Se puede utilizar calculadora; no usar bolígrafo rojo.

Todos los indicadores tienen el mismo peso en la nota final del examen.

Indicador 1.1: Subconjuntos en IR. Intervalos.

a) TEORÍA: Definir $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$, e indicar cuatro ejemplos (variados y representativos) en cada caso:

Nºs racionales ($\mathbb{Q}$) son aquellos que se pueden expresar como cociente de enteros (o también, cuya expresión decimal es exacta o periódica). P.ej: -2, $1/3$, $-0{,}25$, $0{,}\widehat{6}$ 1,5/

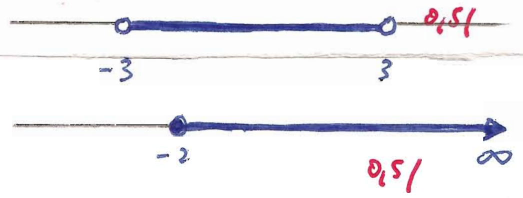
0,25 cada ejemplo

Nºs irracionales ($\mathbb{I}$) son aquellos que no son racionales, es decir, que no se pueden expresar como cociente de enteros (o también, cuya expresión decimal tiene ∞ cifras no periódicas). P.ej: $\sqrt{3}$, π, $1{,}41424344\ldots$, $-\sqrt[3]{2}$ 1,5/

0,25 cada ejemplo

TOTAL: $\boxed{5}$

b) Dibujar en la recta real los intervalos (-3,3) y [-2,∞), definirlos empleando lenguaje matemático, y hallar su ∪ e ∩:



$(-3,3) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, |x| < 3\}$ 1/

$[-2,\infty) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq -2\}$ 1/

$(-3,3) \cup [-2,\infty) = (-3,\infty)$ 1/

$(-3,3) \cap [-2,\infty) = [-2,3)$ 1/

TOTAL: $\boxed{5}$

NOTA del indicador 1.1 (0 a 10) $\boxed{5+5}$

¿Alcanza el mínimo? (Es mínimo todo excepto la ∪ e ∩) ☐

Indicador 1.2: Operaciones con fracciones, potencias y raíces. Racionalización.

a) Calcular, **aplicando, siempre que sea posible, las propiedades de las potencias,** y simplificando en todo momento. **Cuando no sea ya posible aplicar las propiedades de las potencias debido a la existencia de una suma o resta, pasar la potencia a número y operar:**

$$\frac{11^{-1} - 1^{-11}}{\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{-6}\right]^{-5} : \left(\frac{25}{9}\right)^{-14} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-1} + 1} = \frac{\boxed{\frac{1}{11}} - \boxed{1}}{\left(-\frac{3}{5}\right)^{30} : \left(\frac{3^2}{5^2}\right)^{14} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) + 1} = \frac{\boxed{-\frac{10}{11}}}{-\frac{3^{30}}{5^{30}} \cdot \frac{5^{28}}{3^{28}} \cdot \frac{5}{3} + 1} =$$

0,5/ 0,5/ 0,5/

se va — se queda

$$= \frac{-\frac{10}{11}}{-\frac{3^{30} \cdot 5^{28} \cdot 5}{5^{30} \cdot 3^{28} \cdot 3} + 1} = \frac{-\frac{10}{11}}{\boxed{-\frac{3}{5}} + 1} = \frac{-\frac{10}{11}}{\boxed{\frac{2}{5}}} = -\frac{10 \cdot 5}{11 \cdot 2} = -\frac{\cancel{2} \cdot 5 \cdot 5}{11 \cdot \cancel{2}} = \boxed{-\frac{25}{11}}$$

2/ 0,5/ 0,5/ 0,5/

TOTAL: $\boxed{5}$

b) Racionalizar, operar y simplificar:

0,5/ 0,5/ 0,5/

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2}}-\left(\sqrt[3]{2}\right)^2+\frac{4+3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+3}=\frac{2\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}}-\boxed{\sqrt[3]{2^2}}+\frac{(4+3\sqrt{2})(2\sqrt{2}-3)}{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)}=$$

0,5/

$$=\boxed{\frac{\cancel{2}\cdot\sqrt[3]{4}}{\cancel{2}}}-\sqrt[3]{4}+\frac{8\sqrt{2}-\cancel{12}+\cancel{12}-9\sqrt{2}}{(2\sqrt{2})^2-3^2}=\underbrace{\cancel{\sqrt[3]{4}}-\cancel{\sqrt[3]{4}}}+\boxed{\frac{-\sqrt{2}}{8-9}}=\frac{-\sqrt{2}}{-1}=\boxed{\sqrt{2}}$$ 1/

0,5/ 0,5/ 0,5/ 0,5/

TOTAL: $\boxed{5}$

NOTA del indicador 1.2 (0 a 10) $\boxed{5+5}$

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo) $\boxed{}$

Indicador 1.3: Polinomios y fracciones algebraicas.

Operar y simplificar:

2/ 2/ 2/

$$1+\frac{1}{x^2-9}:\frac{\frac{1}{x+3}}{4}=1+\frac{1}{(x+3)(x-3)}\cdot\boxed{\frac{1}{4(x+3)}}=1+\boxed{\frac{4\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}(x-3)}}=1+\boxed{\frac{4}{x-3}}=$$

$$=\frac{x-3+4}{x-3}=\boxed{\frac{x+1}{x-3}}$$

2/ 2/

NOTA del indicador 1.3 (0 a 10) $\boxed{10}$

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo, excepto la simplificación final) $\boxed{}$

Indicador 1.4: Ecuaciones, inecuaciones y sistemas.

Resolver, indicando la solución mediante notación de intervalos:

$$\frac{(x+1)^2}{3}-\frac{2x^2+7x+2}{6}\geq 1-\frac{(x+2)(x-2)}{2}$$

$$\frac{x^2+2x+1}{3}-\frac{2x^2+7x+2}{6}\geq 1-\frac{x^2-4}{2} \quad 0{,}5/$$

$$\Downarrow \cdot 6$$

$$2(x^2+2x+1)-(2x^2+7x+2)\geq 6-3(x^2-4) \quad 0{,}5/$$

$$\cancel{2x^2}+4x+\cancel{2}-\cancel{2x^2}-7x-\cancel{2}\geq 6-3x^2+12$$

$$-3x\geq 18-3x^2$$

$$3x^2-3x-18\geq 0 \quad 0{,}5/$$

$$\Downarrow \div 3$$

$$x^2-x-6\geq 0 \quad 0{,}5/$$

raíces −2 y 3

	$(-\infty,-2)$	$(-2,3)$	$(3,\infty)$
signo x^2-x-6	+	−	+

1/

Soluc: $\boxed{x\in(-\infty,-2]\cup[3,\infty)}$ 3/

TOTAL: $\boxed{6}$

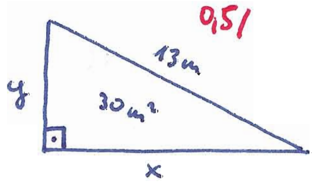
NOTA del indicador 1.4 (0 a 10) $\boxed{6+4}$

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo, incluido el sistema de la pregunta siguiente) $\boxed{}$

Indicador 1.5 (y 1.4): Problemas de planteamiento.

El área de un triángulo rectángulo es 30 m^2 y la hipotenusa mide 13 m. ¿Cuáles son las longitudes de los catetos? (Ayuda: Aplicar el teorema de Pitágoras y plantear un SS.EE. de 2º grado).

0,5/



INDICADOR 1.4

2/

$$\left.\begin{aligned}\tfrac{1}{2}xy&=30\\ x^2+y^2&=13^2\end{aligned}\right\}\quad \left.\begin{aligned}xy&=60\\ x^2+y^2&=169\end{aligned}\right\}\longrightarrow y=\frac{60}{x}\ (*)\Rightarrow$$

TOTAL: $\boxed{4}$

$$\Rightarrow x^2+\left(\frac{60}{x}\right)^2=169;\quad x^2+\frac{3600}{x^2}=169\xrightarrow{\cdot x^2}x^4+3600=169x^2;$$

0,5/ $\boxed{x^4-169x^2+3600=0}$ (ec. BICUADRADA) 1/

cambio de variable $x^2=t\Rightarrow t^2-169t+3600=0$

$$t=\frac{169\pm\sqrt{28561-4\cdot 3600}}{2}=\frac{169\pm\sqrt{14161}}{2}=\frac{169\pm 119}{2}$$

1/ 1/ 1/

- $t=\frac{288}{2}=144=x^2$ 1/
  - $x=-12$ descartado, por tratarse de una longitud 0,5/
  - $x=12_m \xrightarrow[\text{en }(*)]{\text{sustituimos}} y=5\text{ m}$ 0,5/
- $t=\frac{50}{2}=25=x^2$ 1/
  - $x=-5$. descartado, por tratarse de una longitud 0,5/
  - $x=5_m \xrightarrow[\text{en }(*)]{\text{sustituimos}} y=12\text{ m}$ 0,5/

Soluc.: $\boxed{\text{los catetos miden 5 m. y 12 m}}$ 3/

NOTA del indicador 1.5 (0 a 10) $\boxed{10}$

Indicadores 2.1, 2.2 y 2.3: Reducción al 1er cuadrante. Fórmulas trigonométricas.

Sabiendo que $tg\,\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ y que $\pi \le \alpha \le 3\pi/2$, hallar **mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas** (resultados racionalizados y simplificados; no vale usar decimales):

a) $sen\frac{\alpha}{2} = + \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}} = \boxed{\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}}$ 1/ 2/

TOTAL: $\boxed{5}$

$180^\circ \le \alpha \le 270^\circ$

1/ $90^\circ \le \alpha/2 \le 135^\circ$

$\Downarrow$

$\frac{\alpha}{2} \in 2^\circ$ cuad

$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ 1/ ; $1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $1 + \frac{3}{9} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ 1/ ; $\frac{12}{9} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\frac{4}{3} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ 1/

$\frac{3}{4} = \cos^2\alpha$ 1/

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ descartado pq. $\alpha \in 3^{er}$ cuad 3/

1/ $\boxed{\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}}$ 3/

INDICADOR 2.1

b) $\cos(2\alpha + 930^\circ) = \cos 2\alpha \cdot \cos 930^\circ - sen\,2\alpha \cdot sen\,930^\circ$ (*) 0,5/

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - sen^2\alpha = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ 0,5/

$tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{sen\,\alpha}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow sen\,\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 2} = -\frac{1}{2}$ 0,5/

TOTAL: $\boxed{5}$

$sen\,2\alpha = 2\,sen\,\alpha\cos\alpha = 2\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}\cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 0,5/

INDICADOR 2.2

0,5/

$\cos 930^\circ = \cos(210^\circ + 2\text{ vueltas}) = \cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\sqrt{3}/2$ 1/ 2/ 2/

NOTA del indicador 2.1 (0 a 10) 10

¿Alcanza el mínimo? (Obtener cos α en el apdo. **a)**)

$sen\,930^\circ = sen(210^\circ + 2\text{ vueltas}) = sen\,210^\circ = sen(180^\circ + 30^\circ) = -sen\,30^\circ = -1/2$ 1/ 2/ 0,5/ 2/

NOTA del indicador 2.2 (0 a 10) 10

¿Alcanza el mínimo? (Reducir al 1er cuadrante en el apdo. **b)**)

Sustituimos en (*):

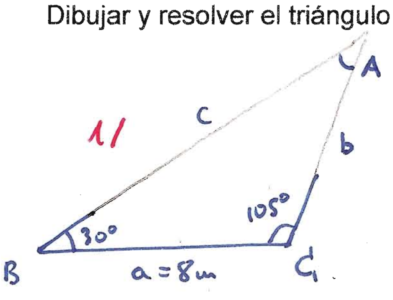
$\cos(2\alpha + 930^\circ) = \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \boxed{0}$ 2/

NOTA del indicador 2.3 (0 a 10) 10

¿Alcanza el mínimo? (El resto)

Indicador 2.4: Resolución de triángulos oblicuángulos.

Dibujar y resolver el triángulo de datos a=8 m, B=30º, C=105º (Resultados con 2 decimales)



1/

$\boxed{\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ}$ 1/

$\frac{a}{sen\,A} = \frac{b}{sen\,B} \Rightarrow \frac{8}{sen\,45^\circ} = \frac{b}{sen\,30^\circ} \Rightarrow \boxed{b = \frac{8\,sen\,30^\circ}{sen\,45^\circ} \simeq 5{,}66\text{ m}}$ 1/ 1/ 2/

Se baja 1 pto. por no indicar unidades

" " " $\simeq$

" redondeo incorrecto

$\frac{a}{sen\,A} = \frac{c}{sen\,C} \Rightarrow \frac{8}{sen\,45^\circ} = \frac{c}{sen\,105^\circ} \Rightarrow \boxed{c = \frac{8\,sen\,105^\circ}{sen\,45^\circ} \simeq 10{,}93\text{ m}}$ 1/ 1/ 2/

NOTA del indicador 2.4 (0 a 10) 10

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)