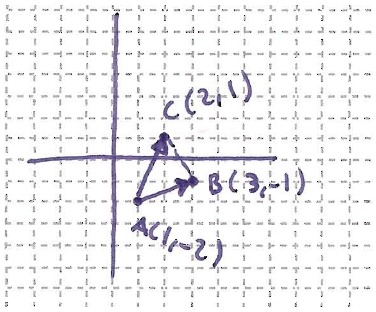
1. Dibujar el triángulo de vértices A(1,-2), B(3,-1) y C(2,1) y calcular su área. *(1,75 puntos)*



$\vec{AB} = B - A = (3,-1) - (1,-2) = (2,1)$

$\vec{AC} = C - A = (2,1) - (1,-2) = (1,3)$ 0.25

$$\cos A = \frac{\vec{AB}\cdot\vec{AC}}{\|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AC}\|} = \frac{(2,1)\cdot(1,3)}{\sqrt{4+1}\cdot\sqrt{1+9}} = \frac{2+3}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\cancel{5}\sqrt{2}}{\cancel{5}\cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

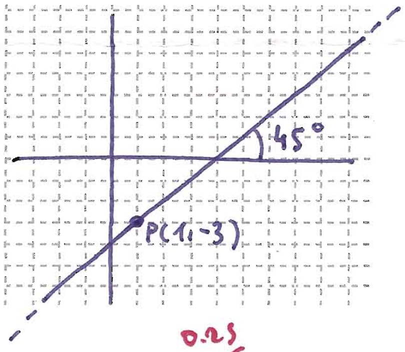
$\Rightarrow A = \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = 45°$ 0.25

$\boxed{1{,}75}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AC}\|\cdot \operatorname{sen} A = \frac{1}{2}\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}\cdot\operatorname{sen}45° = \frac{1}{2}\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{10}{4} = \boxed{\frac{5}{2}\,u^2}$$ 1

0.25

2. Dibujar la recta que pasa por P(1,-3) y forma 45º con OX$^+$, y hallar su ecuación en todas las formas conocidas. *(2 puntos)*



0.25

$m = \operatorname{tg} 45° = 1 \Rightarrow \vec{u_r} = (1,1)$, $P(1,-3)$ $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{matrix} x = 1 + \lambda \\ y = -3 + \lambda \end{matrix}}$ PARAMÉTRICAS 0.35 $\Rightarrow$ $\boxed{\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+3}{1}}$ CONTINUA 0.35 $\Rightarrow$

$\Rightarrow x - 1 = y + 3$

$\boxed{x - y - 4 = 0}$ GRAL. o IMPLÍCITA 0.35 $\Rightarrow$ $\boxed{y = x - 4}$ EXPLÍCITA 0.35

$\Downarrow$

$\boxed{y + 3 = x - 1}$ PTO - PDTE. 0.35

$\boxed{1{,}75}$

3. Dadas las rectas r: x-2y+5=0

s: 3x+my-2=0 *(2 puntos)*

a) Hallar m para que sean //

$r \parallel s \Leftrightarrow \dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} \Rightarrow \dfrac{1}{3} = \dfrac{-2}{m} \Rightarrow \boxed{m = -6}$ 0,4

b) Hallar su distancia en el caso anterior.

$\left.\begin{matrix} r: x - 2y + 5 = 0 \\ s: 3x - 6y - 2 = 0 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{x=0} -2 = 6y;\ y = -1/3 \rightarrow P(0, -1/3) \in s$

$$d(r,s) = d(P,r) = \frac{|0 + \frac{2}{3} + 5|}{\sqrt{1+4}} = \frac{17/3}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{17}{3\sqrt{5}}\,u}$$ 0,4

c) Hallar m para que sean $\perp$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{v_r}=(2,1)\\ \vec{v_s}=(-m,3)\end{array}\right\} \quad r\perp s \Leftrightarrow \vec{u_r}\cdot\vec{v_s}=0\ ;\quad (2,1)\cdot(-m,3)=-2m+3=0$$

$$3=2m\ ;\ \boxed{m=3/2}$$

0,4 ✓

d) Hallar el ángulo que forman r y t: 3x+4y-1=0

$$\left.\begin{array}{l}\vec{v_r}=(2,1)\\ \vec{u_t}=(-4,3)\end{array}\right\} \quad \cos\alpha=\frac{|\vec{u_r}\cdot\vec{v_t}|}{\|\vec{u_r}\|\cdot\|\vec{v_t}\|}=\frac{|(2,1)\cdot(-4,3)|}{\sqrt{4+1}\cdot\sqrt{16+9}}=\frac{|-8+3|}{\sqrt{5}\cdot 5}=\frac{\cancel{5}}{\cancel{5}\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}\Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha=\arccos\frac{\sqrt{5}}{5}\simeq 63^\circ 26' 6''}$$

0,4 ✓

$\boxed{2}$ (0,4 cada apdo.)

e) ¿Qué posición relativa tienen r y t?

$r: x-2y+5=0$

$t: 3x+4y-1=0$

SECANTES, pues se cortan formando $63^\circ 26' 6''$

0.4 ✓

4. a) Operar en polar y dar el resultado en binómica: *(2 puntos)*

$$\frac{(-2\sqrt{3}-2i)^4}{(-1+\sqrt{3}i)^3\,(2-2i)^2}=\frac{(4_{210^\circ})^4}{(2_{120^\circ})^3\cdot(2\sqrt{2}_{315^\circ})^2}=\frac{(2^8)_{840^\circ}}{(2^3)_{360^\circ}\,(2^3)_{630^\circ}}=(2^2)_{-150^\circ}=\boxed{4_{210^\circ}}=$$

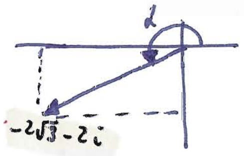
0.1 ✓ 0.1 ✓ 0.1 ✓

$$=4(\cos 210^\circ+i\cdot \operatorname{sen} 210^\circ)=4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}\right)=\boxed{-2\sqrt{3}-2i}$$

$\cos(180^\circ+30^\circ)=-\cos 30^\circ$ 0.1 ✓

$\operatorname{sen}(180^\circ+30^\circ)=-\operatorname{sen}30^\circ$

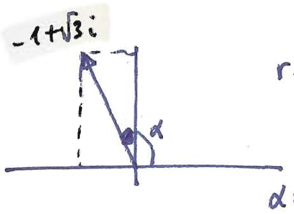
0.2 ✓ 0.1 ✓



$$r=\sqrt{(-2\sqrt{3})^2+(-2)^2}=$$
$$=\sqrt{12+4}=\boxed{4}$$

0.1 ✓

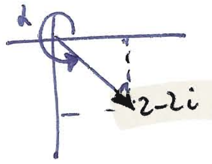
$$\alpha=\operatorname{arctg}\frac{-\cancel{2}}{-\cancel{2}\sqrt{3}}=\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3} \begin{array}{l}\nearrow 30^\circ \text{ descartado}\\ \searrow \boxed{210^\circ}\end{array}$$



$$r=\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}=$$
$$=\sqrt{1+3}=\boxed{2}$$

0.1 ✓

$$\alpha=\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{-1}=\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})=$$
$$=-\operatorname{arctg}\sqrt{3} \begin{array}{l}\nearrow -60^\circ=300^\circ \text{ descartado}\\ \searrow \boxed{120^\circ}\end{array}$$



$$r=\sqrt{2^2+(-2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=\boxed{2\sqrt{2}}$$

$\alpha=\boxed{315^\circ}$ (se ve en el dibujo)

0.1 ✓

b) Operar en binómica: $\dfrac{(2-3i)^2-(2+3i)(3-2i)}{3i^{17}-1}=\dfrac{4-12i+9i^2-(6-4i+9i-6i^2)}{3i-1}=\dfrac{4-12i-9-(6-4i+9i+6)}{3i-1}=$

$17 \,|\underline{4}$, resto 1, cociente 4 $\Rightarrow i^{17}=i$

$$=\frac{-5-12i-(12+5i)}{3i-1}=\frac{-17-17i}{-1+3i}=\frac{(-17-17i)(-1-3i)}{(-1+3i)(-1-3i)}=$$

0.25 ✓

$$=\frac{17+51i+17i+51i^2}{1-9i^2}=\frac{17+51i+17i-51}{1+9}=\frac{-34+68i}{10}=\boxed{-\frac{17}{5}+\frac{34}{5}i}$$

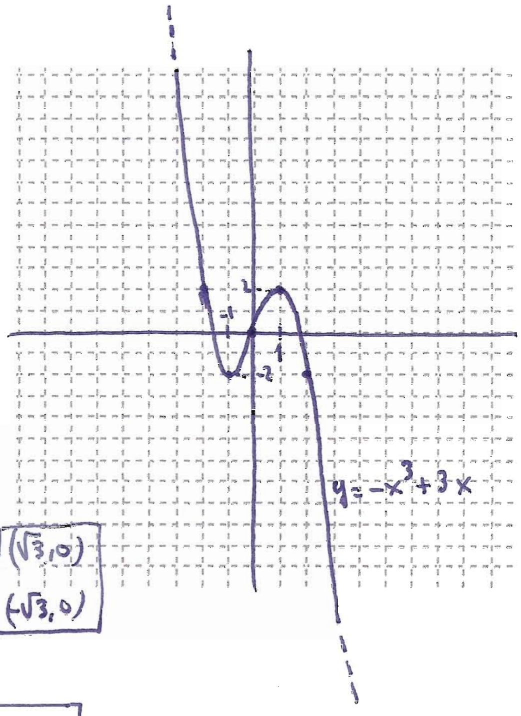
0.25 ✓ 0.5 ✓

$\boxed{2}$

(1+1)

5. Dada $f(x)=-x^3+3x$ se pide: *(2 puntos)*

a) $\boxed{\text{Dom}(f) = \mathbb{R}}$ pq. es polinómica 0.1



b) Posible simetría. 0.2

$f(-x) = -(-x)^3+3(-x) = x^3-3x = -f(x) \Rightarrow \boxed{\text{IMPAR}}$

c) Posibles cortes con los ejes.

CORTE EJE X: $y=0 \Rightarrow -x^3+3x=0$

$x(-x^2+3)=0 \nearrow x=0 \rightarrow \boxed{(0,0)}$

$\searrow -x^2+3=0$

0.2 $3=x^2 \nearrow x=\sqrt{3} \rightarrow \boxed{(\sqrt{3},0)}$

$\searrow x=-\sqrt{3} \rightarrow \boxed{(-\sqrt{3},0)}$

0,55

d) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.

x	$-\infty$ ...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	... ∞
$y=-x^3+3x$	∞ ...	52	18	2	-2	0	2	-2	-18	-52	... $-\infty$

e) Intervalos de crecimiento. Posibles M y m.

$\boxed{\begin{array}{l} f(x) \searrow \forall x \in (-\infty,-1) \cup (1,\infty) \\ f(x) \nearrow \forall x \in (-1,1) \end{array}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} M(1,2) \\ m(-1,-2) \end{array}}$ 0.2

f) ¿Es continua?

$f(x)$ continua $\forall x \in \mathbb{R}$, como puede verse en la gráfica 0.1

2

g) A la vista de la gráfica, indicar su Im(f)

$\boxed{\text{Im}(f) = \mathbb{R}}$ 0.1

h) Ecuación de las posibles asíntotas.

no presenta asíntotas 0.05

i) $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$

$\boxed{\lim_{x\to -\infty} f(x) = \infty}$ $\boxed{\lim_{x\to \infty} f(x) = -\infty}$ 0.1

j) Hallar la antiimagen de y=2

$-x^3+3x=2 \; ; \; 0=x^3-3x+2$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -3 & 2 \\ 1 & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

0,4

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1-4\cdot(-2)}}{2} = \dfrac{-1 \pm 3}{2} \begin{array}{l} \nearrow \boxed{x=1} \\ \searrow \boxed{x=-2} \end{array}$