro problema:

$$v_0 = 400 \text{ m/s}$$

$$y_0 = 100 \text{ m}$$

Las ecuaciones del movimiento serán:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \Rightarrow v_x = 400 \text{ m/s} \\ v_y = -gt \Rightarrow v_y = -9,8 t \text{ (m/s)} \end{cases}$$

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cdot t \Rightarrow x = 400t \text{ (m)} \\ y = y_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow y = 100 - 4,9 \cdot t^2 \text{ (m)} \end{cases}$$

a) En el momento en el que el proyectil toca el suelo, $y = 0$, de lo que podemos despejar el tiempo que tarda en caer:

$$0 = 100 - 4,9t^2$$

$$4,9t^2 = 100$$

$$t^2 = \frac{100}{4,9}$$

$$t = \sqrt{\frac{100}{4,9}} = 4,52 \text{ s}$$

b) Si sustituimos este tiempo en la ecuación para la componente X de la posición tenemos:

$$x = 400t \text{ (m)}$$

$$x_{\text{máxima}} = 400 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4,52 \text{ s} = 1.807 \text{ m}$$

c) Sustituyendo el valor que hemos obtenido para el tiempo de vuelo en las ecuaciones de la velocidad, tendremos las componentes de la velocidad del proyectil en el instante en que toca el suelo:

$$v_x = 400 \text{ m/s}$$

$$v_y = -gt \Rightarrow v_y = -9,8 t \text{ (m/s)} \Rightarrow v_y = -9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4,52 \text{ s} = -44,27 \text{ m/s}$$

Con lo que el vector velocidad en el instante en el que el proyectil toca el suelo es:

$$\vec{v} = 400\vec{i} - 44,27\vec{j} \text{ (m/s)}$$

De módulo:

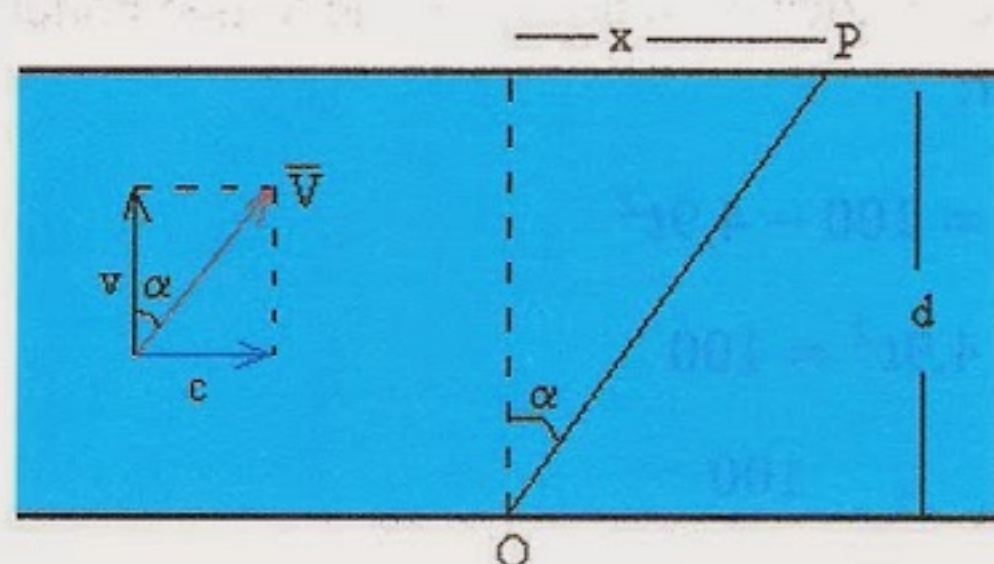
$$|\vec{v}| = \sqrt{400^2 + (-44,27)^2} = 402,4 \text{ m/s}$$

Cuya dirección viene dada por:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{-44,27}{400} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{-44,27}{400} \right) = 0^\circ 6' 82''$$

- 4) Una canoa atraviesa perpendicularmente un río de 100 m de ancho, con una velocidad de 10 m/s. La velocidad de la corriente es de 5 m/s. Calcular:
- el tiempo que tardará la canoa en llegar a la orilla opuesta. (0,67 puntos)
 - en qué punto de la orilla opuesta atracará. (0,67 puntos)
 - el vector velocidad de la canoa, su módulo y el espacio total recorrido. (0,67 puntos)

SOLUCIÓN:



En nuestro problema:

$$v = 10 \text{ m/s}$$

$$c = 5 \text{ m/s}$$

$$d = 100 \text{ m}$$

Los dos movimientos individuales implicados en la solución de este problema son movimientos rectilíneos uniformes.

a) La componente de la velocidad en la dirección de la anchura del río ($y = d$) es la velocidad de la canoa (v):

$$d = v \cdot t$$

$$t = \frac{d}{v}$$

$$t = \frac{100 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 10 \text{ s}$$

b) Para calcular el punto de la orilla opuesta en el que atraca:

$$x = c \cdot t$$

$$x = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s} = 50 \text{ m}$$

La canoa atracará a 50 m del punto de partida.

c) La velocidad total de la canoa viene dada por el vector:

$$\vec{V} = 5\vec{i} + 10\vec{j} \text{ (m/s)}$$

Cuyo módulo es:

$$|\vec{V}| = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,18 \text{ m/s}$$

Para calcular el espacio total recorrido, lo primero que tenemos que averiguar es el vector de posición de la canoa en el instante en el que alcanza la otra orilla.

Las componentes de dicho vector son:

$$x = 50 \text{ m}$$

$$y = 100 \text{ m}$$

$$\text{por lo que: } \vec{r} = 50\vec{i} + 100\vec{j} \text{ (m/s)}$$

Siendo el espacio total recorrido por la canoa el módulo de dicho vector:

$$r = \sqrt{50^2 + 100^2} = 111,8 \text{ m}$$

5) Se dispara un proyectil con una velocidad de 200 m/s, formando un ángulo de 30° con la horizontal. Calcular:

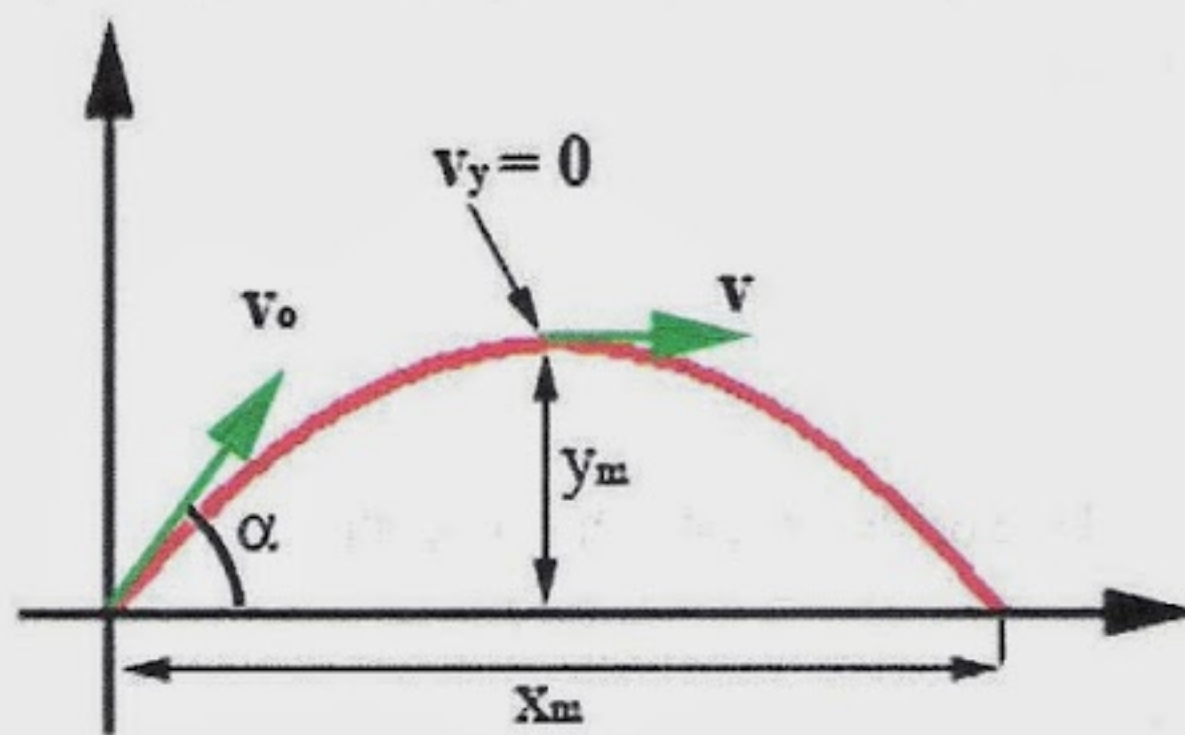
a) las componentes de la velocidad en el instante de la salida. (0,5 puntos)

b) tiempo que tarda en alcanzar la máxima altura. (0,5 puntos)

c) altura máxima alcanzada. (0,5 puntos)

d) alcance del proyectil. (0,5 puntos)

SOLUCIÓN:



a) Estamos ante un caso típico de tiro oblicuo, por lo que lo primero que hay que calcular son las dos componentes de la velocidad inicial:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{v_{0y}}{v_0} \Rightarrow v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } 30^\circ$$

$$v_{0y} = 200 \cdot \frac{1}{2} = 100 \text{ m/s}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{v_{0x}}{v_0} \Rightarrow v_{0x} = v_0 \cdot \cos 30^\circ$$

$$v_{0x} = 200 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 173,2 \text{ m/s}$$

Una vez que tenemos las componentes de la velocidad inicial, podemos escribir las ecuaciones del movimiento:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_{0x} \Rightarrow v_x = 173,2 \text{ m/s} \\ v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow v_y = 100 - 9,8 t \text{ (m/s)} \end{cases}$$

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_{0x} \cdot t \Rightarrow x = 173,2 t \text{ (m)} \\ y = v_{0y} t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow y = 100 t - 4,9 \cdot t^2 \text{ (m)} \end{cases}$$

b) Cuando el proyectil alcanza la altura máxima, la componente y de la velocidad se anula ($v_y = 0$) de lo que deducimos:

$$0 = 100 - 9,8 t$$

$$9,8 t = 100$$

$$t = \frac{100}{9,8} = 10,2 \text{ s}$$

c) Sustituyendo este tiempo en la ecuación de la componente y del vector de posición, obtendremos el valor de la altura máxima alcanzada:

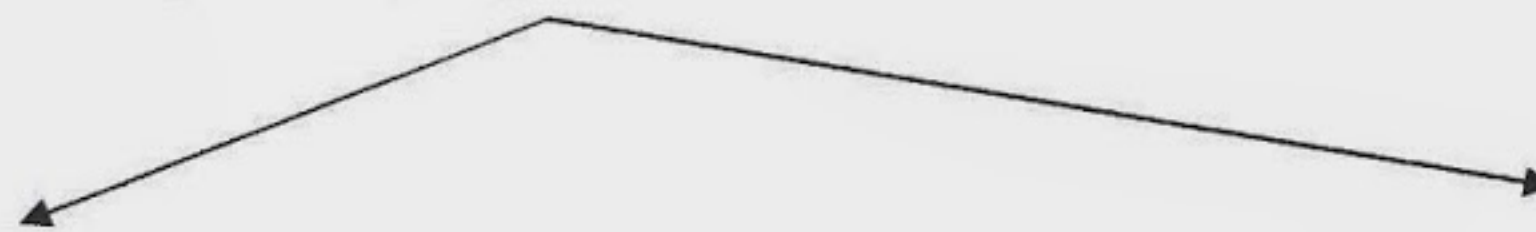
$$y = 100t - 4,9 \cdot t^2 \text{ (m)}$$

$$y = 100 \cdot 10,2 - 4,9 \cdot (10,2)^2 = 510,2 \text{ m}$$

d) Cuando el proyectil llega al suelo, $y = 0$:

$$0 = 100t - 4,9 \cdot t^2$$

$$0 = t \cdot (100 - 4,9 \cdot t)$$



$$t = 0 \text{ s (instante inicial)}$$

$$100 - 4,9 t = 0$$

$$100 = 4,9 t$$

$$t = \frac{100}{4,9} = 20,4 \text{ s}$$

d) Sustituyendo este tiempo en la ecuación que nos da la componente x de la posición, tendremos el alcance:

$$x = 173,2t \text{ (m)}$$

$$x_{\text{máxima}} = 173,2 \cdot 20,4 = 3534,8 \text{ m}$$