CÁLCULO DE PARÁMETROS: COVARIANZA

Al considerar las distribuciones de cada variable por separado se obtienen dos distribuciones unidimensionales, llamadas marginales cuyos parámetros (media, varianza, desviación típica) ya sabemos calcular.

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i \cdot f_i}{N} \; ; \; S_x^{\;2} = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \; ; \; S_x = \sqrt{S_x^{\;2}}$$

El parámetro específico de una variable bidimensional es la **covarianza**.
Se llama covarianza de una variable bidimensional, con valores (x_i, y_i), a la media aritmética de los productos de las desviaciones de cada variable respecto a su media. Se representa por S_{xy} y su expresión es:

$$S_{xy} = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) f_i}{N} = \frac{\Sigma x_i \cdot y_i \cdot f_i}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

<u>La covarianza presenta el inconveniente de que su valor depende de las unidades de medida de las variables y, por tanto, no permite comparar la relación entre dos variables medidas en diferentes unidades.</u>

EJERCICIOS

En una clase compuesta por 30 alumnos se ha hecho un estudio sobre el número de horas diarias de estudios X y el número de suspensos Y, obteniéndose los siguientes resultados: (2,0) (2,2) (0,5) (2,1) (1,2) (2,1) (3,1) (4,0) (0,4) (2,2) (2,1) (2,1) (4,0) (3,1) (2,4) (2,1) (1,2) (2,1) (2,0) (3,0) (3,2) (2,2) (2,2) (2,1) (0,5) (1,3) (2,2) (2,1) (1,3) (1,4)
Construye la tabla estadística bidimensional en la que figure el recuento correspondiente. Calcula la covarianza. Dibuja el diagrama de dispersión correspondiente.

<u>Solución</u>:

Podemos construir una tabla bidimensional única, en lugar de las tablas de las distribuciones marginales:

x_i	y_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^{\;2} \cdot f_i$	$y_i \cdot f_i$	$y_i^{\;2} \cdot f_i$	$x_i \cdot y_i \cdot f_i$
2	0	2	4	8	0	0	0
2	2	5	10	20	10	20	20
0	5	2	0	0	10	50	0
2	1	8	16	32	8	8	16
1	2	2	2	2	4	8	4
3	1	2	6	18	2	2	6
4	0	2	8	32	0	0	0
0	4	1	0	0	4	16	0
2	4	1	2	4	4	16	8
3	0	1	3	4	0	0	0
3	2	1	3	9	2	4	6
1	3	2	2	2	6	18	6
1	4	1	1	1	4	16	4
SUMA		**30**	**57**	**127**	**54**	**158**	**70**

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i \cdot f_i}{N} = \frac{57}{30} = 1{,}9 \; ; \; S_x = \sqrt{\frac{\Sigma f_i \cdot x_i^{\;2}}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{127}{30} - 1{,}9^2} = \sqrt{0{,}62} = 0{,}78$$

$$\bar{y}=\frac{\Sigma y_j\cdot f_j}{N}=\frac{54}{30}=1{,}8;\ S_y=\sqrt{\frac{\Sigma f_j\cdot y_j^2}{N}-\bar{y}^2}=\sqrt{\frac{158}{30}-1{,}8^2}=\sqrt{2}=1{,}42$$

$$S_{xy}=\frac{\Sigma x_i\cdot y_i\cdot f_i}{N}-\bar{x}\cdot\bar{y}=\frac{70}{30}-1{,}9\cdot 1{,}8=-1{,}08$$

Halla la covarianza de la distribución bidimensional cuya tabla se presenta debajo:

Solución:

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i\cdot y_i$
164	68	26896	4624	11152
166	72	27556	5184	11952
168	75	28224	5625	12600
170	68	28900	4624	11560
172	75	29584	5625	12900
174	76	30276	5776	13224
175	73	30625	5329	12775
176	72	30976	5184	12672
176	80	30976	6400	14080
178	75	31684	5625	13350
180	80	32400	6400	14400
182	79	33124	6241	14378
2081	893	361221	66637	155043

$$S_{xy}=\frac{\Sigma x_i\cdot y_i\cdot f_i}{N}-\bar{x}\cdot\bar{y}=\frac{155043}{12}-\frac{2081}{12}\cdot\frac{893}{12}=19{,}29$$

Para establecer la relación entre la superficie en metros cuadrados de los pisos (x) y los alquileres en euros (y), en una determinada población, se obtuvieron los siguientes datos:

Superficie (x)	50	70	56	80	110	80	90	90	80	67	60	110
Alquiler (y)	530	790	420	730	1220	740	960	860	790	540	470	1200

Calcula la covarianza.

Solución: La superficie media de las viviendas es $\bar{x}=78{,}58m^2$ y el precio medio del alquiler es $\bar{y}=770{,}8euros$.

Por tanto, la covarianza es:

$$S_{xy}=\frac{50\cdot 530+70\cdot 790+\ldots+110\cdot 1200}{12}-78{,}58\cdot 770{,}8=4467{,}53m^2\cdot euro$$

Calcula la covarianza de la siguiente distribución llamada ECOSISTEMA y que nos da la temperatura (en °C) y la densidad de población (en %):

Temperatura	Densidad
19,5	3
15	1,5
16,5	2,5
19	3
19	3
18	2
16	1,5
17	2
19	2,5
18	2

Solución:

x_i	y_i	f_i	$x_i\cdot f_i$	$x_i^2\cdot f_i$	$y_i\cdot f_i$	$y_i^2\cdot f_i$	$x_i\cdot y_i\cdot f_i$
15	1,5	1	15	225	1,5	2,25	22,5
16	1,5	1	16	256	1,5	2,25	24
16,5	2,5	1	16,5	272,25	2,5	6,25	41,25
17	2	1	17	289	2	4	34
18	2	2	36	324·2	4	4·2	72
19	2,5	1	19	361	2,5	6,25	47,5
19	3	2	38	361·2	6	9·2	114
19,5	3	1	19,5	380,25	3	9	58,5
		10	177	3153,5		56	413,75

$$\bar{x} = \frac{177}{10} \approx 17{,}7^{o}C;\ S_x^{\ 2} = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{3153{,}5}{10} - (17{,}7)^2 \approx 2{,}06;\ S_x = 1{,}43;$$

$$\bar{y} = 2{,}3;\ S_y^{\ 2} = \overline{y^2} - \bar{y}^2 = \frac{56}{10} - (2{,}3)^2 \approx 0{,}31;\ S_y = 0{,}55.$$

$$S_{xy} = \frac{413{,}75}{10} - 17{,}7 \cdot 2{,}3 = 41{,}375 - 40{,}71 = 0{,}665.$$