

1.- Halla, sin hacer uso de la calculadora, el valor de los siguientes logaritmos, sabiendo que $\ln k = 0,45$:

- $\ln(\sqrt[3]{k})$
- $\ln\left(\frac{e^2}{k}\right)$ (1 punto)

2.- Racionaliza y opera:

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3} \quad (1 \text{ punto})$$

3.- En una progresión geométrica a_n sabemos que su primer término tiene como valor $\frac{5}{8}$ y que la suma de sus infinitos términos vale $\frac{5}{3}$.

- a) Halla el término general de la sucesión.
- b) Calcula la suma de los doce primeros términos.
- c) Calcula la suma de los términos 13 en adelante. (1,5 puntos)

4.- Resuelve las ecuaciones: (4 puntos)

- a) $\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1$
- b) $7^{1+2x} - 50 \cdot 7^x + 7 = 0$
- c) $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$
- d) $\log(x-3) + \log(x+1) = \log 3 + \log(x-1)$

5.- Clasifica y resuelve, si es posible, el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 3z = -4 \end{array} \right\} \quad (1 \text{ punto})$$

6.- Halla la solución, si existe, del siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 2x - 15 \leq 0 \\ 2(-x + 10) \leq -2 \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ puntos})$$

SOLUCIONES

1.- $\ln k = 0,45$:

- $\ln(\sqrt[3]{k}) = \ln k^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \ln k = \frac{1}{3} \cdot 0,45 = 0,15$
- $\ln\left(\frac{e^2}{k}\right) = \ln e^2 - \ln k = 2 \ln e - \ln k = 2 - 0,45 = 1,55$

2.- Racionaliza y opera:

$$\begin{aligned} \frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3} &= \frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} - \frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} + \\ &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+3)}{(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+3)} = \frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3-2} + \frac{2+3\sqrt{2}}{2-9} = \sqrt{3}+5\sqrt{2} - \frac{2+3\sqrt{2}}{7} = \\ &= \frac{7\sqrt{3}+35\sqrt{2}-2-3\sqrt{2}}{7} = \frac{10\sqrt{3}+32\sqrt{2}-2}{7} \end{aligned}$$

3.- $a_1 = \frac{5}{8}$ y $S = \frac{5}{3}$

a) Halla el término general de la sucesión: $S = \frac{a_1}{1-r} \rightarrow \frac{5}{3} = \frac{\frac{5}{8}}{1-r} \rightarrow \frac{5}{3}(1-r) = \frac{5}{8}$

$$1-r = \frac{3}{8} \rightarrow r = \frac{5}{8} \Rightarrow a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{n-1} = \left(\frac{5}{8}\right)^n$$

b) Calcula la suma de los doce primeros términos: $S_{12} = \frac{a_{12}r - a_1}{r-1}$

$$S_{12} = \frac{\left(\frac{5}{8}\right)^{12} \cdot \frac{5}{8} - \frac{5}{8}}{\frac{5}{8} - 1} = 1,6607$$

c) Calcula la suma de los términos 13 en adelante

$$S - S_{12} = \frac{5}{3} - 1,6607 = 0,0059\hat{6}$$

4.- Resuelve las ecuaciones:

a) $\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1 \rightarrow \sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x+5})^2 = (1 + \sqrt{x})^2$

$$x+5 = 1+x+2\sqrt{x} \rightarrow 4 = 2\sqrt{x} \rightarrow 16 = 4x \rightarrow x = 4$$

Comprobación: $\sqrt{4+5} - \sqrt{4} = 1 \rightarrow 3 - 2 = 1$

b) $7^{1+2x} - 50 \cdot 7^x + 7 = 0 \rightarrow 7 \cdot 7^{2x} - 50 \cdot 7^x + 7 = 0$

hacemos el cambio $z = 7^x \rightarrow 7z^2 - 50z + 7 = 0 \rightarrow z = \frac{50 \pm \sqrt{2304}}{14} = \left\langle \frac{7}{1}, \frac{1}{7} \right\rangle$

$$z = 7^x = 7 \rightarrow x = 1$$

$$z = 7^x = \frac{1}{7} \rightarrow x = -1$$

$$c) x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$$

1	1	-5	5	5	-6
1		1	-4	1	6
-1	1	-4	1	6	0
		-1	5	-6	
	1	-5	6	0	

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = 3$

$$d) \log(x-3) + \log(x+1) = \log 3 + \log(x-1) \rightarrow \log[(x-3)(x+1)] = \log(3x-3)$$

$$x^2 - 3x + x - 3 = 3x - 3 \rightarrow x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(x-5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

Solo es válida la solución $x = 5$ (para $x = 0$, salen $\log(-3)$ y $\log(-1)$, que no existen)

$$\begin{aligned} & \left. \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ 5.- \quad 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 3z = -4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ \underline{2E_2 - 3E_1} \quad 0x - y - z = -2 \\ -5x + 3y + 3z = -4 \end{array} \left\} \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ \underline{2E_3 + 5E_1} \quad 0x - y - z = -2 \\ 0x + y + z = 2 \end{array} \right\} \\ & \left. \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ \underline{E_3 + E_2} \quad 0x - y - z = -2 \\ 0 = 0 \end{array} \right\} \text{ SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO} \end{aligned}$$

6.- Halla la solución, si existe, del siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 2x - 15 \leq 0 \\ 2(-x + 10) \leq -2 \end{array} \right\} x^2 - 2x - 15 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2} = \begin{cases} 5 \\ -2 \end{cases}$$



$$-2x + 20 \leq -2 \rightarrow -2x \leq -22 \rightarrow x \geq 11$$

$$\text{Sol: } [-2, 5] \cap [11, +\infty) = \emptyset$$

Solución del sistema: $\emptyset$, no tiene, ya que no hay puntos comunes.