

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

- a) **(1.25 puntos)** Resuelva el sistema de ecuaciones matriciales:

$$2A - 5B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}; \quad 3A - B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

- b) **(1.25 puntos)** Dadas las matrices $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot C - D^2 = I_2$

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{si } x \leq -1 \\ x & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ x+2 & \\ x^2 - bx & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- a) **(1.6 puntos)** Calcule a y b para que la función sea continua y derivable en $x = -1$ y $x = 0$.
- b) **(0.9 puntos)** Para $a = 2$ y $b = -\frac{1}{2}$ estudie su monotonía.

EJERCICIO 3

Una almazara recibe cajas de aceitunas de dos productoras, A y B, que cultivan dos variedades, picual y arbequina. El 40% proviene de la productora A, de las cuales el 60% es de la variedad picual. De las que provienen de la productora B, el 30% es de la variedad arbequina. Se elige una caja de aceitunas al azar.

- a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la variedad picual?
- b) **(1 punto)** Si se sabe que es de la variedad picual, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la productora A?
- c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea de la productora A o de la variedad picual.

EJERCICIO 4

La Delegación de Tráfico de una ciudad desea estudiar la influencia del uso del teléfono móvil en los accidentes de tráfico. Elegida una muestra aleatoria simple de 250 accidentes registrados el año pasado, se observó que 90 de ellos se produjeron por distracciones debidas al uso del móvil.

- a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de accidentes de tráfico debidos al uso del móvil mientras se conduce.
- b) **(1 punto)** Usando la estimación anterior, calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para estimar la proporción de accidentes con un error máximo del 5% y un nivel de confianza del 99%.

a) Resuelva el sistema de ecuaciones matriciales:

$$2A - 5B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} ; 3A - B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

b) Dadas las matrices $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, resuelva la ecuación matricial

$$X \cdot C - D^2 = I_2$$

SOCIALES II. 2018 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Resolvemos el sistema matricial

$$\left. \begin{array}{l} 2A - 5B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ 3A - B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2A - 5B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ -15A + 5B = \begin{pmatrix} -20 & -15 \\ -20 & 5 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \Rightarrow -13A = \begin{pmatrix} -13 & -13 \\ -13 & 13 \end{pmatrix} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2A - 5B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ 3A - B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -6A + 15B = \begin{pmatrix} -21 & -6 \\ -21 & -24 \end{pmatrix} \\ 6A - 2B = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 8 & -2 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \Rightarrow 13B = \begin{pmatrix} -13 & 0 \\ -13 & -26 \end{pmatrix} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3a+b & -2a+b \\ 3c+d & -2c+d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 3a+b & -2a+b \\ 3c+d & -2c+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3a+b & -2a+b \\ 3c+d & -2c+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a+b = 0 \\ -2a+b = 2 \\ 3c+d = -2 \\ -2c+d = 4 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{2}{5}; b = \frac{6}{5}; c = -\frac{6}{5}; d = \frac{8}{5}$$

Luego la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5} & \frac{6}{5} \\ -\frac{6}{5} & \frac{8}{5} \end{pmatrix}$

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x}{x+2} & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ x^2 - bx & \text{si } x > 0 \end{cases}$

a) Calcule a y b para que la función sea continua y derivable en $x = -1$ y $x = 0$

b) Para $a = 2$ y $b = -\frac{1}{2}$ estudie su monotonía.

SOCIALES II. 2018. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Por ser continua en $x = -1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^-} (ax+1) = -a+1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(\frac{x}{x+2} \right) = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow -a+1 = -1 \Rightarrow a = 2$

Por ser continua en $x = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x}{x+2} \right) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - bx) = 0 \end{array} \right\}$

Calculamos la función derivada: $f'(x) = \begin{cases} a & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{2}{(x+2)^2} & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ 2x - b & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Por ser derivable en $x = -1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} f'(-1^-) = 2 \\ f'(-1^+) = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow f'(-1^-) = f'(-1^+) \Rightarrow \text{Derivable:}$

Por ser derivable en $x = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} f'(0^-) = \frac{1}{2} \\ f'(0^+) = -b \end{array} \right\} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$

Luego, $a = 2$ y $b = -\frac{1}{2}$

b) Calculamos la función derivada y la igualamos a cero: $f'(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{2}{(x+2)^2} & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ 2x + \frac{1}{2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Iguualamos la derivada a cero: $2x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, +\infty)$
Signo $f'(x)$	+	+	+
Función	C	C	C

La función es creciente en su dominio $(-\infty, +\infty)$

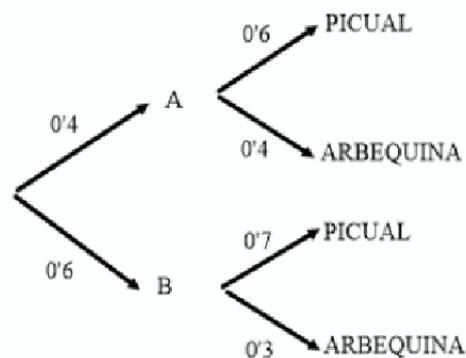
Una almazara recibe cajas de aceitunas de dos productoras, A y B, que cultivan dos variedades, picual y arbequina. El 40% proviene de la productora A, de las cuales el 60% es de la variedad picual. De las que provienen de la productora B, el 30% es de la variedad arbequina. Se elige una caja de aceitunas al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la variedad picual?
- Si se sabe que es de la variedad picual, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la productora A?
- Calcule la probabilidad de que sea de la productora A o de la variedad picual.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 3. EJERCICIO 3 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



$$\text{a) } p(\text{picual}) = 0'4 \cdot 0'6 + 0'6 \cdot 0'7 = 0'66$$

$$\text{b) } p(\text{productora A} / \text{Picual}) = \frac{0'4 \cdot 0'6}{0'66} = \frac{0'24}{0'66} = \frac{4}{11} = 0'3636$$

$$\text{c) } p(A \cup \text{Picual}) = p(A) + p(\text{Picual}) - p(A \cap \text{Picual}) = 0'4 + 0'66 - 0'24 = 0'82$$

La Delegación de Tráfico de una ciudad desea estudiar la influencia del uso del teléfono móvil en los accidentes de tráfico. Elegida una muestra aleatoria simple de 250 accidentes registrados el año pasado, se observó que 90 de ellos se produjeron por distracciones debidas al uso del móvil.

a) Determine un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de accidentes de tráfico debidos al uso del móvil mientras se conduce.

b) Usando la estimación anterior, calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para estimar la proporción de accidentes con un error máximo del 5% y un nivel de confianza del 99%.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 3. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{90}{250} = 0'36$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'36 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'36 \cdot 0'64}{250}}, 0'36 + 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'36 \cdot 0'64}{250}} \right) = (0'2942 ; 0'4258)$$

b)

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

$$E = 0'05 = 2'575 \cdot \sqrt{\frac{0'36 \cdot 0'64}{n}} \Rightarrow n = 611'07 \approx 612$$