

1. Dada $f(x) = \frac{16-8x}{x^2}$ se pide: **a)** Dom(f) **b)** Posible simetría. **c)** Posibles cortes con los ejes. **d)** Tabla de valores apropiada y representación gráfica. **e)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m. **f)** Continuidad. **g)** A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) **h)** Ecuación de las posibles asíntotas. **i)** $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ **j)** Calcular la antiimagen de $y=3$ (2 puntos)

2. Dada la siguiente función definida a trozos, se pide: **a)** Gráfica **b)** Dom(f) e Im(f) **c)** Calcular los cortes con los ejes **d)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m **e)** Continuidad **f)** Ecuación de las posibles asíntotas **g)** $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ **h)** Calcular la antiimagen de -5

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 8x + 7 & \text{si } x < -3 \\ x - 5 & \text{si } -3 \leq x < 2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad (2 \text{ puntos})$$

3. **a)** Hallar, razonadamente, $\log_3 \frac{1}{27 \sqrt[3]{9}}$ **b)** Ídem: $\ln \frac{e}{\sqrt[4]{e}}$ **c)** Ídem: $\log \frac{\sqrt{10}}{0,1}$
d) Hallar $\log \sqrt[5]{80}$ en función de $\log 2$, y comprobar con la calculadora
e) Hallar $\log 0,72$ en función de $\log 2$ y $\log 3$, y comprobar con la calculadora (1,75 puntos)
4. Resolver: **a)** $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 27$ **b)** $2^{x+1} \cdot 3^{x-1} = 4^x$ **c)** $\ln(x-1) + \ln(x+6) = \ln(3x+2)$ (2 puntos)

5. **CUESTIONES TEÓRICO-PRÁCTICAS:**

- a)** Definir dominio y recorrido de una función. Razonar el dominio de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-12}} \quad g(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-16}}$$

- b)** Representar $f(x) = |x^2 - 2x - 3|$ y expresarla como función definida a trozos.

- c)** Probar que $\frac{1+\log 8}{\log 5+2 \log 4} = 1$

- d)** Representar $y = \ln x$, e indicar sus propiedades: **i)** Dominio y recorrido. **ii)** Crecimiento. **iii)** Continuidad. **iv)** Corte con los ejes. **v)** $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ **vi)** Asíntotas. (2 puntos)

"EL BUENO"

1) $f(x) = \frac{16-8x}{x^2}$ a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ P.F. d 0 analiza el denomin. 0.1/ b) $f(-x) = \frac{16-8(-x)}{(-x)^2} = \frac{16+8x}{x^2} \neq \pm f(x) \Rightarrow f(x) \text{ no simétrica}$ 0.2/

c) corte en x: $y=0 \Rightarrow \frac{16-8x}{x^2}=0; 16-8x=0; 16=8x; x=2 \Rightarrow (2,0)$ 0.3/

corte en y: $x=0 \Rightarrow y = \frac{16}{0} = \infty \Rightarrow \text{no corta al eje y}$ 0.1/

TOTAL: 2

d)

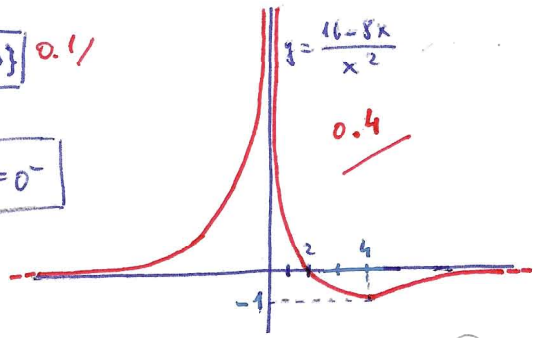
x	-∞ ... -1000 ... -6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8 ... 1000 ... ∞
$f(x) = \frac{16-8x}{x^2}$	0+ ... 0,008 ... 1,78	2,24	3	4,5	8	24	∞	8	0	-0,8	-1	-0,8	-0,82	-0,82	-0,75 ... -0,008 ... 0-

↓
x=0
A.V.
↑
m(4,-1)

e) $f(x) \nexists \forall x \in (-\infty, 0) \cup (4, \infty) \Rightarrow m(4, -1)$ 0.3/ f) $f(x)$ continua $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$ 0.1/

g) $\text{Im}(f) = [-1, \infty)$ 0.1/ h) $x=0$ A.V. 0.1/ $y=0$ A.M. 0.1/ i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^-$ 0.1/

j) $y=3 \Rightarrow \frac{16-8x}{x^2}=3; 16-8x=3x^2; 3x^2+8x-16=0 \Rightarrow x=4/3; x=-4$ 0.2/



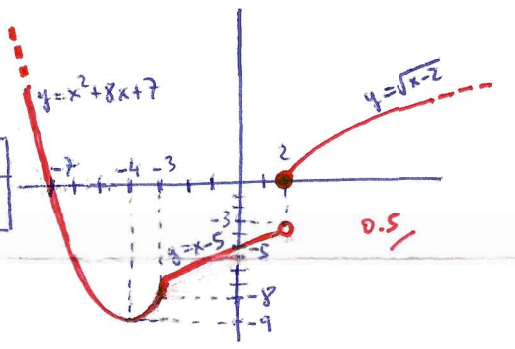
2) $f(x) = \begin{cases} x^2+8x+7 & \text{si } x < -3 \\ x-5 & \text{si } -3 \leq x < 2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

a)

x	-∞ ... -9	-8	-7	-6	-5	-4	-3
$y = x^2+8x+7$	∞ ... 16	7	0	-5	-8	-9	-8

x	-3	-2
$y = x-5$	-8	-7

x	2	3	4	5	6	7 ... ∞
$y = \sqrt{x-2}$	0	1	1,41	1,73	2	2,24 ... ∞



$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2} = 4 \Rightarrow y_0 = 16-32+7 = -9$
V(-4, -9)

b) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$; $\text{Im}(f) = [-9, \infty)$ 0.2/

c) corte en x: $y=0 \xrightarrow{1^a \text{ rama}} x^2+8x+7=0 \Rightarrow x_1=-7 \rightarrow (-7,0)$
 $\xrightarrow{2^a \text{ rama}} (x-5)=0 \Rightarrow x=5 \rightarrow (5,0)$ 0.2/ $x_2=-1$ desechado, debido a la gráfica

corte en y: $x=0 \xrightarrow{1^a \text{ rama}} y=-5 \rightarrow (0,-5)$ 0.1/

d) $f(x) \nexists \forall x \in (-\infty, -4) \Rightarrow m(-4, -9)$ 0.2/ e) $f(x)$ continua $\forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$ f) no hay asíntotas (ver gráfica) 0.1/

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ 0.1/

TOTAL: 2

h) $y=-5 \xrightarrow{1^a \text{ rama}} x^2+8x+7=-5; x^2+8x+12=0 \Rightarrow x_1=-6$
 $\xrightarrow{2^a \text{ rama}} x-5=-5; x=0$ 0.3/ $x_2=-2$ desechado, debido a la gráfica

3) a) $\log_3 \frac{1}{27 \cdot \sqrt[3]{9}} = \log_3 1^0 - \log_3 (27 \cdot \sqrt[3]{9}) = -\log_3 27 - \log_3 \sqrt[3]{9} = -\log_3 27 - \frac{1}{3} \log_3 9 = -3 - \frac{2}{3} = -\frac{11}{3}$

b) $\ln \frac{e}{\sqrt[4]{e}} = \ln e - \ln \sqrt[4]{e} = 1 - \frac{1}{4} \ln e = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

c) $\log \frac{\sqrt{10}}{0,1} = \log \sqrt{10} - \log 0,1 = \frac{1}{2} \log 10 - (-1) = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

d) $\log \sqrt[5]{80} = \frac{1}{5} \log 80 = \frac{1}{5} \log (2^4 \cdot 5) = \frac{1}{5} (\log 2^4 + \log 5) = \frac{1}{5} (4 \log 2 + 1 - \log 2) = \frac{1}{5} (1 + 3 \log 2) \approx 0,3806...$

e) $\log 0,72 = \log \frac{72}{100} = \log 72 - \log 100 = \log (2^3 \cdot 3^2) - 2 = \log 2^3 + \log 3^2 - 2 = -2 + 3 \log 2 + 2 \log 3 \approx -0,1427$

TOTAL: 1,75 (0,35 cada apdo.)

4) a) $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 27; (3^2)^x + 2 \cdot 3 \cdot 3^x = 27; (3^x)^2 + 6 \cdot 3^x - 27 = 0 \xrightarrow{3^x=t} t^2 + 6t - 27 = 0 \Rightarrow t = 3 = 3^x \Rightarrow x = 1$
 $t = -9 = 3^x$ desechado

b) $2^{x+1} \cdot 3^{x-1} = 4^x$; $\log(2^{x+1} \cdot 3^{x-1}) = \log 4^x$; $\log 2^{x+1} + \log 3^{x-1} = \log 4^x$;

TOTAL: 2
(0,2 cada apdo.)

$(x+1) \log 2 + (x-1) \log 3 = x \log 4$; $x \log 2 + \log 2 + x \log 3 - \log 3 = x \log 4$;

$x \log 2 + x \log 3 - x \log 4 = \log 3 - \log 2$; $x (\log 2 + \log 3 - \log 4) = \log 3 - \log 2 \Rightarrow \bar{x} = \frac{\log 3 - \log 2}{\log 2 + \log 3 - \log 4} = 1$

c) $\ln(x-1) + \ln(x+6) = \ln(3x+2)$; $\ln[(x-1)(x+6)] = \ln(3x+2) \Rightarrow (x-1)(x+6) = 3x+2$;

$x^2 + 5x - 6 = 3x + 2$; $x^2 + 2x - 8 = 0$ $\Rightarrow x_1 = 2$

$x_2 = -4$ desechado pq. conduce a un argumento negativo

5) a) Dom(f) = conjunto formado por todos los x para los que existe imagen
Im(f) = " " " " todas las imágenes que revierte la función

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-12}}$ $\rightarrow 3x-12 > 0$; $3x > 12$; $x > 4 \Rightarrow \text{Dom}(f) = (4, \infty)$ 0.15/

$g(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-16}}$ $\rightarrow \frac{x}{x^2-16} \geq 0$
raíces ± 4

signo x	-	-	0	+	+	+
signo x^2-16	+	-	-	-	+	+
signo $\frac{x}{x^2-16}$	-	+	-	-	+	+

0.25/

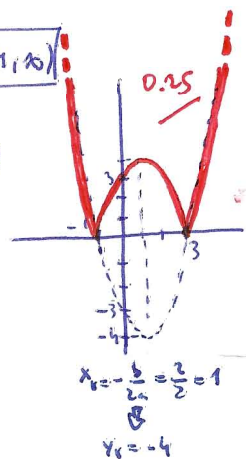
$\Rightarrow \text{Dom}(f) = [-4, 0] \cup (4, \infty)$

b) $f(x) = |x^2 - 2x - 3|$
raíces -1 y 3
(corte eje x)

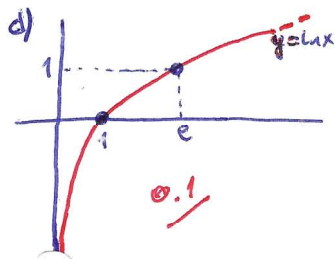
	$-\infty$	-1	3	∞
signo x^2-2x-3	+	-	+	+
$ x^2-2x-3 $	x^2-2x-3	$-x^2+2x+3$	x^2-2x-3	x^2-2x-3

$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2-2x-3 & \text{si } x \in (-\infty, -1) \cup (3, \infty) \\ -x^2+2x+3 & \text{si } x \in [-1, 3] \end{cases}$

0.25/



c) $\frac{1 + \log 8}{\log 5 + 2 \log 4} = 1$; $\frac{1 + \log 2^3}{1 - \log 2 + 2 \cdot \log 2} = \frac{1 + 3 \log 2}{1 - \log 2 + 2 \cdot \log 2} = \frac{1 + 3 \log 2}{1 + \log 2} = 1$ (c.q.d.) 0.5/



0.1/

i) Dom(f) = (0, ∞); Im(f) = $\mathbb{R}$ 0.1/

ii) $f(x) \nearrow \forall x \in \text{Dom}(f)$ 0.05/

iii) f(x) continua $\forall x \in \text{Dom}(f)$ 0.05/

iv) (1, 0) 0.05/

v) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = \infty$ 0.1/

vi) $x=0$ A.V. 0.05/

TOTAL: 2
(0,5 cada apdo.)

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA - - - - - 0,05

LIMPIEZA Y ORDEN EN EL PLANTTEAMIENTO - - - - - 0,10

CONFECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO - - - - - 0,10

TOTAL: 0,25