PREGUNTA 1: Contesta <u>razonadamente</u> si las siguientes frases son verdaderas o falsas:

a) Si una función es discontinua en un punto, dicho punto no pertenece al dominio de definición.

b) Si un punto no pertenece al dominio de definición de una función, esta no puede ser continua en ese punto.

c) Una función periódica podemos asegurar que es continua.

d) Si una función presenta un máximo relativo en x=a, entonces el valor de f(a) es el mayor valor posible de la función.

PREGUNTA 2: La altura *h*, a la que se encuentra en cada instante *t*, una piedra que lanzamos verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s es: $\mathbf{h = 20t - 5t^2}$

a) Haz una representación gráfica.

b) Di cuál es su dominio de definición.

c) ¿En qué momento alcanza la altura máxima? ¿Cuál es esa altura?

d) ¿En qué momento cae la piedra al suelo?

e) ¿En qué intervalo de tiempo la piedra está a una altura superior a 15 metros?

PREGUNTA 3: Las ventanas de un edificio de oficinas han de tener 2 m^2 de área. Representa la función que expresa cómo varía la altura de las ventanas según la longitud de la base.

PREGUNTA 4: La gráfica de una función exponencial del tipo $y = k \cdot a^x$ pasa por los puntos (0, 3) y (1; 3,6).

a) Calcula k y a.

b) ¿Es creciente o decreciente?

c) Representa la función.

PREGUNTA 5: Resuelve:

a) $\sqrt[2x-1]{3^{x-3}} = \sqrt{27}$

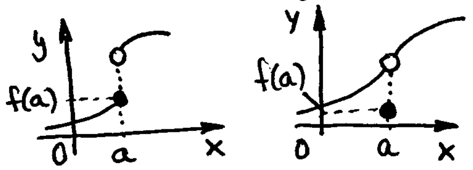
b) $2^{x-1} + 4^{x-3} = 5$

c) $3\log x - \log 30 = \log \frac{x^2}{5}$

d) $\log(x+6) = 1 + \log(x-3)$

PREGUNTA 1:

a) FALSO, por ejemplo en casos como los siguientes, las funciones

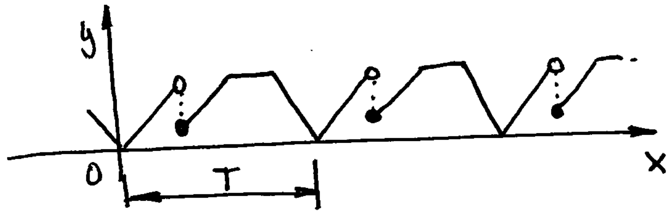


son discontinuas en $x=a$ pero están definidas ($\exists f(a)$).

b) VERDADERO, si no hay función en un punto es imposible que la función "se pueda dibujar en ese punto sin levantar el bolígrafo del papel" (en cursos superiores veremos la definición rigurosa de continuidad)

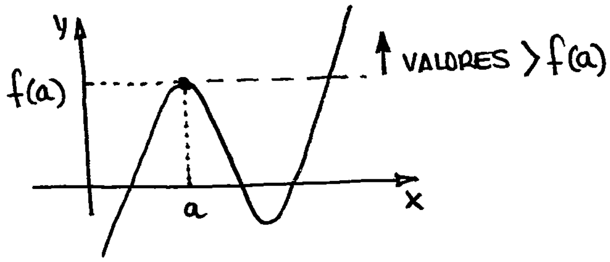
c) FALSO, el periodo de la función puede incluir cualquier tipo de discontinuidad, que también se repetirá periódicamente:

ej:



d) FALSO, un máximo relativo es el máximo en un entorno del punto, no en toda la función necesariamente,

ej:



PREGUNTA 2: $h = 20t - 5t^2$ (PARÁBOLA) $-5<0 \Rightarrow$ 

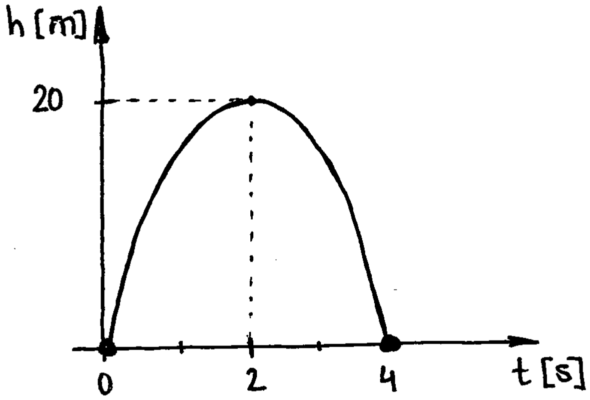
a) * Puntos de corte con el eje x (eje t)

$0 = 20t - 5t^2 = t(20-5t) \Rightarrow t = 0s$; $20-5t = 0 \Rightarrow t = 4s \Rightarrow (0,0)$; $(0,4)$

* eje y (eje h): $h = 20\cdot 0 - 5\cdot 0^2 = 0m$ $(0,0)$

* VÉRTICE: X_v (t_v) $t_v = \dfrac{0+4}{2} = 2s$

y_v (h_v) $h_v = 20\cdot 2 - 5\cdot 2^2 = 40 - 20 = 20m$



b) $\mathrm{dom}\, f = [0,4]$

NOTA: Si solo nos dieran la función: $h = 20t - 5t^2$ es una parábola, por lo tanto su dominio sería $\mathbb{R}$, PERO en este caso, por la naturaleza del problema, la piedra sólo describe esa trayectoria entre 0s y 4s.

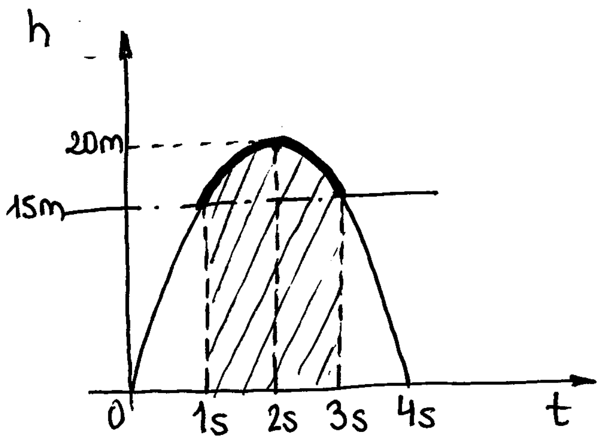
c) $h_{máx} = 20m$ a los 2s

d) Cae en el instante $t = 4s$

e) $h > 15$: Veamos cuándo es $h = 15$:

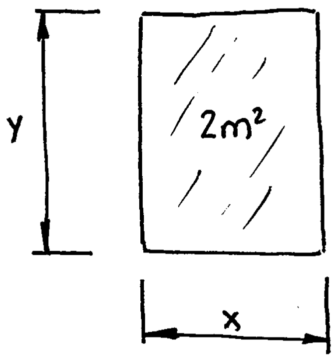
$15 = 20t - 5t^2$; $5t^2 - 20t + 15 = 0$; $t^2 - 4t + 3 = 0$;

$$t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4\cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} < \begin{matrix} 3s \\ 1s \end{matrix}$$

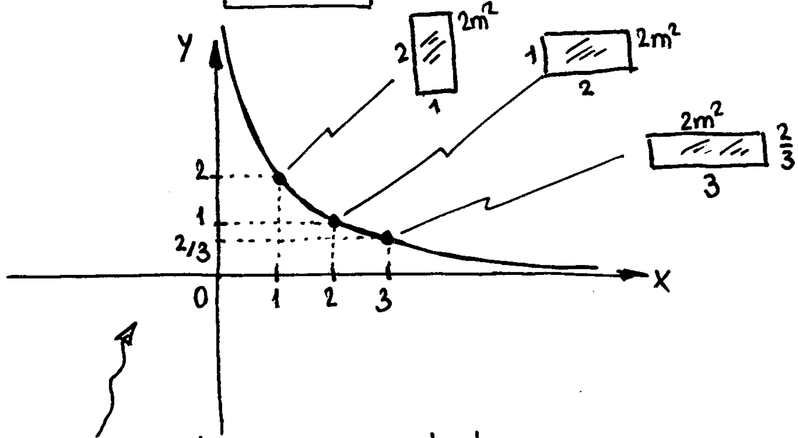


Luego $h > 15$ si $t \in (1,3)$

PREGUNTA 3:



$$x \cdot y = 2 \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{x}} \quad \text{(HIPÉRBOLA)}$$



Tomo 3 puntos para ubicar la hipérbola:

$x = 1 \Rightarrow y = 2$

$x = 2 \Rightarrow y = 1$

$x = 3 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$

No se dibuja esta rama de la hipérbola porque no tiene sentido dibujar ventanas con anchura y altura negativas. $\text{dom} f = (0, +\infty)$

PREGUNTA 4:

$$y = K \cdot a^x$$

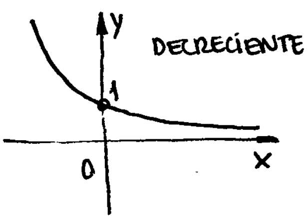
a) $(0,3) \in f(x) \Rightarrow \boxed{3 = K \cdot a^0 = K}$

$(1\,;\,3{,}6) \in f(x) \Rightarrow 3{,}6 = 3 \cdot a^1 = 3a \Rightarrow \boxed{a = \frac{3{,}6}{3} = 1{,}2}$

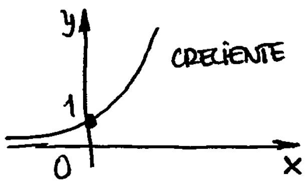
b) $y = 3 \cdot 1{,}2^x$; al ser $a > 1 \Rightarrow$ FUNCIÓN CRECIENTE

Recordemos que según sea a, las F. EXPONENCIALES son:

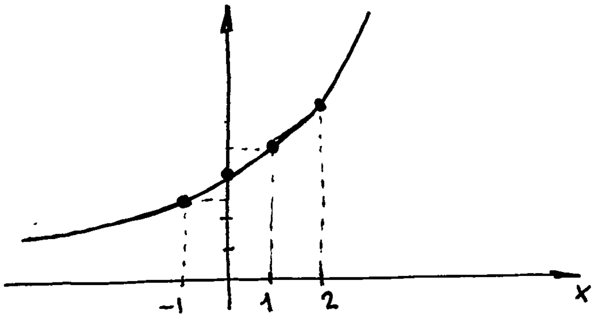
$a \in (0,1)$:



$a \in (1, \infty)$



c)



$x=0 \rightarrow y=3$

$x=1 \longrightarrow y=3{,}6$

$x=2 \longrightarrow y=4{,}32$

$x=-1 \longrightarrow y=3\cdot 1{,}2^{-1}=2{,}5$

PREGUNTA 5:

a) $\sqrt[2x-1]{3^{x-3}}=\sqrt{27}$; $3^{\frac{x-3}{2x-1}}=3^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow \frac{x-3}{2x-1}=\frac{3}{2}$;

$2x-6=6x-3$; $-3=4x \Rightarrow x=-\frac{3}{4}$

b) $2^{x-1}+4^{x-3}=5$ $\boxed{z=2^x}$; $\frac{2^x}{2}+(2^2)^{x-3}=5$;

$\frac{2^x}{2}+2^{2x-6}=5$; $\frac{2^x}{2}+\frac{(2^x)^2}{2^6}=5$; $\frac{z}{2}+\frac{z^2}{2^6}=5$;

$\frac{2^5\cdot z}{\cancel{2^6}}+\frac{z^2}{\cancel{2^6}}=\frac{5\cdot 2^6}{\cancel{2^6}}$; $z^2+32z-320=0 \Rightarrow z_{1,2}=\frac{-32\pm\sqrt{32^2+4\cdot 320}}{2}=$

$=\frac{-32\pm 48}{2}=8\ ;\ -40$

Si $z=8 \Rightarrow 2^x=8 \Rightarrow \boxed{x=3}$

Si $z=-40 \Rightarrow 2^x=-40 \Rightarrow$ SOLUCIÓN NO VÁLIDA

c) $3\log x - \log 30 = \log \frac{x^2}{5}$;

$\log x^3 - \log 30 = \log \frac{x^2}{5}$;

$\log \frac{x^3}{30} = \log \frac{x^2}{5} \Leftrightarrow \frac{x^3}{30} = \frac{x^2}{5}$;

$\cancel{5}x^{\cancel{3}} = \overset{6}{\cancel{30}}\cancel{x^2} \Rightarrow \boxed{x=6}$

Comprobación:

$3\log 6 - \log 30 = \log \frac{36}{5}$ ✓

d) $\log(x+6) = 1 + \log(x-3)$;

$\log(x+6) - \log(x-3) = 1$;

$\log \frac{x+6}{x-3} = \log 10 \Leftrightarrow \frac{x+6}{x-3} = 10$;

$x+6 = 10x - 30$;

$36 = 9x \Rightarrow \boxed{x=4}$

Comprobación:

$\log 10 = 1 + \log 1$ ✓