

## 1. Área de figuras planas

### PIENSA Y CALCULA

Halla mentalmente las áreas de un cuadrado de 7 m de lado y de un rectángulo de 9 m de largo y 5 m de alto.

#### Solución:

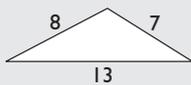
Área del cuadrado:  $49 \text{ m}^2$

Área del rectángulo:  $45 \text{ m}^2$

### APLICA LA TEORÍA

- 1** Calcula el área de un triángulo cuyos lados miden 7 m, 8 m y 13 m

#### Solución:



Se aplica la fórmula de Herón:

$$\text{Perímetro} = 28 \text{ m} \Rightarrow p = 14$$

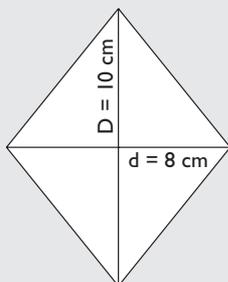
Área:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$A = \sqrt{14 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1} = 24,25 \text{ m}^2$$

- 2** Calcula mentalmente el área de un rombo cuyas diagonales miden 8 cm y 10 cm

#### Solución:



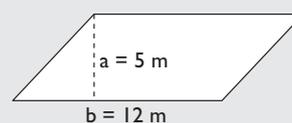
Área:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$A = \frac{8 \cdot 10}{2} = 40 \text{ cm}^2$$

- 3** Calcula mentalmente el área de un romboide en el que la base mide 12 m y la altura tiene 5 m

#### Solución:



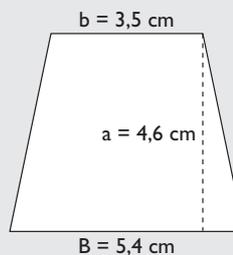
Área:

$$A = b \cdot a$$

$$A = 12 \cdot 5 = 60 \text{ m}^2$$

- 4** Calcula el área de un trapezio en el que las bases miden 5,4 cm y 3,5 cm y la altura tiene 4,6 cm

#### Solución:



Área:

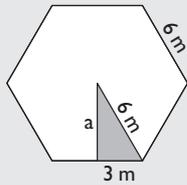
$$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$$

$$A = \frac{5,4 + 3,5}{2} \cdot 4,6 =$$

$$= 20,47 \text{ cm}^2$$

- 5** Calcula el área de un hexágono regular cuyo lado mide 6 m

**Solución:**



Aplicando el teorema de Pitágoras se halla la apotema.

$$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5,2 \text{ m}$$

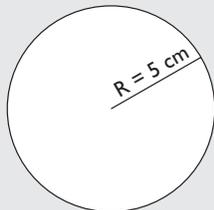
Área:

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A = 6 \cdot 6 \cdot 5,2 : 2 = 93,6 \text{ m}^2$$

- 6** Calcula la longitud de una circunferencia cuyo radio mide 5 cm

**Solución:**



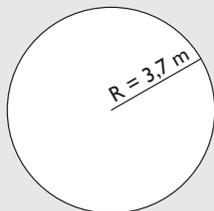
Longitud:

$$L = 2\pi R$$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 31,42 \text{ cm}$$

- 7** Calcula el área de un círculo cuyo radio mide 3,7 m

**Solución:**



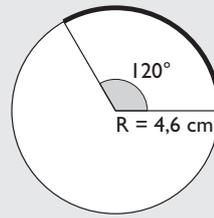
Área:

$$A = \pi R^2$$

$$A = \pi \cdot 3,7^2 = 43,01 \text{ m}^2$$

- 8** Calcula la longitud de un arco de 4,6 cm de radio y cuya amplitud es de 120°

**Solución:**



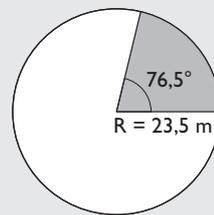
Longitud:

$$L = \frac{2\pi R}{360} \cdot n^\circ$$

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4,6}{360} \cdot 120^\circ = 9,63 \text{ cm}$$

- 9** Calcula el área de un sector circular de 23,5 m de radio y cuya amplitud es de 76,5°

**Solución:**



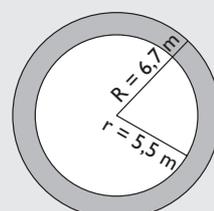
Área:

$$A = \frac{\pi R^2}{360} \cdot n^\circ$$

$$A = \frac{\pi \cdot 23,5^2}{360} \cdot 76,5^\circ = 368,68 \text{ m}^2$$

- 10** Calcula el área de una corona circular cuyos radios miden: R = 6,7 m y r = 5,5 m

**Solución:**



Área:

$$A = \pi(R^2 - r^2)$$

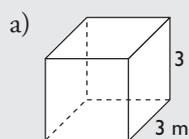
$$A = \pi(6,7^2 - 5,5^2) = 45,99 \text{ m}^2$$

## 2. Área y volumen de cuerpos en el espacio

### PIENSA Y CALCULA

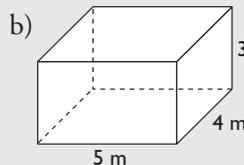
- a) Calcula mentalmente el área y el volumen de un cubo de 3 m de arista.  
b) Calcula mentalmente el área y el volumen de un paralelepípedo u ortoedro de 5, 4 y 3 m de aristas.

**Solución:**



$$\text{Área: } 6 \cdot 3^2 = 54 \text{ m}^2$$

$$\text{Volumen: } 3^3 = 27 \text{ m}^3$$

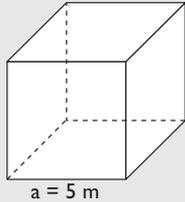


$$\text{Área: } 2(5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 3) = 94 \text{ m}^2$$

$$\text{Volumen: } 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{ m}^3$$

- 11** Calcula mentalmente el área y el volumen de un cubo de 5 m de arista.

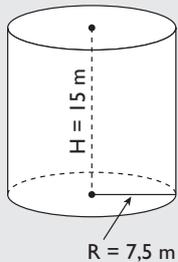
**Solución:**



Área:  
 $A = 6a^2$   
 $A = 6 \cdot 5^2 = 150 \text{ m}^2$   
 Volumen:  
 $V = a^3$   
 $V = 5^3 = 125 \text{ m}^3$

- 12** Calcula el área y el volumen de un cilindro recto cuya base mide 7,5 m de radio y cuya altura es el doble del radio de la base.

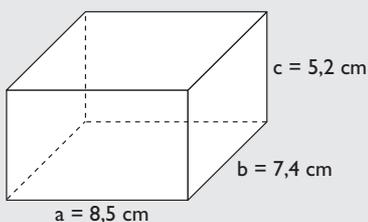
**Solución:**



$A_B = \pi R^2$   
 $A_B = \pi \cdot 7,5^2 = 176,71 \text{ m}^2$   
 $A_L = 2\pi RH$   
 $A_L = 2 \cdot \pi \cdot 7,5 \cdot 15 = 706,86 \text{ m}^2$   
 $A_T = 2A_B + A_L$   
 $A_T = 2 \cdot 176,71 + 706,86 = 1060,28 \text{ m}^2$   
 $V = A_B \cdot H$   
 $V = 176,71 \cdot 15 = 2650,65 \text{ m}^3$

- 13** Calcula el área y el volumen de un ortoedro cuyas aristas miden 8,5 cm, 7,4 cm y 5,2 cm

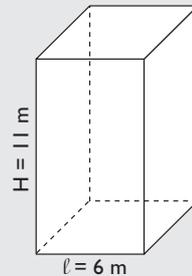
**Solución:**



Área:  
 $A = 2(ab + ac + bc)$   
 $A = 2(8,5 \cdot 7,4 + 8,5 \cdot 5,2 + 7,4 \cdot 5,2) = 291,16 \text{ cm}^2$   
 Volumen:  
 $V = abc$   
 $V = 8,5 \cdot 7,4 \cdot 5,2 = 327,08 \text{ cm}^3$

- 14** Calcula el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 6 m y su altura es de 11 m

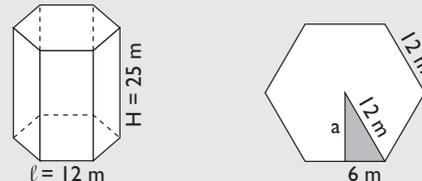
**Solución:**



$A_B = l^2$   
 $A_B = 6^2 = 36 \text{ m}^2$   
 $A_L = 4l \cdot H$   
 $A_L = 4 \cdot 6 \cdot 11 = 264 \text{ m}^2$   
 $A_T = 2A_B + A_L$   
 $A_T = 2 \cdot 36 + 264 = 336 \text{ m}^2$   
 $V = A_B \cdot H$   
 $V = 36 \cdot 11 = 396 \text{ m}^3$

- 15** Calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 12 m y su altura es de 25 m

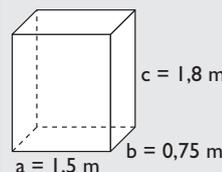
**Solución:**



$a = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 10,39 \text{ m}$   
 $A_B = \frac{P \cdot a}{2} \Rightarrow A_B = 6 \cdot 12 \cdot 10,39 : 2 = 374,04 \text{ m}^2$   
 $A_L = 6l \cdot H \Rightarrow A_L = 6 \cdot 12 \cdot 25 = 1800 \text{ m}^2$   
 $A_T = 2A_B + A_L$   
 $A_T = 2 \cdot 374,04 + 1800 = 2548,08 \text{ m}^2$   
 $V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 374,04 \cdot 25 = 9351 \text{ m}^3$

- 16** El depósito de gasoil de un sistema de calefacción tiene forma de ortoedro, cuyas dimensiones en metros son 1,5 m × 0,75 m × 1,8 m. Calcula cuánto cuesta llenarlo si cada litro de gasoil cuesta 0,55 €. Si la calefacción consume uniformemente todo el gasoil en 120 días, ¿cuánto se gasta diariamente en calefacción?

**Solución:**

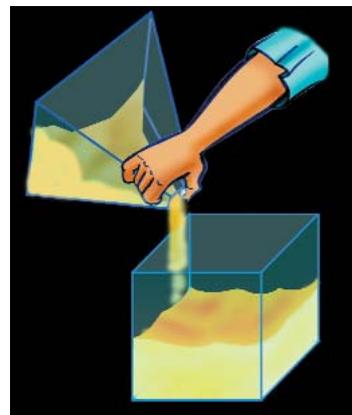


Cuesta:  
 $1,5 \cdot 0,75 \cdot 1,8 \cdot 1000 \cdot 0,55 = 1113,75 \text{ €}$   
 Gasta diariamente:  
 $1113,75 : 120 = 9,28 \text{ €}$

### 3. Área y volumen de pirámides y conos

#### PIENSA Y CALCULA

- a) Tienes un recipiente vacío en forma de prisma y otro en forma de pirámide, con la misma base y la misma altura. Compara la fórmula del volumen del prisma con la de la pirámide, y calcula cuántas veces tienes que llenar de sal la pirámide y echarla en el prisma para llenarlo.
- b) Tienes un recipiente vacío en forma de cilindro y otro en forma de cono, con la misma base y la misma altura. Compara la fórmula del volumen del cilindro con la del cono, y calcula cuántas veces tienes que llenar de sal el cono y echarla en el cilindro para llenarlo.



#### Solución:

- a) Tres veces.  
b) Tres veces.

#### APLICA LA TEORÍA

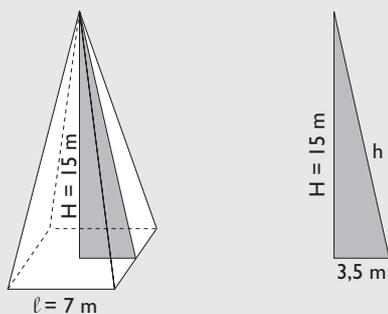
- 17** Calcula el área y el volumen de una pirámide cuadrangular cuya base tiene 7 m de arista y cuya altura mide 15 m

#### Solución:

$$A_B = \ell^2$$

$$A_B = 7^2 = 49 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la apotema de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras.



$$h = \sqrt{15^2 + 3,5^2} = \sqrt{237,25} = 15,40 \text{ m}$$

$$A_L = 4 \cdot \frac{\ell \cdot h}{2}$$

$$A_L = 4 \cdot 7 \cdot 15,4 : 2 = 215,6 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 49 + 215,6 = 264,6 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$V = 49 \cdot 15 : 3 = 245 \text{ m}^3$$

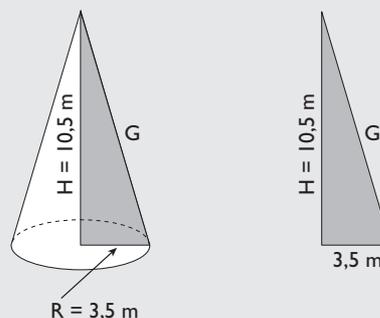
- 18** Calcula el área y el volumen de un cono recto en el que el radio de la base mide 3,5 m y la altura es el triple de dicho radio.

#### Solución:

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 3,5^2 = 38,48 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la generatriz aplicando el teorema de Pitágoras.



$$G = \sqrt{10,5^2 + 3,5^2} = \sqrt{122,5} = 11,07 \text{ m}$$

$$A_L = \pi R G$$

$$A_L = \pi \cdot 3,5 \cdot 11,07 = 121,72 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 38,48 + 121,72 = 160,2 \text{ m}^2$$

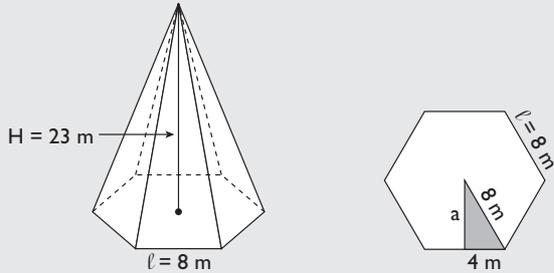
$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$V = 38,48 \cdot 10,5 : 3 = 134,68 \text{ m}^3$$

- 19** Calcula el área y el volumen de una pirámide hexagonal cuya base tiene una arista de 8 m y cuya altura es de 23 m

**Solución:**

Tenemos que hallar la apotema de la base aplicando el teorema de Pitágoras.

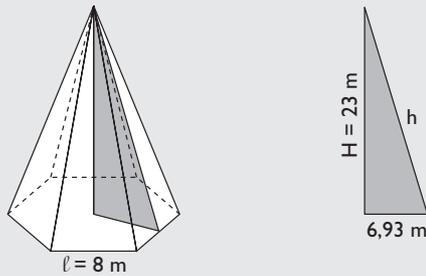


$$a = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6,93 \text{ m}$$

$$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A_B = 6 \cdot 8 \cdot 6,93 : 2 = 166,32 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la apotema de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras.



$$h = \sqrt{23^2 + 6,93^2} = \sqrt{577,02} = 24,02 \text{ m}$$

$$A_L = 6 \cdot \frac{l \cdot h}{2}$$

$$A_L = 6 \cdot 8 \cdot 24,02 : 2 = 576,48 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 166,32 + 576,48 = 742,8 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$V = 166,32 \cdot 23 : 3 = 1275,12 \text{ m}^3$$

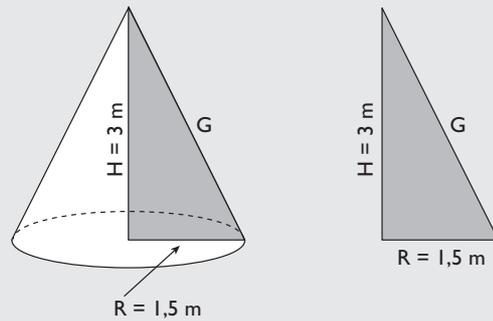
- 20** Una tienda de campaña tiene forma de cono recto; el radio de la base mide 1,5 m y la altura es de 3 m. El metro cuadrado de suelo cuesta 15 €, y el resto, 7 € el metro cuadrado. ¿Cuánto cuesta el material para construirla?

**Solución:**

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 1,5^2 = 7,07 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la generatriz aplicando el teorema de Pitágoras.



$$G = \sqrt{1,5^2 + 3^2} = \sqrt{11,25} = 3,35 \text{ m}$$

$$A_L = \pi R G$$

$$A_L = \pi \cdot 1,5 \cdot 3,35 = 15,79 \text{ m}^2$$

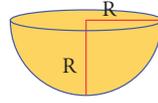
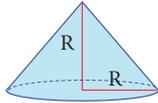
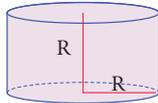
$$\text{Coste: } 7,07 \cdot 15 + 15,79 \cdot 7 = 216,58 \text{ €}$$

## 4. Área y volumen de troncos y esfera

### PIENSA Y CALCULA

Aplicando mentalmente las fórmulas del volumen:

a) Calcula el volumen de los siguientes cuerpos en función de R: cilindro, cono y semiesfera.



b) El volumen de uno de los cuerpos es igual a la suma de los volúmenes de los otros dos. ¿Cuál es la relación?

**Solución:**

a) Volumen del cilindro:  $\pi R^3$

Volumen del cono:  $\frac{1}{3}\pi R^3$

Volumen de la semiesfera:  $\frac{2}{3}\pi R^3$

b) Volumen del cilindro = Volumen del cono + Volumen de la semiesfera.

### APLICA LA TEORÍA

**21** Calcula el área y el volumen de un tronco de pirámide cuadrangular sabiendo que la arista de la base mayor mide 16 m; la arista de la base menor, 12 m; y la altura, 20 m

**Solución:**

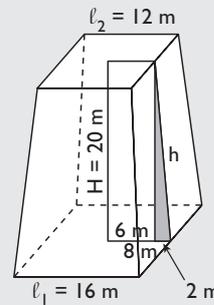
$$A_{B_1} = \ell_1^2$$

$$A_{B_1} = 16^2 = 256 \text{ m}^2$$

$$A_{B_2} = \ell_2^2$$

$$A_{B_2} = 12^2 = 144 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la apotema del tronco de pirámide aplicando el teorema de Pitágoras:



$$h = \sqrt{20^2 + 2^2} = \sqrt{404} = 20,10 \text{ m}$$

$$A_L = 4 \cdot \frac{\ell_1 + \ell_2}{2} \cdot h$$

$$A_L = 4 \cdot \frac{16 + 12}{2} \cdot 20,1 = 1125,6 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$$

$$A_T = 256 + 144 + 1125,6 = 1525,6 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} A_{B_2}}) \cdot H$$

$$V = (256 + 144 + \sqrt{256 \cdot 144}) \cdot 20 : 3 = 3946,67 \text{ m}^3$$

- 22** Calcula el área y el volumen de un tronco de cono sabiendo que el radio de la base mayor mide 7 m; el de la base menor, 4 m; y la altura, 11 m

**Solución:**

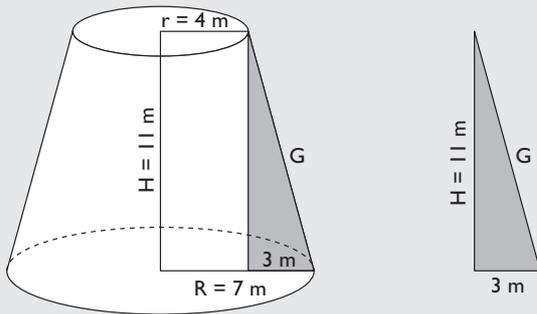
$$A_{B_1} = \pi \cdot R^2$$

$$A_{B_1} = \pi \cdot 7^2 = 153,94 \text{ m}^2$$

$$A_{B_2} = \pi \cdot r^2$$

$$A_{B_2} = \pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la generatriz del tronco de cono aplicando el teorema de Pitágoras:



$$G = \sqrt{11^2 + 3^2} = \sqrt{130} = 11,40 \text{ m}$$

$$A_L = \pi(R + r) \cdot G$$

$$A_L = \pi \cdot (7 + 4) \cdot 11,4 = 393,96 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$$

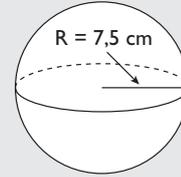
$$A_T = 153,94 + 50,27 + 393,96 = 598,17 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3}(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} A_{B_2}}) \cdot H$$

$$V = \left(153,94 + 50,27 + \sqrt{153,94 \cdot 50,27}\right) \cdot 11 : 3 = 1\,071,32 \text{ m}^3$$

- 23** Calcula el área y el volumen de una esfera cuyo radio mide 7,5 m

**Solución:**



$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4\pi \cdot 7,5^2 = 706,86 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = 4 : 3 \cdot \pi \cdot 7,5^3 = 1\,767,15 \text{ m}^3$$

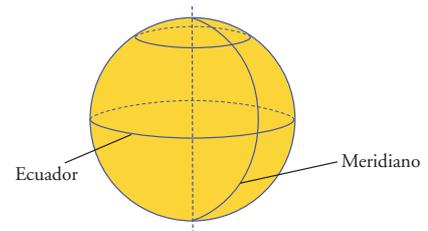
## 5. La esfera y el globo terráqueo

Sabiendo que un **metro** es la diezmillonésima parte del cuadrante de un meridiano terrestre, y suponiendo que el globo terráqueo es una esfera perfecta, calcula la longitud de un meridiano y la longitud del Ecuador. Exprésalo en kilómetros.

**Solución:**

$$\text{Longitud de cada uno: } 4 \cdot 10\,000\,000 = 40\,000\,000 \text{ m} = 40\,000 \text{ km}$$

PIENSA Y CALCULA



**24** Expresa de forma aproximada en grados y minutos la longitud y la latitud de:

- a) Sevilla                      b) Orense  
c) Castellón                  d) Albacete



**Solución:**

- a) Sevilla (6° O, 37° 30' N)  
b) Orense (8° O, 42° 30' N)  
c) Castellón (0° O, 40° N)  
d) Albacete (2° O, 39° N)

**25** Si la longitud del Ecuador es de unos 40 000 km, calcula la distancia que se recorre sobre el Ecuador al avanzar 1° en longitud.

**Solución:**

$$40\,000 : 360 = 111,11 \text{ km}$$

**26** Busca en el mapa las ciudades cuyas coordenadas geográficas son las siguientes:

- a) 2° 28' O 36° 50' N  
b) 3° 41' O 40° 24' N  
c) 4° 25' O 36° 43' N  
d) 5° 34' O 42° 36' N

**Solución:**

- a) Almería.  
b) Madrid.  
c) Málaga.  
d) León.

**27** Si la longitud de un meridiano es de unos 40 000 km, calcula la distancia que se recorre sobre un meridiano al avanzar 1° en latitud.

**Solución:**

$$40\,000 : 360 = 111,11 \text{ km}$$

**28** Calcula de forma aproximada la distancia que hay entre las localidades de Dos Hermanas (Sevilla) y Avilés (Asturias) si las coordenadas geográficas de ambas localidades son más o menos las siguientes:

- Dos Hermanas: 5° 55' O, 37° 17' N
- Avilés: 5° 55' O, 43° 33' N

**Solución:**

$$43^\circ 33' - 37^\circ 17' = 6^\circ 16' = 6,27^\circ$$

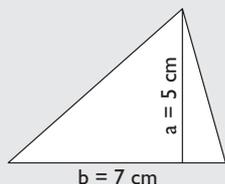
$$40\,000 : 360^\circ \cdot 6,27^\circ = 696,67 \text{ km}$$

# Ejercicios y problemas

## 1. Área de figuras planas

- 29** Calcula mentalmente el área de un triángulo cuya base mide 7 cm y cuya altura es de 5 cm

**Solución:**



Área:

$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{7 \cdot 5}{2} = 17,5 \text{ cm}^2$$

- 30** Calcula mentalmente el área de un cuadrado cuyo lado mide 0,6 m

**Solución:**



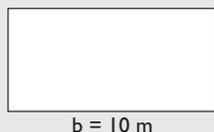
Área:

$$A = l^2$$

$$A = 0,6^2 = 0,36 \text{ m}^2$$

- 31** Calcula mentalmente el área de un rectángulo que mide la mitad de alto que de largo y cuya altura es de 5 m

**Solución:**



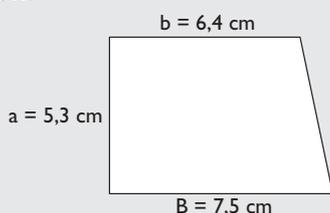
Área:

$$A = b \cdot a$$

$$A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ m}^2$$

- 32** Calcula el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 7,5 cm y 6,4 cm, y el lado perpendicular a las bases mide 5,3 cm

**Solución:**



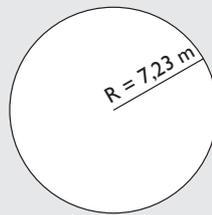
Área:

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$$

$$A = \frac{7,5 + 6,4}{2} \cdot 5,3 = 36,84 \text{ cm}^2$$

- 33** Calcula el área de un círculo de 7,23 m de radio.

**Solución:**



Área:

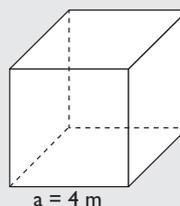
$$A = \pi R^2$$

$$A = \pi \cdot 7,23^2 = 164,22 \text{ m}^2$$

## 2. Área y volumen de cuerpos en el espacio

- 34** Calcula mentalmente el área y el volumen de un cubo de 4 m de arista.

**Solución:**



Área:

$$A = 6a^2$$

$$A = 6 \cdot 4^2 = 96 \text{ m}^2$$

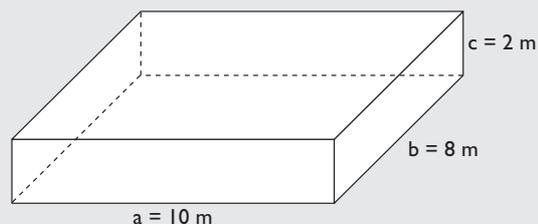
Volumen:

$$V = a^3$$

$$V = 4^3 = 64 \text{ m}^3$$

- 35** Calcula mentalmente el área y el volumen de un ortoedro cuyas aristas miden 10 m, 8 m y 2 m

**Solución:**



Área:

$$A = 2(ab + ac + bc)$$

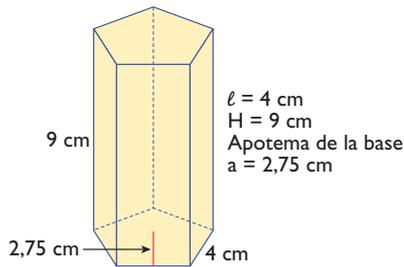
$$A = 2(10 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 8 \cdot 2) = 232 \text{ m}^2$$

Volumen:

$$V = abc$$

$$V = 10 \cdot 8 \cdot 2 = 160 \text{ m}^3$$

- 36** Calcula el área y el volumen del prisma pentagonal del siguiente dibujo:



**Solución:**

$$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A_B = 5 \cdot 4 \cdot 2,75 : 2 = 27,5 \text{ cm}^2$$

$$A_L = 5 \cdot \ell \cdot H \Rightarrow A_L = 5 \cdot 4 \cdot 9 = 180 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 2A_B + A_L \Rightarrow A_T = 2 \cdot 27,5 + 180 = 235 \text{ cm}^2$$

$$V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 27,5 \cdot 9 = 247,5 \text{ cm}^3$$

- 37** Calcula el área y el volumen de un cilindro recto en el que el radio de la base mide 12,5 m y cuya altura es de 27,6 m

**Solución:**

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 12,5^2 = 490,87 \text{ m}^2$$

$$A_L = 2\pi RH$$

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot 12,5 \cdot 27,6 = 2167,70 \text{ m}^2$$

$$A_T = 2A_B + A_L$$

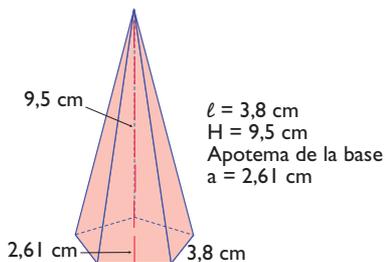
$$A_T = 2 \cdot 490,87 + 2167,7 = 3149,44 \text{ m}^2$$

$$V = A_B \cdot H$$

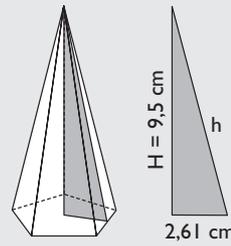
$$V = 490,87 \cdot 27,6 = 13548,12 \text{ m}^3$$

### 3. Área y volumen de pirámides y conos

- 38** Calcula el área y el volumen de la pirámide pentagonal del siguiente dibujo:



**Solución:**



$$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A_B = 5 \cdot 3,8 \cdot 2,61 : 2 = 24,80 \text{ cm}^2$$

Tenemos que hallar la apotema de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras.

$$h = \sqrt{2,61^2 + 9,5^2} = \sqrt{97,06} = 9,85 \text{ m}$$

$$A_L = 5 \cdot \frac{\ell \cdot h}{2}$$

$$A_L = 5 \cdot 3,8 \cdot 9,85 : 2 = 93,58 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 24,8 + 93,58 = 118,38 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$V = 24,8 \cdot 9,5 : 3 = 78,53 \text{ cm}^3$$

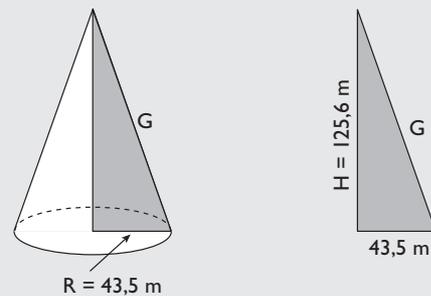
- 39** Calcula el área y el volumen de un cono recto en el que el radio de la base mide 43,5 m y cuya altura es de 125,6 m

**Solución:**

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 43,5^2 = 5944,68 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la generatriz aplicando el teorema de Pitágoras.



$$G = \sqrt{43,5^2 + 125,6^2} = \sqrt{17667,61} = 132,92 \text{ m}$$

$$A_L = \pi RG$$

$$A_L = \pi \cdot 43,5 \cdot 132,92 = 18164,75 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 5944,68 + 18164,75 = 24109,43 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$V = 5944,68 \cdot 125,6 : 3 = 248883,94 \text{ m}^3$$

# Ejercicios y problemas

## 4. Área y volumen de troncos y esfera

- 40** Calcula el área y el volumen de un tronco de pirámide cuadrangular sabiendo que la arista de la base mayor mide 15 cm; la arista de la base menor, 9 cm; y la altura, 10 cm

**Solución:**

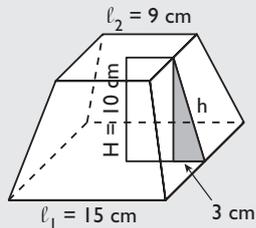
$$A_{B_1} = \ell_1^2$$

$$A_{B_1} = 15^2 = 225 \text{ cm}^2$$

$$A_{B_2} = \ell_2^2$$

$$A_{B_2} = 9^2 = 81 \text{ cm}^2$$

Tenemos que hallar la apotema del tronco de pirámide aplicando el teorema de Pitágoras:



$$h = \sqrt{10^2 + 3^2} = \sqrt{109} = 10,44 \text{ m}$$

$$A_L = 4 \cdot \frac{\ell_1 + \ell_2}{2} \cdot h$$

$$A_L = 4 \cdot \frac{15 + 9}{2} \cdot 10,44 = 501,12 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$$

$$A_T = 225 + 81 + 501,12 = 807,12 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} A_{B_2}}) \cdot H$$

$$V = (225 + 81 + \sqrt{225 \cdot 81}) \cdot 10 : 3 = 1470 \text{ m}^3$$

- 41** Calcula el área y el volumen de un tronco de cono sabiendo que el radio de la base mayor mide 4 m, el de la base menor es la mitad y la altura es 7 m

**Solución:**

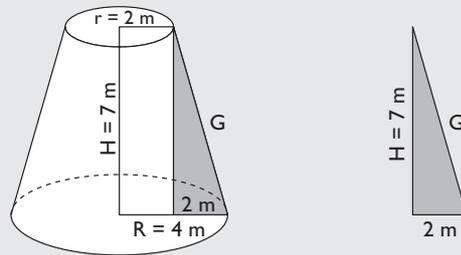
$$A_{B_1} = \pi R^2$$

$$A_{B_1} = \pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ m}^2$$

$$A_{B_2} = \pi r^2$$

$$A_{B_2} = \pi \cdot 2^2 = 12,57 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la generatriz del tronco de cono aplicando el teorema de Pitágoras:



$$G = \sqrt{7^2 + 2^2} = \sqrt{53} = 7,28 \text{ m}$$

$$A_L = \pi(R + r) \cdot G$$

$$A_L = \pi \cdot (4 + 2) \cdot 7,28 = 137,22 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$$

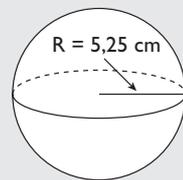
$$A_T = 50,27 + 12,57 + 137,22 = 200,06 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} A_{B_2}}) \cdot H$$

$$V = (50,27 + 12,57 + \sqrt{50,27 \cdot 12,57}) \cdot 7 : 3 = 205,28 \text{ m}^3$$

- 42** Calcula el área y el volumen de una esfera cuyo radio mide 5,25 cm

**Solución:**



$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4\pi \cdot 5,25^2 = 346,36 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = 4 : 3 \cdot \pi \cdot 5,25^3 = 606,13 \text{ cm}^3$$

- 43** Las dimensiones en centímetros de un cartón de leche de un litro son  $9,5 \times 6,4 \times 16,5$ . Si lo construyésemos de forma esférica, ¿cuántos centímetros cuadrados de cartón ahorraríamos?

**Solución:**

Área del cartón de leche:

$$2(9,5 \cdot 6,4 + 9,5 \cdot 16,5 + 6,4 \cdot 16,5) = 646,3 \text{ cm}^2$$

Radio de una esfera de volumen 1 litro.

$$4\pi R^3/3 = 1 \Rightarrow R^3 = \frac{3}{4\pi}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} = 0,62 \text{ dm} = 6,2 \text{ cm}$$

Área de la esfera de un litro:

$$A = 4\pi \cdot 6,2^2 = 483,05 \text{ cm}^2$$

$$\text{Ahorraríamos: } 646,3 - 483,05 = 163,25 \text{ cm}^2$$

## 5. La esfera y el globo terráqueo

- 44 Expresa de forma aproximada la longitud y la latitud de Valencia y Zaragoza.



### Solución:

Valencia(30' O, 39° 30' N)  
Zaragoza(1° O, 41° 30' N)

- 45 Busca en el mapa las ciudades cuyas coordenadas geográficas son las siguientes:

- a) 1° 52' O 39° N      b) 2° 11' E 41° 23' N  
c) 8° 39' O 42° 26' N      d) 3° 47' O 37° 46' N

### Solución:

- a) Albacete.  
b) Barcelona.  
c) Pontevedra.  
d) Jaén.

- 46 Calcula la distancia que hay entre las localidades de Carmona (Sevilla) y Aller (Asturias) si las coordenadas geográficas de ambas localidades son:

Carmona: 5° 38' O, 43° 10' N  
Aller: 5° 38' O, 37° 28' N

### Solución:

$$43^{\circ} 10' - 37^{\circ} 28' = 5^{\circ} 42' = 5,7^{\circ}$$

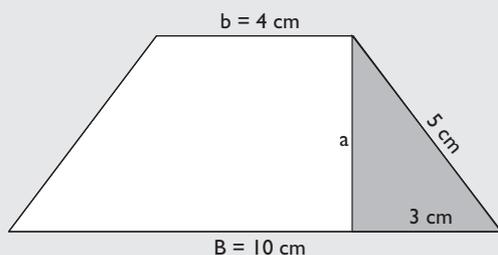
$$40\,000 : 360^{\circ} \cdot 5,7^{\circ} = 633,33 \text{ km}$$

## Para ampliar

- 47 Calcula el área de un trapezio isósceles en el que las bases miden 10 cm y 4 cm y los otros dos lados tienen 5 cm cada uno.

### Solución:

Hay que aplicar el teorema de Pitágoras para calcular la altura.

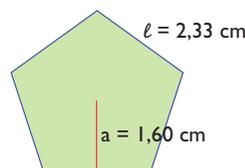


$$a = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$$

$$A = \frac{10 + 4}{2} \cdot 4 = 28 \text{ m}^2$$

- 48 Calcula el área del siguiente pentágono:



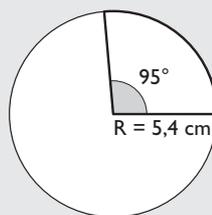
### Solución:

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{5 \cdot 2,33 \cdot 1,6}{2} = 9,32 \text{ cm}^2$$

- 49 Calcula la longitud de un arco cuyo radio mide 5,4 cm y cuya amplitud es de 95°

### Solución:

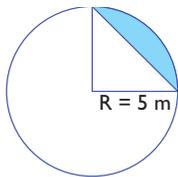


$$L = \frac{2\pi R}{360} \cdot n^{\circ}$$

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5,4}{360^{\circ}} \cdot 95^{\circ} = 8,95 \text{ cm}$$

# Ejercicios y problemas

- 50** Calcula el área del segmento circular coloreado de azul en la siguiente figura:



**Solución:**

Área:

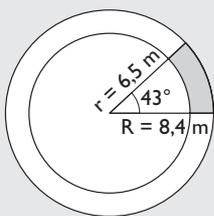
$$A_{\text{segmento}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}}$$

$$A_{\text{segmento}} = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ - \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 5^2}{360^\circ} \cdot 90^\circ - \frac{5 \cdot 5}{2} = 7,13 \text{ m}^2$$

- 51** Calcula el área de un trapecio circular de radios  $R = 8,4 \text{ m}$  y  $r = 6,5 \text{ m}$ , y de amplitud  $43^\circ$

**Solución:**



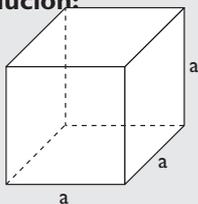
Área:

$$A = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{360^\circ} \cdot n^\circ$$

$$A = \frac{\pi(8,4^2 - 6,5^2)}{360^\circ} \cdot 43^\circ = 10,62 \text{ m}^2$$

- 52** Calcula la arista de un cubo de  $85 \text{ m}^2$  de área redondeando el resultado a dos decimales.

**Solución:**



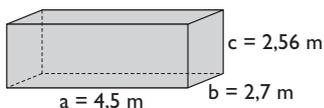
Área:

$$A_B = 6a^2 = 85 \text{ m}^2$$

Arista:

$$a = \sqrt{85 : 6} = 3,76 \text{ m}$$

- 53** Calcula el área y el volumen del siguiente ortoedro:



**Solución:**

Área:

$$A = 2(ab + ac + bc)$$

$$A = 2(4,5 \cdot 2,7 + 4,5 \cdot 2,56 + 2,7 \cdot 2,56) = 61,16 \text{ m}^2$$

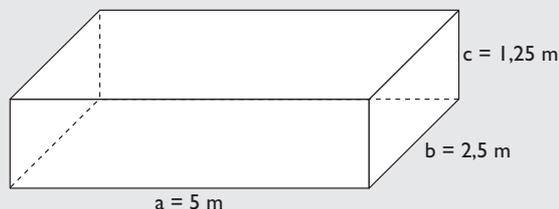
Volumen:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 4,5 \cdot 2,7 \cdot 2,56 = 31,1 \text{ m}^3$$

- 54** Calcula el área y el volumen de un ortoedro sabiendo que sus aristas forman una progresión geométrica decreciente de razón  $1/2$  y que la arista mayor mide  $5 \text{ m}$

**Solución:**



Área:

$$A = 2(ab + ac + bc)$$

$$A = 2(5 \cdot 2,5 + 5 \cdot 1,25 + 2,5 \cdot 1,25) = 43,75 \text{ m}^2$$

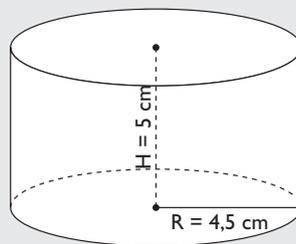
Volumen:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 5 \cdot 2,5 \cdot 1,25 = 15,63 \text{ m}^3$$

- 55** A un tarro de miel que tiene forma cilíndrica queremos ponerle una etiqueta que lo rodee completamente. El diámetro del tarro mide  $9 \text{ cm}$  y la altura de la etiqueta es de  $5 \text{ cm}$ . Calcula el área de la etiqueta.

**Solución:**



$$A_L = 2\pi R \cdot H$$

$$A_L = 2\pi \cdot 4,5 \cdot 5 = 141,37 \text{ cm}^2$$

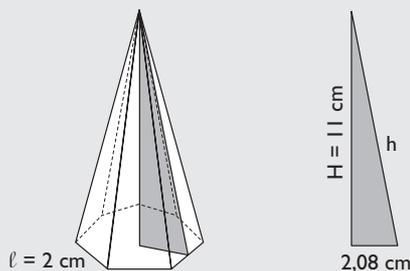
- 56** Calcula el área y el volumen de una pirámide heptagonal en la que la arista de la base mide 2 cm; la apotema, 2,08 cm; y la altura, 11 cm

**Solución:**

$$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A_B = \frac{7 \cdot 2 \cdot 2,08}{2} = 14,56 \text{ cm}^2$$

Tenemos que hallar la apotema de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras.



$$h = \sqrt{2,08^2 + 1^2} = \sqrt{125,33} = 11,19 \text{ cm}$$

$$A_L = 7 \cdot \frac{l \cdot h}{2}$$

$$A_L = 7 \cdot 2 \cdot 11,19 : 2 = 78,33 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$A_T = 14,56 + 78,33 = 92,89 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$V = 14,56 \cdot 11 : 3 = 53,39 \text{ cm}^3$$

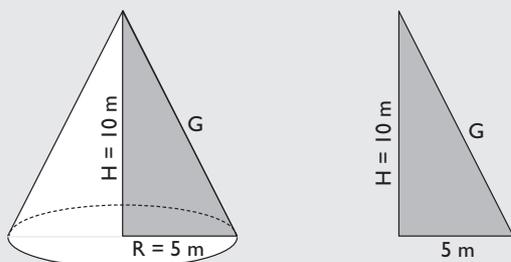
- 57** Calcula el área y el volumen de un cono recto en el que el diámetro de la base es igual a la altura que mide 10 m

**Solución:**

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 5^2 = 78,54 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la generatriz aplicando el teorema de Pitágoras.



$$G = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 11,18 \text{ m}$$

$$A_L = \pi R G$$

$$A_L = \pi \cdot 5 \cdot 11,18 = 175,62 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

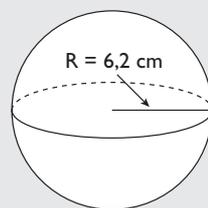
$$A_T = 78,54 + 175,62 = 254,16 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$V = 78,54 \cdot 10 : 3 = 261,8 \text{ m}^3$$

- 58** Calcula el radio de una esfera de volumen 1 litro.

**Solución:**

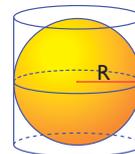


$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} = 1 \Rightarrow R^3 = \frac{3}{4\pi}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} = 0,62 \text{ dm} = 6,2 \text{ cm}$$

- 59** Una esfera de 4 cm de diámetro está inscrita en un cilindro. ¿Cuál es la altura del cilindro?



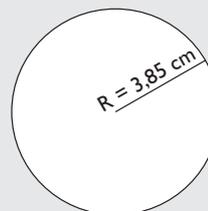
**Solución:**

Altura del cilindro = diámetro de la esfera = 4 cm

### Con calculadora

- 60** Calcula la longitud de una circunferencia cuyo radio es de 3,85 cm

**Solución:**



Longitud:

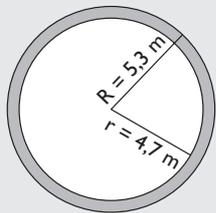
$$L = 2\pi R$$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot 3,85 = 24,19 \text{ cm}$$

# Ejercicios y problemas

- 61** Calcula el área de una corona circular cuyos radios son  $R = 5,3$  m y  $r = 4,7$  m

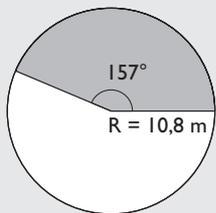
**Solución:**



Área:  
 $A = \pi(R^2 - r^2)$   
 $A = \pi(5,3^2 - 4,7^2) =$   
 $= 18,85 \text{ m}^2$

- 62** Calcula el área de un sector circular cuyo radio mide 10,8 m y cuya amplitud es de  $157^\circ$

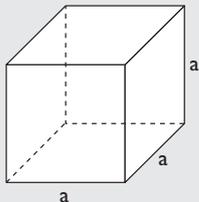
**Solución:**



Área:  
 $A = \frac{\pi R^2}{360} \cdot n^\circ$   
 $A = \frac{\pi \cdot 10,8^2}{360} \cdot 157^\circ =$   
 $= 159,81 \text{ m}^2$

- 63** Calcula la arista de un cubo cuyo volumen mide  $2 \text{ m}^3$ , redondeando el resultado a dos decimales.

**Solución:**

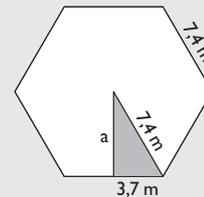


Volumen:  
 $V = a^3$   
 Arista:  
 $a = \sqrt[3]{2} = 1,26 \text{ m}$

- 64** Calcula el área y el volumen de una pirámide hexagonal en el que la arista de la base mide 7,4 m y la altura tiene 17,9 m

**Solución:**

Tenemos que hallar la apotema de la base aplicando el teorema de Pitágoras.

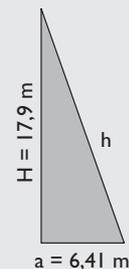
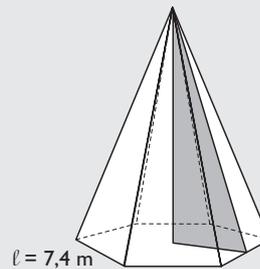


$$a = \sqrt{7,4^2 - 3,7^2} = \sqrt{41,07} = 6,41 \text{ m}$$

$$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A_B = \frac{6 \cdot 7,4 \cdot 6,41}{2} = 142,3 \text{ m}^2$$

Tenemos que hallar la apotema de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras.



$$h = \sqrt{6,41^2 + 17,9^2} = \sqrt{361,5} = 19,01 \text{ m}$$

$$A_L = 6 \cdot \frac{l \cdot h}{2}$$

$$A_L = 6 \cdot \frac{7,4 \cdot 19,01}{2} = 422,02 \text{ m}^2$$

$$A_T = A_B + A_L$$

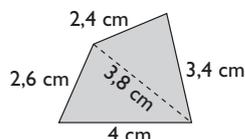
$$A_T = 142,3 + 422,02 = 564,32 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$V = 142,3 \cdot 17,9 : 3 = 849,06 \text{ m}^3$$

## Problemas

- 65** Calcula el área del siguiente trapezoide:



### Solución:

Tenemos que descomponerlo en dos triángulos y aplicar en cada uno de ellos la fórmula de Herón:

Triángulo de lados: 4 cm; 2,6 cm y 3,8 cm

Perímetro: 10,4  $\Rightarrow$  Semiperímetro: 5,2

Área:  $\sqrt{5,2 \cdot 1,2 \cdot 2,6 \cdot 1,4} = 4,77 \text{ cm}^2$

Triángulo de lados: 3,8 cm; 2,4 cm y 3,4 cm

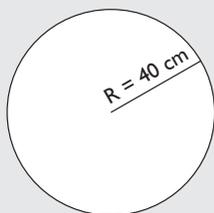
Perímetro: 9,6  $\Rightarrow$  Semiperímetro: 4,8

Área:  $\sqrt{4,8 \cdot 1 \cdot 2,4 \cdot 1,4} = 4,02 \text{ cm}^2$

Área total:  $4,77 + 4,02 = 8,79 \text{ cm}^2$

- 66** Calcula el número de vueltas que da una rueda de bicicleta para recorrer 1 km si el radio de la bicicleta mide 40 cm

### Solución:



Longitud de la rueda:

$$L = 2\pi R$$

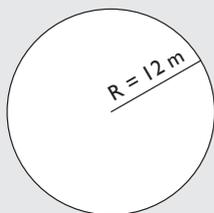
$$L = 2 \cdot \pi \cdot 0,4 = 2,51 \text{ m}$$

Nº de vueltas:

$$1000 : 2,51 = 398,4 \text{ vueltas.}$$

- 67** Calcula el radio de una plaza de toros portátil que tiene de área 452,4 m<sup>2</sup>

### Solución:



$$A = \pi R^2$$

$$\pi R^2 = 452,4 \Rightarrow R^2 = 452,4/\pi$$

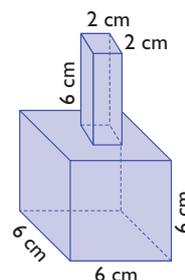
$$R = \sqrt{\frac{452,4}{\pi}} = 12 \text{ m}$$

- 68** Calcula el radio de la Tierra sabiendo que un cuadrante mide 10 000 km

### Solución:

$$2\pi R = 4 \cdot 10000 \Rightarrow R = \frac{40000}{2\pi} = 6366,20 \text{ km}$$

- 69** Calcula el volumen de la siguiente pieza:

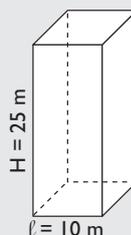


### Solución:

$$\text{Volumen: } 6^3 + 2^2 \cdot 6 = 240 \text{ cm}^3$$

- 70** Un silo, que es un edificio para almacenar cereales, tiene forma de prisma cuadrangular. Si la arista de la base mide 10 m y la altura es de 25 m, ¿qué volumen contiene?

### Solución:



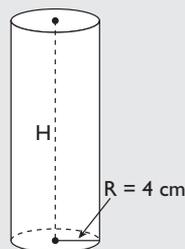
Volumen:

$$V = A_B \cdot H$$

$$V = 10 \cdot 10 \cdot 25 = 2500 \text{ m}^3$$

- 71** Calcula la altura que tiene que tener un bote de conservas de un litro, sabiendo que el diámetro de la base mide 8 cm

### Solución:



Área de la base:

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ cm}^2$$

$$V = A_B \cdot H \Rightarrow H = \frac{V}{A_B}$$

$$H = 1000 : 50,27 = 19,89 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

# Ejercicios y problemas

- 72** Las dimensiones en centímetros de un cartón de leche de un litro son:  $9,5 \times 6,4 \times 16,5$ . Si lo construyésemos de forma cúbica, ¿cuántos centímetros cuadrados de cartón ahorraríamos?

**Solución:**

Superficie del cartón:

$$2(9,5 \cdot 6,4 + 9,5 \cdot 16,5 + 6,4 \cdot 16,5) = 646,3 \text{ cm}^2$$

Arista del cubo:

$$a^3 = 1 \text{ dm}^3$$

$$a = 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Superficie del cubo: } 6 \cdot 10^2 = 600 \text{ cm}^2$$

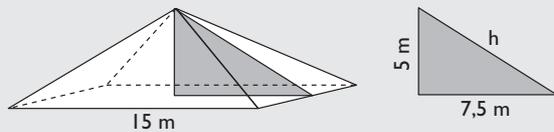
Si fuese cúbico nos ahorraríamos:

$$646,3 - 600 = 46,3 \text{ cm}^2$$

- 73** Un tejado tiene forma de pirámide cuadrangular. La arista de su base mide 15 m y la altura es de 5 m. Si reparar un metro cuadrado cuesta 18 €, ¿cuánto costará reparar todo el tejado?

**Solución:**

Tenemos que hallar la apotema de la pirámide aplicando el teorema de Pitágoras.



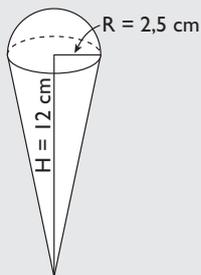
$$a = \sqrt{7,5^2 + 5^2} = \sqrt{81,25} = 9,01 \text{ m}$$

$$A_L = 4 \cdot 15 \cdot 9,01 : 2 = 270,3 \text{ m}^2$$

$$\text{Coste: } 270,3 \cdot 18 = 4865,4 \text{ €}$$

- 74** En un helado con forma de cono, 1/5 del contenido sobresale del cucurucho. Si el radio de la base del cucurucho mide 2,5 cm y la altura es de 12 cm, ¿cuántos helados se podrán hacer con 10 litros de masa?

**Solución:**



Volumen del cucurucho:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$V = \pi \cdot 2,5^2 \cdot 12 : 3 = 78,54 \text{ cm}^3$$

Volumen del helado:

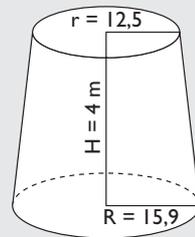
$$78,54 \cdot (1 + 1/5) = 94,25 \text{ cm}^3$$

Nº de helados:

$$10\,000 : 94,25 = 106,1 \text{ helados.}$$

- 75** Calcula el volumen de un trozo de tronco de árbol, en el que el radio de la base mayor mide 15,9 cm; el radio de la base menor, 12,5 cm; y su altura, 4 m

**Solución:**



$$A_{B_1} = \pi R^2$$

$$A_{B_1} = \pi \cdot 15,9^2 = 794,23 \text{ cm}^2$$

$$A_{B_2} = \pi r^2$$

$$A_{B_2} = \pi \cdot 12,5^2 = 490,87 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} A_{B_2}}) \cdot H$$

$$V = (794,23 + 490,87 + \sqrt{794,23 \cdot 490,87}) \cdot 400 : 3 = 254\,598,75 \text{ cm}^3 = 0,25 \text{ m}^3$$

- 76** Un cubo de basura en forma de tronco de cono tiene las siguientes medidas: radio de la base menor, 10 cm; radio de la base mayor, 12 cm; y altura, 50 cm. Si no tiene tapa, calcula su superficie y su volumen.

**Solución:**

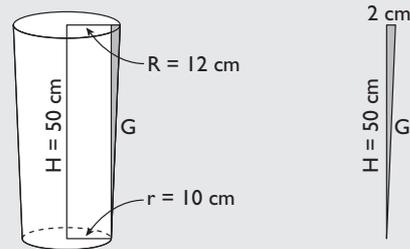
$$A_{B_1} = \pi r^2$$

$$A_{B_1} = \pi \cdot 10^2 = 314,16 \text{ cm}^2$$

$$A_{B_2} = \pi R^2$$

$$A_{B_2} = \pi \cdot 12^2 = 452,39 \text{ cm}^2$$

Tenemos que hallar la generatriz del tronco de cono aplicando el teorema de Pitágoras:



$$G = \sqrt{50^2 + 2^2} = \sqrt{2\,504} = 50,04 \text{ cm}$$

$$A_L = \pi(R + r) \cdot G$$

$$A_L = \pi \cdot (12 + 10) \cdot 50,04 = 3\,458,52 \text{ cm}^2$$

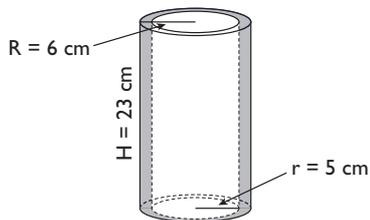
$$A_T = A_{B_1} + A_L$$

$$A_T = 314,16 + 3\,458,52 = 3\,772,68 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} A_{B_2}}) \cdot H$$

$$V = (314,16 + 452,39 + \sqrt{314,16 \cdot 452,39}) \cdot 50 : 3 = 19\,059,03 \text{ cm}^3 = 19,06 \text{ litros.}$$

**77** Calcula el volumen de la siguiente pieza:



**Solución:**

Volumen:

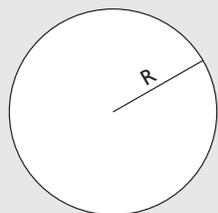
$$V = A_B \cdot H$$

$$V = \pi(6^2 - 5^2) \cdot 23 = 794,82 \text{ cm}^3$$

### Para profundizar

**78** Calcula el radio de una circunferencia que mide 37,5 m de longitud.

**Solución:**

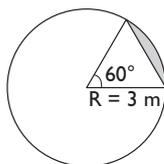


$$L = 2\pi R$$

$$2\pi R = 37,5$$

$$R = \frac{37,5}{2\pi} = 5,97 \text{ m}$$

**79** Calcula el área del segmento circular coloreado de amarillo en la siguiente figura:



**Solución:**

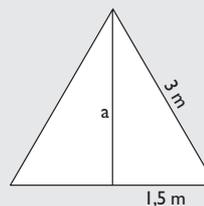
$$A_{\text{segmento}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}}$$

Área del sector:

$$A = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ$$

$$A = \frac{\pi \cdot 3^2}{360^\circ} \cdot 60^\circ = 4,71 \text{ m}^2$$

Hay que aplicar el teorema de Pitágoras para hallar la altura.

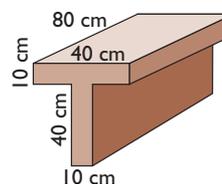


$$a = \sqrt{3^2 - 1,5^2} = \sqrt{6,75} = 2,60 \text{ m}$$

$$\text{Área del triángulo: } 3 \cdot 2,6 : 2 = 3,9 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del segmento: } 4,71 - 3,9 = 0,81 \text{ m}^2$$

**80** Calcula el volumen de la siguiente mesa:



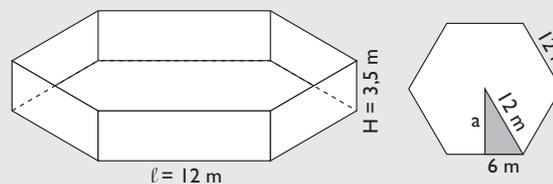
**Solución:**

$$V = 10 \cdot 40 \cdot 80 + 10 \cdot 40 \cdot 80 = 64\,000 \text{ cm}^3 = 0,064 \text{ m}^3$$

**81** Una piscina tiene forma de prisma hexagonal. La arista de su base mide 12 m y la altura tiene 3,5 m. ¿Cuánto costará llenarla si el litro de agua tiene un precio de 0,02 €?

**Solución:**

Hay que aplicar el teorema de Pitágoras para hallar la apotema de la base.



$$a = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 10,39 \text{ m}$$

$$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A_B = 6 \cdot 12 \cdot 10,39 : 2 = 374,04 \text{ m}^2$$

$$V = A_B \cdot H$$

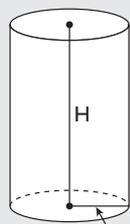
$$V = 374,04 \cdot 3,5 = 1\,309,14 \text{ m}^3 = 1\,309\,140 \text{ litros.}$$

$$\text{Coste: } 1\,309\,140 \cdot 0,02 = 26\,182,8 \text{ €}$$

## Ejercicios y problemas

- 82** Supongamos que un bote de refresco es totalmente cilíndrico y que el diámetro de la base mide 6,5 cm. Si tiene una capacidad de 33 cl, ¿cuánto medirá la altura?

**Solución:**



$$R = 3,25 \text{ cm}$$

$$A_B = \pi R^2$$

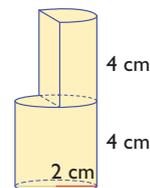
$$A_B = \pi \cdot 3,25^2 = 33,18 \text{ cm}^2 =$$
$$= 0,33 \text{ dm}^2$$

$$33 \text{ cl} = 0,33 \text{ litros} = 0,33 \text{ dm}^3$$

$$V = A_B \cdot H \Rightarrow H = \frac{V}{A_B}$$

$$H = 0,33 : 0,33 = 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

- 83** Calcula el volumen de la siguiente pieza:



**Solución:**

$$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 \cdot 1,5 = 75,40 \text{ cm}^3$$

- 84** Calcula el volumen de la Tierra sabiendo que el radio mide 6 400 km. Da el resultado en notación científica.

**Solución:**

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V = 4\pi \cdot 6\,400^3 : 3 = 1,1 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$$

## Aplica tus competencias

- 85** Calcula el coste de los terrenos que hay que expropiar para hacer una autopista de 50 km con una anchura de 80 m, pagando a 5 € el metro cuadrado.

**Solución:**

$$\text{Coste: } 50\,000 \cdot 80 \cdot 5 = 20\,000\,000 \text{ €} =$$
$$= 20 \text{ millones de €}$$

- 86** Hay que rebajar un montículo con forma de semiesfera cuyo radio mide 25 m. Calcula el número de viajes que tiene que hacer un camión que lleva cada vez 5 metros cúbicos.

**Solución:**

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 25^3 : 2 = 32\,724,92 \text{ m}^3$$

$$\text{Nº de viajes: } 32\,724,92 : 5 = 6\,545 \text{ viajes.}$$

- 87** Calcula los metros cúbicos totales de asfalto que hay que echar en una autopista si tiene 50 km de longitud y dos direcciones, cada una con una anchura de 20 m. El grosor del asfalto es de 5 cm

**Solución:**

Volumen:

$$50\,000 \cdot 20 \cdot 0,05 \cdot 2 = 100\,000 \text{ m}^3$$

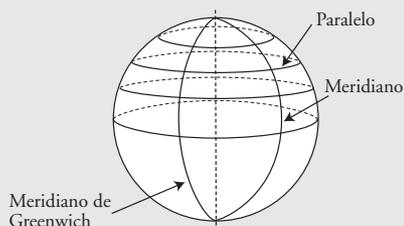
# Comprueba lo que sabes

- 1** Define paralelos y meridianos. Pon un ejemplo haciendo un dibujo y marcando varios de ellos.

**Solución:**

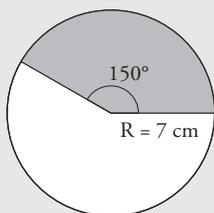
Paralelos: son las circunferencias paralelas al ecuador.

Meridianos: son las circunferencias máximas que pasan por los polos.



- 2** Calcula el área de un sector circular de 7 cm de radio y 150° de amplitud.

**Solución:**



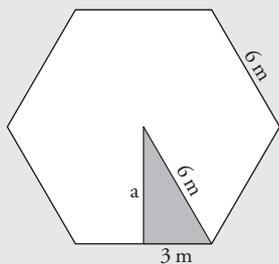
$$A = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ$$

$$A = \frac{\pi \cdot 7^2}{360^\circ} \cdot 150^\circ = 64,14 \text{ cm}^2$$

- 3** Calcula el área de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 6 m y cuya altura es de 15 m

**Solución:**

Hay que aplicar el teorema de Pitágoras para hallar la apotema de la base.



$$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5,20 \text{ m}$$

$$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$A_B = 6 \cdot 6 \cdot 5,2 : 2 = 93,6 \text{ m}^2$$

$$A_L = 6 \cdot \ell \cdot H$$

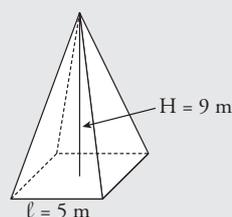
$$A_L = 6 \cdot 6 \cdot 15 = 540 \text{ m}^2$$

$$A_T = 2A_B + A_L$$

$$A_T = 2 \cdot 93,6 + 540 = 727,2 \text{ m}^2$$

- 4** Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular en la que la arista de la base mide 5 m y cuya altura es de 9 m

**Solución:**



$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$A = 5^2 \cdot 9 : 3 = 75 \text{ m}^3$$

- 5** Calcula el área de un tronco de pirámide cuadrangular en el que la arista de la base mayor mide 8 m; la de la base menor, 5 m; y la altura, 12 m

**Solución:**

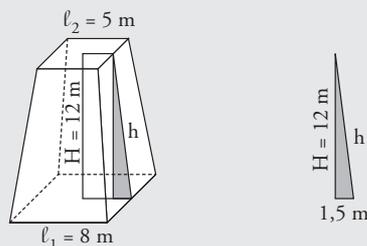
$$A_{B_1} = \ell_1^2$$

$$A_{B_1} = 8^2 = 64 \text{ cm}^2$$

$$A_{B_2} = \ell_2^2$$

$$A_{B_2} = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

Tenemos que hallar la apotema del tronco de pirámide aplicando el teorema de Pitágoras:



$$h = \sqrt{12^2 + 1,5^2} = \sqrt{146,25} = 12,09 \text{ m}$$

$$A_L = 4 \cdot \frac{\ell_1 + \ell_2}{2} \cdot h$$

$$A_L = 4 \cdot (8 + 5) : 2 \cdot 12,09 = 314,34 \text{ m}^2$$

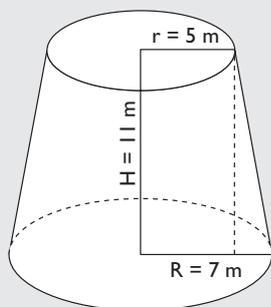
$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$$

$$A_T = 64 + 25 + 314,34 = 404,34 \text{ m}^2$$

## Comprueba lo que sabes

- 6 Calcula el volumen de un tronco de cono en el que el radio de la base mayor mide 7 m; el de la base menor, 5 m; y la altura, 11 m

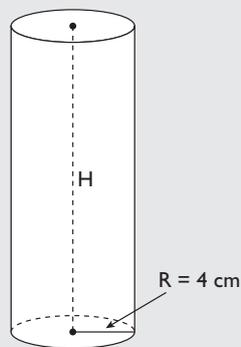
**Solución:**



$$\begin{aligned}A_{B_1} &= \pi R^2 \\A_{B_1} &= \pi \cdot 7^2 = 153,94 \text{ m}^2 \\A_{B_2} &= \pi r^2 \\A_{B_2} &= \pi \cdot 5^2 = 78,54 \text{ m}^2 \\V &= \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}) \cdot H \\V &= (153,94 + 78,54 + \sqrt{153,94 \cdot 78,54}) \cdot 11 : 3 = \\&= 1\,255,6 \text{ m}^3\end{aligned}$$

- 7 Calcula la altura que tiene que tener un bote de conservas de un litro, sabiendo que el diámetro de la base mide 8 cm

**Solución:**



$$\begin{aligned}\text{Área de la base:} \\A_B &= \pi R^2 \\A_B &= \pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ cm}^2 \\V &= A_B \cdot H \Rightarrow H = \frac{V}{A_B} \\H &= 1\,000 : 50,27 = \\&= 19,89 \text{ cm} = 20 \text{ cm}\end{aligned}$$

- 8 Calcula el volumen de un helado con forma de cono, que llena el interior del cono y del que sobresale una semiesfera en la parte superior. El radio del cono mide 2,5 cm y la altura es de 15 cm

**Solución:**

Volumen del cono:

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} A_B \cdot H \\V &= \pi \cdot 2,5^2 \cdot 15 : 3 = 98,17 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

Volumen de la semiesfera:

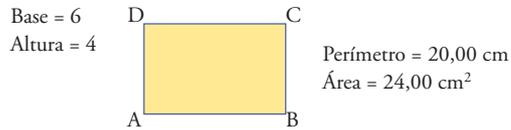
$$\begin{aligned}V &= \frac{4}{3} \pi R^3 : 2 \\V &= 4\pi \cdot 2,5^3 : 3 : 2 = 32,72 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

Volumen del helado:

$$98,17 + 32,72 = 130,89 \text{ cm}^3$$

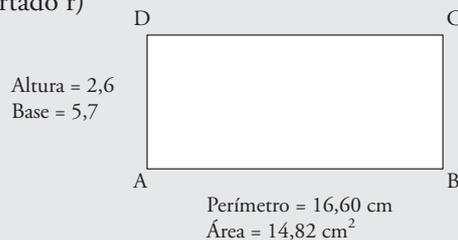
## Paso a Paso

- 88** Dibuja un rectángulo cuyos lados miden 6 cm y 4 cm, y calcula el perímetro y el área.

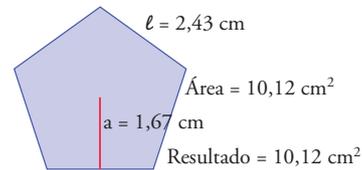
**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

Apartado r)



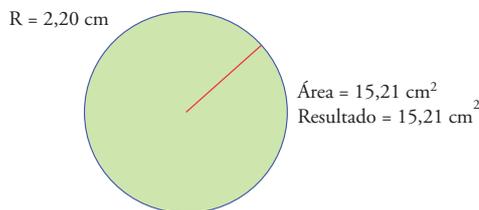
- 89** Dibuja un pentágono regular. Mide el lado, la apotema y el área. Comprueba con la calculadora de CABRI la fórmula del área.

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

## Practica

- 90** Dibuja un círculo de radio 2,2 cm



Guárdalo como **Círculo**

**Geometría dinámica: interactividad**

Edita la medida del radio y modifícala.

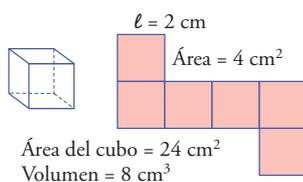
**Solución:**

Se edita la medida del radio.

Se dibuja la circunferencia con ese radio.

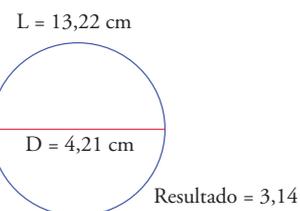
Se mide el área y se calcula el área con la calculadora de CABRI.

- 91** Dibuja un cubo y su desarrollo plano. Calcula el área y el volumen.

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

- 92** Calcula el valor de  $\pi$ . Para ello, dibuja una circunferencia y un diámetro; mide el diámetro y la longitud de la circunferencia; y con la calculadora de CABRI, divide la longitud de la circunferencia entre el diámetro.

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

- 93** **Internet.** Abre la web: [www.editorial-bruno.es](http://www.editorial-bruno.es) y elige **Matemáticas, curso** y **tema**.