PREGUNTA 1: Dados los intervalos: A=[-2,5) ; B=(1,7). Dibuja A y B y responde:

a) Halla $A \cup B$ y expresa el resultado de forma gráfica, en notación de intervalo y por su definición matemática.

b) Halla $A \cap B$ y expresa el resultado de forma gráfica, en notación de intervalo y por su definición matemática.

PREGUNTA 2: Calcular, aplicando las propiedades de las potencias y los radicales, simplificando al máximo:

a) $\dfrac{2^2 \cdot (2^3 : 2^4)^{-5} : 2^{-3}}{2^3 \cdot (2^{-2})^{-3}}$ b) $\dfrac{\sqrt[4]{abc^2} \cdot \sqrt[12]{a^3b^5c^2}}{\sqrt[6]{a^2b^2c}}$ c) $\dfrac{(\sqrt{x})^3}{\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}\right)^6}$ d) $\sqrt{32} + 2\sqrt{3} - \sqrt{8} + \sqrt{2} - 2\sqrt{12}$

PREGUNTA 3: Racionaliza y simplifica:

a) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ b) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

PREGUNTA 4: Utilizando la definición de logaritmo, hallar el valor de x en cada una de las igualdades siguientes:

a) $\log_3 x = 3$ b) $\log_x 125 = -3$

PREGUNTA 5: Utilizando las fórmulas del cálculo logarítmico, desarrollar al máximo la siguiente expresión: $\log \dfrac{2m^2n^3}{pq^4}$

PREGUNTA 6: Hallar, de dos formas distintas (Teorema del Resto y Regla de Ruffini), el valor de *m* para que la división $(2x^3 - 10x^2 + mx + 25) : (x-5)$ sea exacta.

PREGUNTA 7: Resuelve las siguientes ecuaciones, comprobando las soluciones en los casos en los que sea necesario:

a) $x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72 = 0$ b) $\dfrac{x-3}{x^2-x} - \dfrac{x+3}{x^2+x} = \dfrac{2-3x}{x^2-1}$ c) $\sqrt{x+5} - 1 = \sqrt{x}$

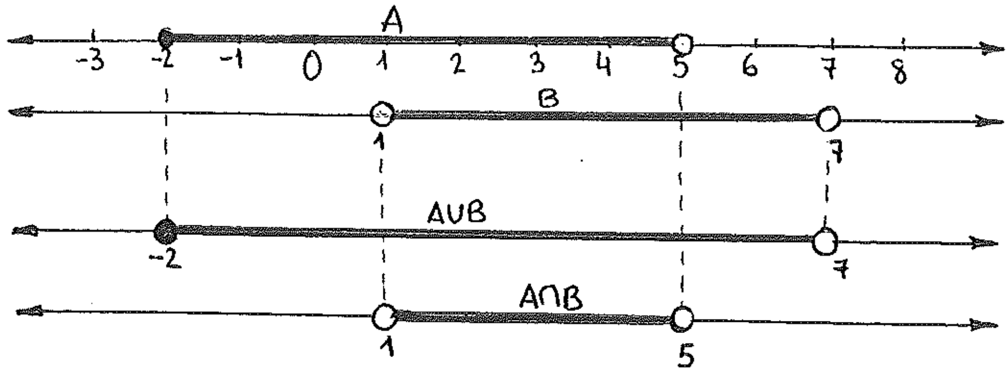
PREGUNTA 1:

$A=[-2,5)$

$B=(1,7)$

a) $A\cup B$

b) $A\cap B$



• $A\cup B=[-2,7)=\{x\in\mathbb{R}/-2\leq x<7\}$ • $A\cap B=(1,5)=\{x\in\mathbb{R}/1<x<5\}$

PREGUNTA 2:

a) $$\frac{2^2\cdot(2^3:2^4)^{-5}:2^{-3}}{2^3\cdot(2^{-2})^{-3}}=\frac{2^2\cdot(2^{-1})^{-5}:2^{-3}}{2^3\cdot 2^6}=\frac{2^2\cdot 2^5:2^{-3}}{2^9}=\frac{2^{10}}{2^9}=2$$

b) $$\frac{\sqrt[4]{abc^2}\cdot\sqrt[12]{a^3b^5c^2}}{\sqrt[6]{a^2b^2c}}=\sqrt[12]{\frac{a^3\cdot b^3\cdot c^6\cdot a^3\cdot b^5\cdot c^2}{a^4\cdot b^4\cdot c^2}}=\sqrt[12]{\frac{a^6\cdot b^8\cdot c^8}{a^4\cdot b^4\cdot c^2}}=\sqrt[12]{a^2\cdot b^4\cdot c^6}=\sqrt[6]{ab^2c^3}$$

c) $$\frac{(\sqrt{x})^3}{(\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}})^6}=\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[12]{x^6}}=\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}=\sqrt{\frac{x^3}{x}}=\sqrt{x^2}=x$$

d) $$\sqrt{32}+2\sqrt{3}-\sqrt{8}+\sqrt{2}-2\sqrt{12}=\sqrt{2^5}+2\sqrt{3}-\sqrt{2^3}-2\sqrt{2^2\cdot 3}=$$
$$=2^2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{2}-4\sqrt{3}=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$$

PREGUNTA 3:

a) $$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

b) $$\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{(2+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}=\frac{\cancel{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-\cancel{2}}{1-2}=\frac{-\sqrt{2}}{-1}=\sqrt{2}$$

PREGUNTA 4:

a) $\log_3 x = 3 \Leftrightarrow x = 3^3 = 27$

b) $\log_x 125 = -3 \Leftrightarrow x^{-3} = 125 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{1}{5}$

PREGUNTA 5:

$$\log \frac{2m^2n^3}{pq^4} = \log(2m^2n^3) - \log(pq^4) = \log 2 + \log m^2 + \log n^3 - (\log p + \log q^4) =$$

$$= \log 2 + 2\log m + 3\log n - \log p - 4\log q$$

PREGUNTA 6:

TH. RESTO: $P(5) = 2\cdot 5^3 - 10\cdot 5^2 + 5m + 25 = \cancel{250} - \cancel{250} + 5m + 25 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{m = -5}$

RUFFINI:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -10 & m & 25 \\ 5 & & 10 & 0 & 5m \\ \hline & 2 & 0 & m & \boxed{25+5m} \end{array}$$

$R = 25 + 5m$

$R = 0 \Leftrightarrow 25 + 5m = 0 \Rightarrow \boxed{m = -5}$

PREGUNTA 7:

a) $x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -17 & 18 & 72 \\ -2 & & -2 & 8 & 18 & -72 \\ \hline & 1 & -4 & -9 & 36 & \boxed{0} \\ 3 & & 3 & -3 & -36 & \\ \hline & 1 & -1 & -12 & \boxed{0} & \end{array}$$

$x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2}$ $\nearrow x = 4$ $\searrow x = -3$

Luego: $x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72 = (x+2)(x-3)(x+3)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \\ x = -3 \\ x = 4 \end{cases}$

b) $\dfrac{x-3}{x^2-x} - \dfrac{x+3}{x^2+x} = \dfrac{2-3x}{x^2-1} \overset{*}{\Rightarrow}$

$$\left.\begin{array}{l} x^2-x = x(x-1) \\ x^2+x = x(x+1) \\ x^2-1 = (x+1)(x-1) \end{array}\right\} \text{mcm}\left\{x^2-x\,;\ x^2+x\,;\ x^2-1\right\} = x(x+1)(x-1) = x(x^2-1) = x^3-x$$

$$\overset{*}{\Rightarrow} \frac{(x-3)(x+1)}{x^3-x} - \frac{(x+3)(x-1)}{x^3-x} = \frac{(2-3x)\cdot x}{x^3-x} \Rightarrow (x-3)(x+1)-(x+3)(x-1) = (2-3x)x$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2}+\cancel{x}-3x-\cancel{3}-\cancel{x^2}+\cancel{x}-3x+\cancel{3} = \cancel{2}x-3x^2 \Rightarrow 3x^2-6x=0 \Rightarrow x^2-2x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot(x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Comprobación (necesaria)

$x=0 \Rightarrow$ NO VÁLIDA (anula dos denominadores)

$\boxed{x=2} \Rightarrow$ VÁLIDA: $\dfrac{-1}{2} - \dfrac{5}{6} = \dfrac{-4}{3}$ ✓

c) $\sqrt{x+5} - 1 = \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x+5} = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow (\sqrt{x+5})^2 = (1+\sqrt{x})^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cancel{x}+5 = 1+\cancel{x}+2\sqrt{x} \Rightarrow 2\sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 2^2 \Rightarrow x=4$$

Comprobación (necesaria)

$\sqrt{9} - 1 = \sqrt{4} \Rightarrow 3-1=2$ ✓

$\boxed{x=4}$