

Representar las siguientes funciones, estudiando en cada caso: 1.-Intervalos de monotonía. Extremos locales. 2.- Intervalos de curvatura. Puntos de inflexión. 3.-Asíntotas. 4.-Dominio. Simetrías. Corte con los ejes.

a) $y = \frac{x^2+x-1}{x+2}$ $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-2\}$ b) $y = \frac{x^4+1}{x^2}$ $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{0\}$

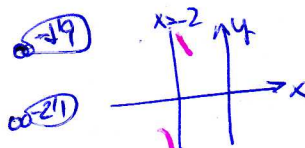
1.-
(a) $y' = \frac{(2x+1)(x+2) - (x^2+x-1)}{(x+2)^2} = \frac{2x^2+4x+x+2-x^2-x+1}{(x+2)^2} = \frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2} = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$

1,25 $y' = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$ Posibles extremos ($y'=0$) $\Rightarrow x=-1, x=-3$
 $\text{Sign } y' = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$
 crece $(-\infty, -3)$ $\cup$ $(-1, \infty)$
 decrece $(-3, -2) \cup (-2, -1)$
 MAX $(-3, -5)$
 MIN $(-1, -1)$

(b) $y'' = \frac{(2x+4)(x+2)^2 - 2(x+1)(x+3)}{(x+2)^4} = \frac{2x^2+4x+4x+8-2x^2-8x-6}{(x+2)^3} = \frac{2}{(x+2)^3}$

1,25 $y'' = \frac{2}{(x+2)^3}$ Posibles puntos de inflexión ($y''=0$) $\Rightarrow 2=0$ No hay
 $\text{Sign } y'' = \frac{2}{(x+2)^3}$
 $\cap = (-\infty, -2)$
 $\cup = (-2, \infty)$
 No hay punto de inflexión

(c) ASÍNTOTA VERTICAL: $x=-2$ $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2+x-1}{x+2} = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2+x-1}{x+2} = -\infty$



1,25 ASÍNTOTA HORIZONTAL: No hay

ASÍNTOTA OBLICUA: $y=mx+n$
 $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x-1}{x+2} = 1$
 $n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x-1}{x+2} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x-1-2x^2-4x-2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2-3x-3}{x+2} = -1$

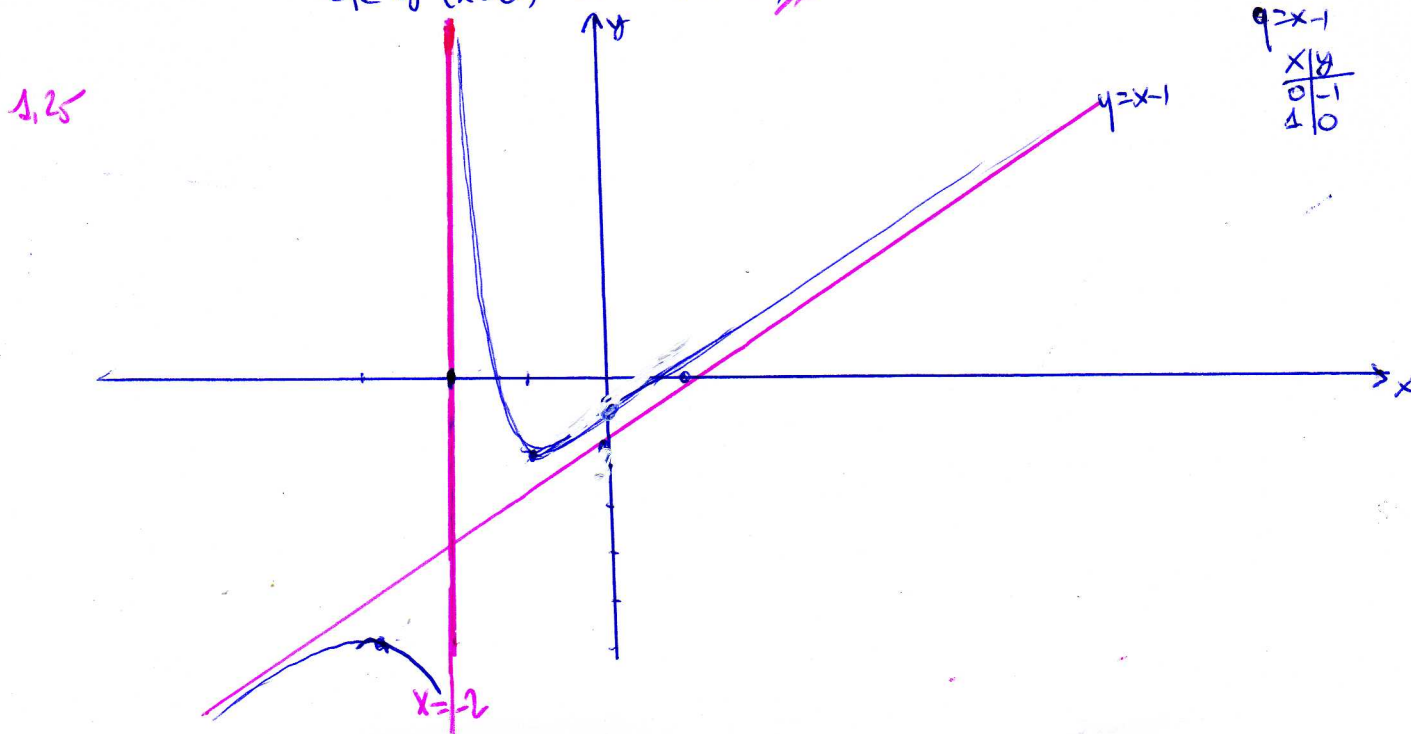
$y = x-1$

(d) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-2\}$

Simetrías $f(x) \neq f(-x)$ no es par, ni impar.

1,25 Cortes
 Eje x ($y=0$) $\Rightarrow x^2+x-1=0$
 Eje y ($x=0$) $\Rightarrow A(0, -1/2)$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$



f) $y = \frac{x^4+1}{x^2}$

a) $y' = \frac{4x^3 \cdot x^2 - 2x \cdot (x^4+1)}{x^4} = \frac{4x^5 - 2x^5 - 2x}{x^4} = \frac{2x^5 - 2x}{x^4} = \frac{2x^4 - 2}{x^3}$

1.25 $y' = \frac{2x^4 - 2}{x^3}$

Possible extremes ($y'=0$) $\Rightarrow 2x^4 - 2 = 0 \Rightarrow x^4 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

sign $y' = \frac{2(x^4-1)}{x^3}$

sign chart: $\frac{+}{-} \rightarrow \frac{+}{+} \rightarrow \frac{0}{0} \rightarrow \frac{-}{-} \rightarrow \frac{+}{+}$

signs: $\downarrow \rightarrow \uparrow \rightarrow \text{triple} \rightarrow \downarrow \rightarrow \uparrow$

crease $(-1, 0) \cup (1, \infty)$
 Decree $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
 MIN $(-1, 2)$
 MIN $(1, 2)$

b) $y'' = \frac{8x^3 \cdot x^3 - 2x^2 \cdot (2x^4 - 2)}{x^6} = \frac{8x^6 - 6x^6 + 6x^2}{x^6} = \frac{2x^4 + 6x^2}{x^6} = \frac{2x^4 + 6}{x^4}$

1.25 $y'' = \frac{2x^4 + 6}{x^4}$

Possible points of inflection ($y''=0$) $\Rightarrow 2x^4 + 6 = 0 \Rightarrow x^4 = -3 \nexists$ No T.I.P.

sign $y'' = \frac{2x^4 + 6}{x^4}$

sign chart: $\frac{+}{+} \rightarrow \frac{0}{0} \rightarrow \frac{+}{+}$

signs: $\downarrow \rightarrow \uparrow$

$\cup = \mathbb{R} - \{0\}$
 No more points of inflection

(c) A. Horizontal No T.I.P. ($\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^4}{x^2} = \infty$) A. Vertical

0.75 A. oblique $y = mx + n$ $m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^4}{x^3} = \infty$ No T.I.P.

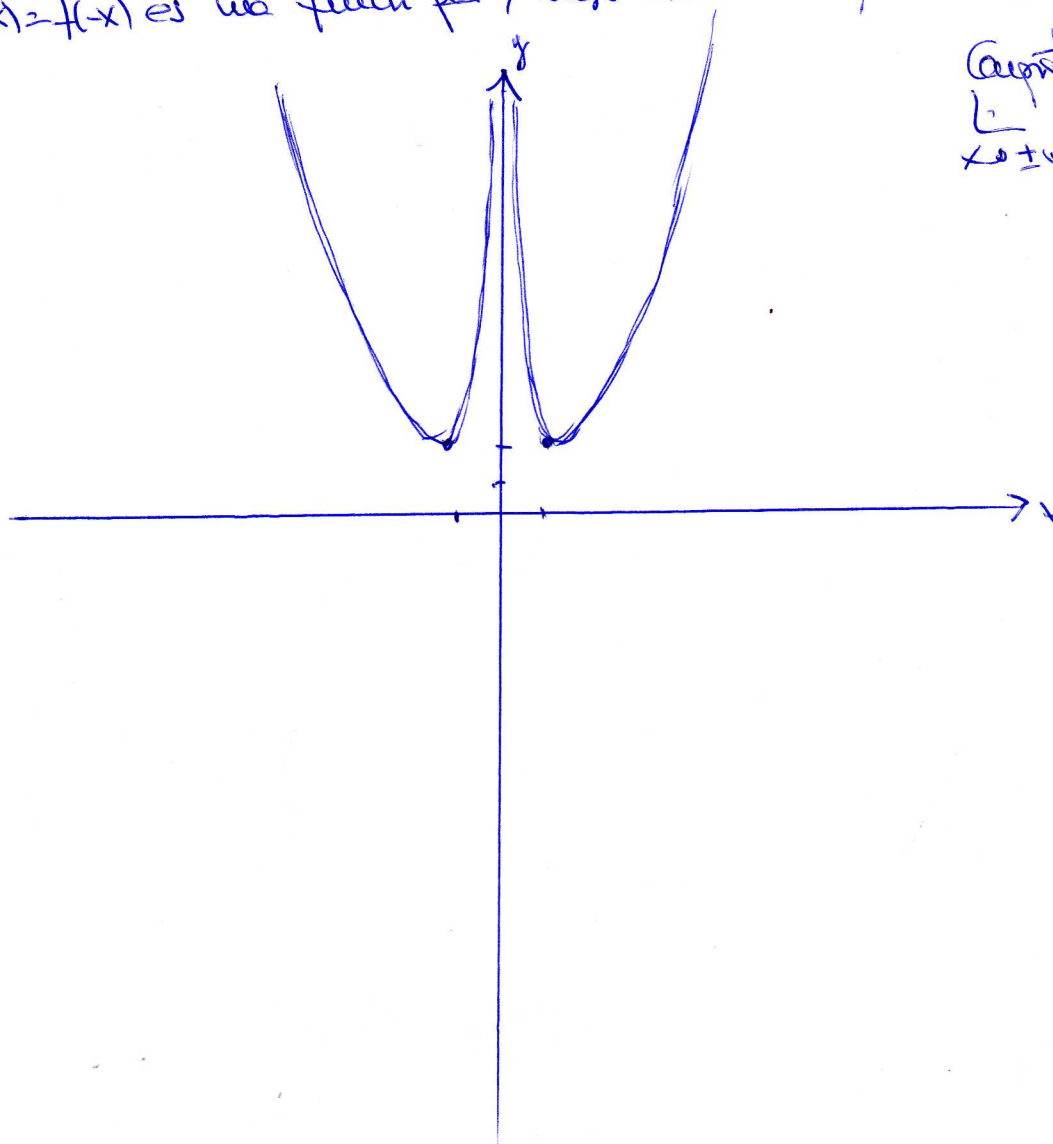
$x=0$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4}{x^2} = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^4}{x^2} = +\infty$

(d). D.M. $f(x) = \mathbb{R} - \{0\}$.

• Case $x \neq 0$ $\Rightarrow x^4 + 1 > 0$ $x^2 > 0$ No case.

• Case $x = 0$ $\Rightarrow$ No case (es aïrriat)

0.25 • $f(x) = f(-x)$ es una funció par, llavors simètrica respecte de l'eix OY



Asymptotes are $\pm \infty$
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^4}{x^2} = +\infty$

1.25