74 Simplifica y resuelve los siguientes sistemas por el método que consideres más adecuado.

a) $\left.\begin{array}{l} 4-5\cdot(x+2y)=2-6y \\ 3\cdot(x+1)-2\cdot(7-y)=-5 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} 3x=2\cdot(5+y)-4x-1 \\ 7x-2\cdot(y-2)=8-5y \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} 3\cdot(2x+7)-9=5y-10 \\ 12+2\cdot(4-3y)=-(3x-y) \end{array}\right\}$

75 Halla la solución de los siguientes sistemas.

a) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{4\cdot(x-1)}{5}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3y+2}{10} \\ \dfrac{x+1}{6}+y+2=\dfrac{17}{3} \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{3}+\dfrac{2y}{5}=-1 \\ \dfrac{x+1}{4}-\dfrac{3-y}{2}=-3 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{9-7x}{15}+2y=\dfrac{4}{3} \\ \dfrac{x+5}{6}+\dfrac{6-y}{4}=3 \end{array}\right\}$

Sistemas de ecuaciones no lineales

76 Halla todas las soluciones.

a) $\left.\begin{array}{l} x\cdot y=-5 \\ x+2y=-3 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} x^2+y=10 \\ 5x-2y=-2 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} 3x+2y^2-1=7 \\ 3x+y=2 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} (3x+2)\cdot y=-4 \\ -x+4y=2 \end{array}\right\}$

77 Resuelve y comprueba las soluciones de estos sistemas.

a) $\left.\begin{array}{l} 2x+y=1 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=-\dfrac{4}{3} \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} 4-5x=2y \\ \dfrac{3}{x}-\dfrac{1+4y}{xy}=\dfrac{4}{y} \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6} \\ \dfrac{2}{xy}=-\dfrac{1}{3} \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} x+2y=1 \\ \dfrac{2}{x-2}-\dfrac{1}{y-1}=\dfrac{5}{2} \end{array}\right\}$

78 Averigua todas las soluciones de los siguientes sistemas no lineales.

a) $\left.\begin{array}{l} 1-\sqrt{2y-1}=x \\ x+2y=8 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} \sqrt{y+3}=7+x \\ \dfrac{\sqrt{9+x}}{2}=\sqrt{y} \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} x^2-y^2=-5 \\ -3x^2+y^2=-3 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} 3x^2=5y^2-2 \\ 2x^2+3=4+y^2 \end{array}\right\}$

Sistemas de ecuaciones exponenciales y logarítmicas

79 Aplica las propiedades de las potencias y resuelve.

a) $\left.\begin{array}{l} 3^{x+y}=81^3 \\ 3^{2x-y}=27 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} 8^{x-2y}=1 \\ 343^2=7^{x+y} \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} 3x+2y=-1 \\ 25^x\cdot 5^y=1 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} 3^{3x}=\dfrac{3}{3^y} \\ 3^x=27\cdot 9^y \end{array}\right\}$

80 Averigua las soluciones aplicando el cambio de variable adecuado en cada caso.

a) $\left.\begin{array}{l} 3^x-3^y=24 \\ 3^{x-y}=9 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} 10^x-10^{y-1}=99 \\ 10^{x-3}\cdot 10^y=1 \end{array}\right\}$

81 Resuelve aplicando previamente la definición de logaritmo.

a) $\left.\begin{array}{l} \log_x y=-1 \\ x-3y=2 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} \log_y (x-1)=0 \\ 5x-3y=4 \end{array}\right\}$

82 Determina las soluciones utilizando las propiedades de los logaritmos.

a) $\left.\begin{array}{l} 2\cdot\log_5 x=2+\log_5 y \\ x-3y=2 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} \log_2 x+\log_2 y=2+\log_2 3 \\ \log_2 (x+1)-\dfrac{1}{2}\cdot\log_2 y=1 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} 2\log(x-1)+\log 2=1+\log y \\ \log(x-1)-\log y=0 \end{array}\right\}$

Sistemas de inecuaciones

83 Representa las soluciones de cada una de las inecuaciones en la recta real y expresa la solución del sistema en forma de intervalo.

a) $\left.\begin{array}{l} 2x-3\geq 1-x \\ 2x>3-2x \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} 2x+5\geq x-2 \\ 15+3x\leq x+1 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} 3\cdot(x-1)>7-2x \\ -14+3x>5x+2 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} 1-5\cdot(x+2)<-8x \\ 5\cdot(3x-1)\geq 9x+13 \end{array}\right\}$

84 Determina el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas.

a) $\left.\begin{array}{l} -5<\dfrac{2x-1}{3} \\ 5>\dfrac{2x-1}{3} \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{3x+5}{4}-\dfrac{x+1}{2}>1 \\ \dfrac{2-x}{4}+\dfrac{1-x}{3}<\dfrac{10+3x}{2} \end{array}\right\}$

85 Resuelve.

a) $-3 \leq 2 - 5x \leq 3$

b) $\dfrac{3}{4} < \dfrac{5 - 3x}{2} < 1$

c) $\left.\begin{aligned} -1 \leq 2x - 5 \leq 5 \\ \dfrac{1}{2} < \dfrac{x-2}{3} < 1 \end{aligned}\right\}$

d) $\left.\begin{aligned} 0 \leq x + 1 \leq 1 \\ 1 \leq 2 - 3x \leq 3 \end{aligned}\right\}$

86 Calcula las soluciones de estos sistemas de inecuaciones de segundo grado.

a) $\left.\begin{aligned} x^2 > 1 \\ 3x - 7 < 4 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x^2 + 2 < 3x \\ 3x + 1 \leq 5 \end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned} 7x \geq -x^2 \\ x + 7 \cdot (x + 2) > 5x - 1 \end{aligned}\right\}$

d) $\left.\begin{aligned} 1 \leq 4x^2 \\ 3 \cdot (x + 3) > 9 \end{aligned}\right\}$

Resolución de problemas con sistemas

87 Averigua un número sabiendo que la suma de sus cifras es 4 y que, si invertimos el orden de las mismas, obtenemos un número 18 unidades mayor.

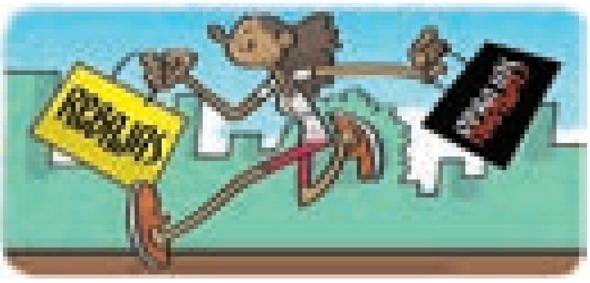
88 En clase de Ramiro hay dos chicos por cada tres chicas, y en total son treinta alumnos. ¿Cuántos chicos hay? ¿Y chicas?

89 La edad de Natalia hoy es cuatro veces la de Alma. Cuando pasen la mitad de años que lleva vividos Alma, Natalia tendrá 45 años. ¿Cuántos años tiene cada una?

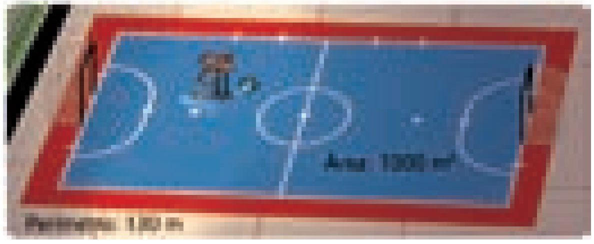
90 Mario tiene en el bolsillo 8 € en monedas de 1 € y 50 CENT. Si cambia las monedas de 1 € por monedas de 50 CENT y las de 50 CENT por monedas de 1 €, tendría 0,50 € más. ¿Cuántas monedas de cada clase tiene Mario en el bolsillo?

91 Alonso invierte un total de 20 000 € en dos productos financieros. El primero le aporta un rendimiento del 6 % y el segundo del 9,5 %. Si ha obtenido unos beneficios totales de 1 445 €, ¿cuánto invirtió en cada producto?

92 Rebeca se ha comprado en las rebajas dos faldas y tres camisas que costaban 139 €. Le han aplicado un descuento del 15 % en las faldas y del 10 % en las camisas, con lo que tiene que pagar 121,60 €. ¿Cuánto costaba cada artículo antes de rebajarlos?



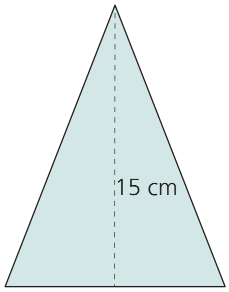
93 Un campo de fútbol sala tiene un perímetro de 130 m y una superficie de 1 000 m^2. ¿Cuáles son sus dimensiones?



94 Calcula el largo y el ancho de un rectángulo de 12 dm^2 de área y 5 dm de diagonal.

95 Determina la longitud de los lados de un triángulo isósceles sabiendo que:

- Su perímetro mide 50 cm.
- Su altura sobre el lado desigual mide 15 cm.



96 Halla dos números cuya suma valga $\dfrac{21}{4}$ y cuyos inversos sumen $\dfrac{7}{4}$.

97 Un grifo tarda el doble que otro en llenar un depósito. ¿Cuánto tardará cada uno por separado si con los dos abiertos el depósito se llena en 4 min?

98 Felipe está haciendo el Camino de Santiago y ha observado que camina a una velocidad de entre 4 km/h y 6 km/h, según la etapa. Además, suele parar una hora a descansar a lo largo del recorrido. ¿Cuánto tiempo le puede llevar una etapa de 22 km?

99 Amalia ha llamado al servicio técnico para que le vengan a casa a reparar la caldera. Le han dicho que le cobrarán 25 €/h por la mano de obra y 10 € de desplazamiento más el IVA. El técnico ha estimado que la reparación costará entre 55 € y 60 €. ¿Cuánto tiempo espera tardar el técnico en arreglar la avería? (Dato: IVA = 21 %).

74 Simplifica y resuelve los siguientes sistemas por el método que consideres más adecuado.

a) $\left.\begin{array}{l} 4-5\cdot(x+2y)=2-6y \\ 3\cdot(x+1)-2\cdot(7-y)=-5 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 3x=2\cdot(5+y)-4x-1 \\ 7x-2\cdot(y-2)=8-5y \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} 3\cdot(2x+7)-9=5y-10 \\ 12+2\cdot(4-3y)=-(3x-y) \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l} 5x+4y=2 \\ 3x+2y=6 \end{array}\right\} \xrightarrow[\cdot(-2)]{} \left.\begin{array}{l} 5x+4y=2 \\ -6x-4y=-12 \end{array}\right\} \to -x=-10 \to x=10 \to y=-12 \to (10, -12)$

b) $\left.\begin{array}{l} -7x+2y=-9 \\ 7x+3y=4 \end{array}\right\} \to 5y=-5 \to y=-1 \to x=1 \to (1, -1)$

c) $\left.\begin{array}{l} 6x-5y=-22 \\ 3x-7y=-20 \end{array}\right\} \xrightarrow[\cdot(-2)]{} \left.\begin{array}{l} 6x-5y=-22 \\ -6x+14y=40 \end{array}\right\} \to 9y=18 \to y=2 \to x=-2 \to (-2, 2)$

75 Halla la solución de los siguientes sistemas.

a) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{4\cdot(x-1)}{5}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3y+2}{10} \\ \dfrac{x+1}{6}+y+2=\dfrac{17}{3} \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{3}+\dfrac{2y}{5}=-1 \\ \dfrac{x+1}{4}-\dfrac{3-y}{2}=-3 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{9-7x}{15}+2y=\dfrac{4}{3} \\ \dfrac{x+5}{6}+\dfrac{6-y}{4}=3 \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l} 8x-3y=15 \\ x+6y=21 \end{array}\right\} \xrightarrow{\cdot 2} \left.\begin{array}{l} 16x-6y=30 \\ x+6y=21 \end{array}\right\} \to 17x=51 \to x=3 \to y=3 \to (3, 3)$

b) $\left.\begin{array}{l} 5x+6y=-15 \\ x+2y=-7 \end{array}\right\} \xrightarrow[\cdot(-3)]{} \left.\begin{array}{l} 5x+6y=-15 \\ -3x-6y=21 \end{array}\right\} \to 2x=6 \to x=3 \to y=-5 \to (3, -5)$

c) $\left.\begin{array}{l} -7x+30y=11 \\ 2x-3y=8 \end{array}\right\} \xrightarrow[\cdot 10]{} \left.\begin{array}{l} -7x+30y=11 \\ 20x-30y=80 \end{array}\right\} \to 13x=91 \to x=7 \to y=2 \to (7, 2)$

76 Halla todas las soluciones.

a) $\left.\begin{array}{l} x\cdot y=-5 \\ x+2y=-3 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} x^2+y=10 \\ 5x-2y=-2 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} 3x+2y^2-1=7 \\ 3x+y=2 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{l} (3x+2)\cdot y=-4 \\ -x+4y=2 \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l} x\cdot y=-5 \\ x=-3-2y \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Sust.}} (-3-2y)\cdot y=-5 \to 2y^2+3y-5=0 \to \begin{cases} y_1=1 \to x_1=-5 \to (-5, 1) \\ y_2=-\dfrac{5}{2} \to x_2=2 \to \left(2, -\dfrac{5}{2}\right) \end{cases}$

b) $\left.\begin{array}{l} y=10-x^2 \\ 5x-2y=-2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Sust.}} 5x-2\cdot(10-x^2)=-2 \to 2x^2+5x-18=0 \to \begin{cases} x_1=2 \to y_1=6 \to (2, 6) \\ x_2=-\dfrac{9}{2} \to y_2=-\dfrac{41}{4} \to \left(-\dfrac{9}{2}, -\dfrac{41}{4}\right) \end{cases}$

c) $\left.\begin{array}{l} 3x+2y^2-1=7 \\ x=\dfrac{2-y}{3} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Sust.}} 3\cdot\dfrac{2-y}{3}+2y^2-1=7 \to 2y^2-y-6=0 \to \begin{cases} y_1=2 \to x_1=0 \to (0, 2) \\ y_2=-\dfrac{3}{2} \to x_2=\dfrac{7}{6} \to \left(\dfrac{7}{6}, -\dfrac{3}{2}\right) \end{cases}$

d) $\left.\begin{array}{l} y=\dfrac{-4}{3x+2} \\ y=\dfrac{2+x}{4} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Igual.}} \dfrac{-4}{3x+2}=\dfrac{2+x}{4} \to 3x^2+8x+20=0 \to$ No tiene solución.

77 Resuelve y comprueba las soluciones de estos sistemas.

a) $\left.\begin{array}{l} 2x+y=1 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=-\dfrac{4}{3} \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 4-5x=2y \\ \dfrac{3}{x}-\dfrac{1+4y}{xy}=\dfrac{4}{y} \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6} \\ \dfrac{2}{xy}=-\dfrac{1}{3} \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{l} x+2y=1 \\ \dfrac{2}{x-2}-\dfrac{1}{y-1}=\dfrac{5}{2} \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l} y=1-2x \\ 3y-3x=-4xy \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Sust.}} 3\cdot(1-2x)-3x=-4x\cdot(1-2x) \to 8x^2+5x-3=0 \to \begin{cases} x_1=-1 \to y_1=3 \to (-1, 3) \\ x_2=\dfrac{3}{8} \to y_2=\dfrac{1}{4} \to \left(\dfrac{3}{8}, \dfrac{1}{4}\right) \end{cases}$

b) $\left.\begin{array}{l}4-5x=2y\\3y-(1+4y)=4x\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}\dfrac{4-5x}{2}=y\\-4x-1=y\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{Igual.}}\dfrac{4-5x}{2}=-4x-1\rightarrow x=-2\rightarrow y=7\rightarrow(-2,7)$

c) $\left.\begin{array}{l}6y+6x=xy\\6=-xy\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}6y+6x=xy\\y=\dfrac{-6}{x}\end{array}\right\}\rightarrow 6\cdot\dfrac{-6}{x}+6x=x\cdot\dfrac{-6}{x}\xrightarrow{\cdot x}6x^2+6x-36=0$

$\rightarrow x^2+x-6=0\rightarrow\begin{cases}x=-3\rightarrow y=2\rightarrow(-3,2)\\x=2\rightarrow y=-3\rightarrow(2,-3)\end{cases}$

d) $\left.\begin{array}{l}x=1-2y\\3x+14y-5xy-10=0\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{Sust.}}3\cdot(1-2y)+14y-5\cdot(1-2y)\cdot y-10=0\rightarrow 10y^2+3y-7=0$

$\rightarrow\begin{cases}y_1=-1\rightarrow x_1=3\rightarrow(3,-1)\\y_2=\dfrac{7}{10}\rightarrow x_2=-\dfrac{2}{5}\rightarrow\left(-\dfrac{2}{5},\dfrac{7}{10}\right)\end{cases}$

Al sustituir cada solución en el sistema inicial se observa que se cumplen las dos ecuaciones.

78 Averigua todas las soluciones de los siguientes sistemas no lineales.

a) $\left.\begin{array}{l}1-\sqrt{2y-1}=x\\x+2y=8\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l}\sqrt{y+3}=7+x\\\dfrac{\sqrt{9+x}}{2}=\sqrt{y}\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l}x^2-y^2=-5\\-3x^2+y^2=-3\end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l}3x^2=5y^2-2\\2x^2+3=4+y^2\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l}1-\sqrt{2y-1}=x\\x=8-2y\end{array}\right\}\rightarrow 1-\sqrt{2y-1}=8-2y\rightarrow(2y-7)^2=\left(\sqrt{2y-1}\right)^2\rightarrow 4y^2-30y+50=0$

$\rightarrow\begin{cases}y_1=5\rightarrow x_1=-2\rightarrow(-2,5)\\y_2=\dfrac{5}{2}\rightarrow x_2=3\rightarrow\left(3,\dfrac{5}{2}\right)\rightarrow\text{No válida}\end{cases}$

b) $\left.\begin{array}{l}\sqrt{y+3}=7+x\\9+x=4y\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}\sqrt{y+3}=7+x\\x=4y-9\end{array}\right\}\rightarrow\sqrt{y+3}=7+(4y-9)\rightarrow\left(\sqrt{y+3}\right)^2=(4y-2)^2$

$\rightarrow 16y^2-17y+1=0\rightarrow\begin{cases}y_1=1\rightarrow x_1=-5\rightarrow(-2,5)\\y_2=\dfrac{1}{16}\rightarrow x_2=-\dfrac{35}{4}\rightarrow\left(-\dfrac{35}{4},\dfrac{1}{16}\right)\rightarrow\text{No válida}\end{cases}$

c) $\left.\begin{array}{l}x^2-y^2=-5\\-3x^2+y^2=-3\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{Reduc.}}-2x^2=-8\rightarrow\begin{cases}x_1=2\rightarrow y=\pm 3\rightarrow(2,3)\text{ y }(2,-3)\\x_2=-2\rightarrow y=\pm 3\rightarrow(-2,3)\text{ y }(-2,-3)\end{cases}$

d) $\left.\begin{array}{l}3x^2-5y^2=-2\\2x^2-y^2=1\end{array}\right\}\xrightarrow[\cdot(-5)]{}\left.\begin{array}{l}3x^2-5y^2=-2\\-10x^2+5y^2=-5\end{array}\right\}\rightarrow -7x^2=-7\rightarrow\begin{cases}x_1=1\rightarrow y=\pm 1\rightarrow(1,1)\text{ y }(1,-1)\\x_2=-1\rightarrow y=\pm 1\rightarrow(-1,1)\text{ y }(-1,-1)\end{cases}$

79 Aplica las propiedades de las potencias y resuelve.

a) $\left.\begin{array}{l}3^{x+y}=81^3\\3^{2x-y}=27\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l}8^{x-2y}=1\\343^2=7^{x+y}\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l}3x+2y=-1\\25^x\cdot 5^y=1\end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l}3^{3x}=\dfrac{3}{3^y}\\3^x=27\cdot 9^y\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l}3^{x+y}=(3^4)^3\\3^{2x-y}=3^3\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}x+y=4\cdot 3\\2x-y=3\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{Sumando}}3x=15\rightarrow x=5\rightarrow y=7\rightarrow(5,7)$

b) $\left.\begin{array}{l}8^{x-2y}=8^0\\(7^3)^2=7^{x+y}\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}x-2y=0\\6=x+y\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}x-2y=0\\-x-y=-6\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{Sumando}}-3y=-6\rightarrow y=2\rightarrow x=4\rightarrow(4,2)$

c) $\left.\begin{array}{l}3x+2y=-1\\(5^2)^x\cdot 5^y=5^0\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}3x+2y=-1\\2x+y=0\end{array}\right\}\xrightarrow[\cdot(-2)]{}\left.\begin{array}{l}3x+2y=-1\\-4x-2y=0\end{array}\right\}\rightarrow -x=-1\rightarrow x=1\rightarrow y=-2\rightarrow(1,-2)$

d) $\left.\begin{array}{l}3^{3x}=3^{1-y}\\3^x=3^3\cdot(3^2)^y\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}3x=1-y\\x=3+2y\end{array}\right\}\rightarrow 3\cdot(3+2y)=1-y\rightarrow y=-\dfrac{8}{7}\rightarrow x=\dfrac{5}{7}\rightarrow\left(\dfrac{5}{7},-\dfrac{8}{7}\right)$

80 Averigua las soluciones aplicando el cambio de variable adecuado en cada caso.

a) $\left.\begin{array}{l}3^x - 3^y = 24\\ 3^{x-y} = 9\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l}10^x - 10^{y-1} = 99\\ 10^{x-3}\cdot 10^y = 1\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l}3^x - 3^y = 24\\ \dfrac{3^x}{3^y} = 9\end{array}\right\} \xrightarrow[3^y=t]{3^x=z} \left.\begin{array}{l}z - t = 24\\ \dfrac{z}{t} = 9\end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l}z = 24 + t\\ z = 9\cdot t\end{array}\right\} \to 24 + t = 9t \to \left.\begin{array}{l}t = 3 = 3^y \to y = 1\\ z = 27 = 3^x \to x = 3\end{array}\right\} \to (3, 1)$

b) $\left.\begin{array}{l}10^x - \dfrac{10^y}{10} = 99\\ \dfrac{10^x}{10^3}\cdot 10^y = 1\end{array}\right\} \xrightarrow[10^y=t]{10^x=z} \left.\begin{array}{l}z - \dfrac{t}{10} = 99\\ \dfrac{z}{10^3}\cdot t = 1\end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l}z = \dfrac{990+t}{10}\\ z = \dfrac{10^3}{t}\end{array}\right\} \to \dfrac{990+t}{10} = \dfrac{10^3}{t} \to t^2 + 990t - 10^4 = 0$

$\to \begin{cases} t = 10 = 10^y \to y = 1 \to z = 100 \to x = 2 \to (2, 1)\\ t = -1000 \to \text{No válida}\end{cases}$

81 Resuelve aplicando previamente la definición de logaritmo.

a) $\left.\begin{array}{l}\log_x y = -1\\ x - 3y = 2\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l}\log_y (x-1) = 0\\ 5x - 3y = 4\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l}y = x^{-1}\\ x - 3y = 2\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Sust.}} x - 3\cdot\dfrac{1}{x} = 2 \xrightarrow{\cdot x} x^2 - 2x - 3 = 0 \to \begin{cases} x = -1 \to \text{No válida}\\ x = 3 \to y = \dfrac{1}{3} \to \left(3, \dfrac{1}{3}\right)\end{cases}$

b) $\left.\begin{array}{l}x - 1 = y^0\\ 5x - 3y = 4\end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l}x = 2\\ 5x - 3y = 4\end{array}\right\} \to 5\cdot 2 - 3y = 4 \to y = 2 \to (2, 2)$

82 Determina las soluciones utilizando las propiedades de los logaritmos.

a) $\left.\begin{array}{l}2\cdot\log_5 x = 2 + \log_5 y\\ x - 3y = 2\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l}\log_2 x + \log_2 y = 2 + \log_2 3\\ \log_2 (x+1) - \dfrac{1}{2}\cdot\log_2 y = 1\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l}2\log(x-1) + \log 2 = 1 + \log y\\ \log(x-1) - \log y = 0\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l}\log_5 x^2 = \log_5 (5^2\cdot y)\\ x - 3y = 2\end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l}x^2 = 25y\\ x = 2 + 3y\end{array}\right\} \to (2+3y)^2 = 25y \to 9y^2 - 13y + 4 = 0 \to \begin{cases} y = 1 \to x = 5 \to (5, 1)\\ y = \dfrac{4}{9} \to x = \dfrac{10}{3} \to \left(\dfrac{10}{3}, \dfrac{4}{9}\right)\end{cases}$

b) $\left.\begin{array}{l}\log_2 x\cdot y = \log_2 2^2\cdot 3\\ \log_2 \dfrac{x+1}{\sqrt{y}} = \log_2 2\end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l}x\cdot y = 12\\ \dfrac{x+1}{\sqrt{y}} = 2\end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l}y = \dfrac{12}{x}\\ (x+1)^2 = \left(2\sqrt{y}\right)^2\end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l}y = \dfrac{12}{x}\\ x^2 + 2x + 1 = 4y\end{array}\right\} \to x^2 + 2x + 1 = 4\cdot\dfrac{12}{x}$

$\to x^3 + 2x^2 + x - 48 = 0 \to x = 3 \to y = 4 \to (3, 4)$

c) $\left.\begin{array}{l}\log(x-1)^2\cdot 10^2 = \log 10\cdot y\\ \log\dfrac{x-1}{y} = \log 1\end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l}(x-1)^2\cdot 10^2 = 10\cdot y\\ x - 1 = y\end{array}\right\} \to y^2\cdot 10^2 = 10\cdot y \to 10y\cdot(10y - 1) = 0$

$\to \begin{cases} y = 0 \to x = 1 \to \text{No válida}\\ y = \dfrac{1}{10} \to x = \dfrac{11}{10} \to \left(\dfrac{11}{10}, \dfrac{1}{10}\right)\end{cases}$

83 Representa las soluciones de cada una de las inecuaciones en la recta real y expresa la solución del sistema en forma de intervalo.

a) $\left.\begin{array}{l} 2x-3 \geq 1-x \\ 2x > 3-2x \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{l} 2x+5 \geq x-2 \\ 15+3x \leq x+1 \end{array}\right\}$ **c)** $\left.\begin{array}{l} 3\cdot(x-1) > 7-2x \\ -14+3x > 5x+2 \end{array}\right\}$ **d)** $\left.\begin{array}{l} 1-5\cdot(x+2) < -8x \\ 5\cdot(3x-1) \geq 9x+13 \end{array}\right\}$

Comprobar que los alumnos representan el intervalo indicado en la recta real.

a) $\left.\begin{array}{l} 2x-3 \geq 1-x \\ 2x > 3-2x \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x \geq \frac{4}{3} \rightarrow x \in \left[\frac{4}{3}, +\infty\right) \\ x > \frac{3}{4} \rightarrow x \in \left(\frac{3}{4}, +\infty\right) \end{array}\right\} \rightarrow x \in \left[\frac{4}{3}, +\infty\right) \cap \left(\frac{3}{4}, +\infty\right) = \left[\frac{4}{3}, +\infty\right)$

b) $\left.\begin{array}{l} 2x+5 \geq x-2 \\ 15+3x \leq x+1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x \geq -7 \rightarrow x \in [-7, +\infty) \\ x \leq -7 \rightarrow x \in (-\infty, -7] \end{array}\right\} \rightarrow x \in [-7, +\infty) \cap (-\infty, -7] = \{-7\}$

c) $\left.\begin{array}{l} 3\cdot(x-1) > 7-2x \\ -14+3x > 5x+2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x > 2 \rightarrow x \in (2, +\infty) \\ -8 > x \rightarrow x \in (-\infty, -8) \end{array}\right\} \rightarrow x \in (2, +\infty) \cap (-\infty, -8) = \varnothing$

d) $\left.\begin{array}{l} 1-5\cdot(x+2) < -8x \\ 5\cdot(3x-1) \geq 9x+13 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x < 3 \rightarrow x \in (-\infty, 3) \\ x \geq 6 \rightarrow x \in [6, +\infty) \end{array}\right\} \rightarrow x \in (-\infty, 3) \cap [6, +\infty) = \varnothing$

84 Determina el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas.

a) $\left.\begin{array}{l} -5 < \dfrac{2x-1}{3} \\ 5 > \dfrac{2x-1}{3} \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{l} \dfrac{3x+5}{4} - \dfrac{x+1}{2} > 1 \\ \dfrac{2-x}{4} + \dfrac{1-x}{3} < \dfrac{10+3x}{2} \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l} -15 < 2x-1 \\ 15 > 2x-1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} -7 < x \rightarrow x \in (-7, +\infty) \\ 8 > x \rightarrow x \in (-\infty, 8) \end{array}\right\} \rightarrow x \in (-7, +\infty) \cap (-\infty, 8) = (-7, 8)$

b) $\left.\begin{array}{l} 3x+5-2x-2 > 4 \\ 6-3x+4-4x < 60+18x \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x > 1 \rightarrow x \in (1, +\infty) \\ -2 < x \rightarrow x \in (-2, +\infty) \end{array}\right\} \rightarrow x \in (1, +\infty) \cap (-2, +\infty) = (1, +\infty)$

85 Resuelve.

a) $-3 \leq 2-5x \leq 3$ **b)** $\dfrac{3}{4} < \dfrac{5-3x}{2} < 1$ **c)** $\left.\begin{array}{l} -1 \leq 2x-5 \leq 5 \\ \dfrac{1}{2} < \dfrac{x-2}{3} < 1 \end{array}\right\}$ **d)** $\left.\begin{array}{l} 0 \leq x+1 \leq 1 \\ 1 \leq 2-3x \leq 3 \end{array}\right\}$

a) $-3 \leq 2-5x \leq 3 \rightarrow -5 \leq -5x \leq 1 \rightarrow 1 \geq x \geq -\frac{1}{5} \rightarrow x \in \left[-\frac{1}{5}, 1\right]$

b) $\frac{3}{4} < \frac{5-3x}{2} < 1 \rightarrow 3 < 10-6x < 4 \rightarrow -7 < -6x < -6 \rightarrow \frac{7}{6} > x > 1 \rightarrow x \in \left(1, \frac{7}{6}\right)$

c) $\left.\begin{array}{l} -1 \leq 2x-5 \leq 5 \\ \frac{1}{2} < \frac{x-2}{3} < 1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 4 \leq 2x \leq 10 \\ 3 < 2x-4 < 6 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2 \leq x \leq 5 \\ 7 < 2x < 10 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2 \leq x \leq 5 \\ \frac{7}{2} < x < 5 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x \in [2, 5] \\ x \in \left(\frac{7}{2}, 5\right) \end{array}\right. \rightarrow x \in [2, 5] \cap \left(\frac{7}{2}, 5\right) = \left(\frac{7}{2}, 5\right)$

d) $\left.\begin{array}{l} 0 \leq x+1 \leq 1 \\ 1 \leq 2-3x \leq 3 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 0 \leq x+1 \leq 1 \\ -1 \leq -3x \leq 1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} -1 \leq x \leq 0 \\ \frac{1}{3} \geq x \geq -\frac{1}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x \in [-1, 0] \\ x \in \left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right] \end{array}\right. \rightarrow x \in [-1, 0] \cap \left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right] = \left[-\frac{1}{3}, 0\right]$

86 Calcula las soluciones de estos sistemas de inecuaciones de segundo grado.

a) $\left.\begin{array}{l} x^2 > 1 \\ 3x - 7 < 4 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} x^2 + 2 < 3x \\ 3x + 1 \leq 5 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} 7x \geq -x^2 \\ x + 7 \cdot (x + 2) > 5x - 1 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} 1 \leq 4x^2 \\ 3 \cdot (x + 3) > 9 \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{l} x^2 > 1 \\ 3x - 7 < 4 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} (x+1)\cdot(x-1) > 0 \\ x < \dfrac{11}{3} \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{l} x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ x \in \left(-\infty, \dfrac{11}{3}\right) \end{array}\right. \to x \in (-\infty, -1) \cup \left(1, \dfrac{11}{3}\right)$

b) $\left.\begin{array}{l} x^2 - 3x + 2 < 0 \\ 3x + 1 \leq 5 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x^2 - 3x + 2 < 0 \\ 3x + 1 \leq 5 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} (x-1)\cdot(x-2) < 0 \\ x \leq \dfrac{4}{3} \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{l} x \in (1, 2) \\ x \in \left(-\infty, \dfrac{4}{3}\right] \end{array}\right. \to x \in \left(1, \dfrac{4}{3}\right]$

c) $\left.\begin{array}{l} x^2 + 7x \geq 0 \\ 8x + 14 > 5x - 1 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x \cdot (x + 7) \geq 0 \\ 3x > -15 \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{l} x \in (-\infty, -7] \cup [0, +\infty) \\ x \in (-5, +\infty) \end{array}\right. \to x \in [0, +\infty)$

d) $\left.\begin{array}{l} 1 - 4x^2 \leq 0 \\ 3x + 9 > 9 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} (1-2x)\cdot(1+2x) \leq 0 \\ x > 0 \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{l} x \in \left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right] \cup \left[\dfrac{1}{2}, +\infty\right) \\ x \in (0, +\infty) \end{array}\right. \to x \in \left[\dfrac{1}{2}, +\infty\right)$

87 Averigua un número sabiendo que la suma de sus cifras es 4 y que, si invertimos el orden de las mismas, obtenemos un número 18 unidades mayor.

Si llamamos x a la cifra de la unidades e y a la cifra de las decenas, obtenemos el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} \text{Suma de sus cifras: } x + y = 4 \\ \text{Cambiando el orden: } (10y + x) + 18 = 10x + y \end{array}\right\}$$

Simplificando y resolviendo por reducción:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 4 \\ (10y + x) + 18 = 10x + y \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} x + y = 4 \\ -9x + 9y = -18 \end{array}\right\} \xrightarrow[:9]{} \left.\begin{array}{r} x + y = 4 \\ -x + y = -2 \end{array}\right\} \to 2y = 2 \to y = 1 \to x = 3 \to (3, 1)$$

Es el número 13.

88 En clase de Ramiro hay dos chicos por cada tres chicas, y en total son treinta alumnos. ¿Cuántos chicos hay? ¿Y chicas?

Si llamamos x al número de chicos e y al número de chicas, obtenemos el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} \text{Total alumnos: } x + y = 30 \\ \text{Razón chicos/chicas: } \dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3} \end{array}\right\}$$

Reduciendo y resolviendo por sustitución:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 30 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3} \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} y = 30 - x \\ 3x = 2y \end{array}\right\} \to 3x = 2 \cdot (30 - x) \to x = 12 \to y = 18 \to (12, 18)$$

En clase hay 12 chicos y 18 chicas.

89 La edad de Natalia hoy es cuatro veces la de Alma. Cuando pasen la mitad de años que lleva vividos Alma, Natalia tendrá 45 años. ¿Cuántos años tiene cada una?

Si llamamos x a la edad actual de Natalia e y a la edad actual de Alma, obtenemos el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned}\text{Edades actuales: } x &= 4y\\ \text{Dentro de } \frac{y}{2} \text{ años: } x + \frac{y}{2} &= 45\end{aligned}\right\}$$

Reduciendo y resolviendo por sustitución:

$$\left.\begin{aligned}x &= 4y\\ x + \frac{y}{2} &= 45\end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned}x &= 4y\\ 2x + y &= 90\end{aligned}\right\} \to 2 \cdot 4y + y = 90 \to y = 10 \to x = 40 \to (40, 10)$$

Natalia tiene 40 años y Alma 10.

90 Mario tiene en el bolsillo 8 € en monedas de 1 € y 50 CENT. Si cambia las monedas de 1 € por monedas de 50 CENT y las de 50 CENT por monedas de 1 €, tendría 0,50 € más. ¿Cuántas monedas de cada clase tiene Mario en el bolsillo?

Si llamamos x al número de monedas de 1 € e y al número de monedas de 50 CENT, obtenemos:

$$\left.\begin{aligned}\text{Antes del cambio: } x + 0{,}5y &= 8\\ \text{Después del cambio: } 0{,}5x + y &= 8{,}5\end{aligned}\right\}$$

Resolviendo por reducción:

$$\left.\begin{aligned}x + 0{,}5y &= 8\\ 0{,}5x + y &= 8{,}5\end{aligned}\right\} \xrightarrow[\cdot(-2)]{} \left.\begin{aligned}x + 0{,}5y &= 8\\ -x - 2y &= -17\end{aligned}\right\} \to -1{,}5y = -9 \to y = 6 \to x = 5 \to (5, 6)$$

Mario tiene 5 monedas de 1 € y 6 monedas de 50 CENT.

91 Alonso invierte un total de 20 000 € en dos productos financieros. El primero le aporta un rendimiento del 6 % y el segundo del 9,5 %. Si ha obtenido unos beneficios totales de 1 445 €, ¿cuánto invirtió en cada producto?

Si llamamos x a la cantidad invertida en el primer producto e y a la invertida en el segundo, obtenemos:

$$\left.\begin{aligned}\text{Inversión: } x + y &= 20\,000\\ \text{Beneficios: } 0{,}06x + 0{,}095y &= 1445\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}x + y &= 20\,000\\ 0{,}06x + 0{,}095y &= 1445\end{aligned}\right\} \xrightarrow[\cdot 100]{\cdot(-6)} \left.\begin{aligned}-6x - 6y &= -120\,000\\ 6x + 9{,}5y &= 144\,500\end{aligned}\right\} \to 3{,}5y = 24\,500 \to y = 7000 \to x = 13\,000$$

Invirtió 13 000 € en el primer producto y 7 000 € en el segundo.

92 Rebeca se ha comprado en las rebajas dos faldas y tres camisas que costaban 139 €. Le han aplicado un descuento del 15 % en las faldas y del 10 % en las camisas, con lo que tiene que pagar 121,60 €. ¿Cuánto costaba cada artículo antes de rebajarlos?

Si llamamos x al precio original de una falda e y al precio original de una camisa, obtenemos el sistema:

$$\left.\begin{aligned}\text{Antes de la rebaja: } 2x + 3y &= 139\\ \text{Después de la rebaja: } 0{,}85 \cdot 2x + 0{,}9 \cdot 3y &= 121{,}6\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}2x + 3y &= 139\\ 0{,}85 \cdot 2x + 0{,}9 \cdot 3y &= 121{,}6\end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned}2x + 3y &= 139\\ 1{,}7x + 2{,}7y &= 121{,}6\end{aligned}\right\} \xrightarrow[\cdot(-10)]{\cdot 9} \left.\begin{aligned}18x + 27y &= 1251\\ -17x - 27y &= -1216\end{aligned}\right\} \to x = 35 \to y = 23$$

Cada falda costaba 35 € y cada camisa 23 €.

93 Un campo de fútbol sala tiene un perímetro de 130 m y una superficie de 1 000 m². ¿Cuáles son sus dimensiones?

Si llamamos x al largo del campo de fútbol sala e y al ancho, en m, obtenemos:

$$\left.\begin{aligned}\text{Perímetro: } 2x + 2y &= 130\\ \text{Superficie: } x \cdot y &= 1000\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}x + y &= 65\\ x \cdot y &= 1000\end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned}x &= 65 - y\\ x \cdot y &= 1000\end{aligned}\right\} \to (65 - y) \cdot y = 1000 \to -y^2 + 65y - 1000 = 0 \to \begin{cases} y_1 = 40 \to x_1 = 25\\ y_2 = 25 \to x_2 = 40\end{cases}$$

El campo mide 40 m de largo y 25 m de ancho.

94 Calcula el largo y el ancho de un rectángulo de 12 dm² de área y 5 dm de diagonal.

Si llamamos x a la base del rectángulo e y a la altura, en dm, obtenemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{r}\text{Área: } x\cdot y=12\\ \text{Diagonal: } \sqrt{x^2+y^2}=5\end{array}\right\}$$

Elevando al cuadrado y resolviendo por sustitución:

$$\left.\begin{array}{r}x=\dfrac{12}{y}\\ x^2+y^2=25\end{array}\right\}\to\left(\frac{12}{y}\right)^2+y^2=25\to y^4-25y^2+144=0\to\begin{cases}y^2=16\to y=\pm 4\\ y^2=9\to y=\pm 3\end{cases}$$

Al tratarse de longitudes solo son válidas las soluciones positivas y de ahí: $\begin{cases}y=4\to x=3\\ y=3\to x=4\end{cases}$

Las dimensiones del rectángulo son 4 dm × 3 dm.

95 Determina la longitud de los lados de un triángulo isósceles sabiendo que:

- Su perímetro mide 50 cm.
- Su altura sobre el lado desigual mide 15 cm.

Si llamamos x a la longitud del lado desigual e y a la de los lados iguales, en cm, obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r}\text{Perímetro: } x+2y=50\\ \text{Altura: } \sqrt{y^2-\left(\dfrac{x}{2}\right)^2}=15\end{array}\right\}$$

Elevando al cuadrado y resolviendo por sustitución:

$$\left.\begin{array}{r}x+2y=50\\ y^2-\left(\dfrac{x}{2}\right)^2=225\end{array}\right\}\xrightarrow[\cdot 4]{}\left.\begin{array}{r}x=50-2y\\ 4y^2-x^2=900\end{array}\right\}\to 4y^2-(50-2y)^2=900\to 200y=3400\to y=17\to x=16$$

Los lados iguales miden 17 cm y el lado desigual 16 cm.

96 Halla dos números cuya suma valga $\dfrac{21}{4}$ y cuyos inversos sumen $\dfrac{7}{4}$.

Si llamamos x al primer número e y al segundo, obtenemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{r}\text{Suma de los números: } x+y=\dfrac{21}{4}\\ \text{Suma de sus inversos: } \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{7}{4}\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r}x+y=\dfrac{21}{4}\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{7}{4}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{Sust.}}\left.\begin{array}{r}y=\dfrac{21}{4}-x\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{\dfrac{21}{4}-x}=\dfrac{7}{4}\end{array}\right\}\to 4\cdot(21-4x)+4\cdot 4x=7x\cdot(21x-4x)\to 28x^2-147x+84=0\cdot$$

$$\to\begin{cases}x_1=4{,}5975\to y_1=\dfrac{261}{400}\\ x_2=0{,}6525\to y_2=\dfrac{1839}{400}\end{cases}$$

97 Un grifo tarda el doble que otro en llenar un depósito. ¿Cuánto tardará cada uno por separado si con los dos abiertos el depósito se llena en 4 min?

Si llamamos x a lo que tarda el grifo de menor caudal e y a lo que tarda el de mayor caudal, en min, obtenemos el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r}\text{Caudales: } x = 2y \\ \text{Llenado en un minuto: } \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4}\end{array}\right\}$$

Quitando denominadores y resolviendo por sustitución:

$$\left.\begin{array}{r} x = 2y \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4}\end{array}\right\}\xrightarrow[\cdot 4xy]{}\left.\begin{array}{r} x = 2y \\ 4y+4x = xy\end{array}\right\}\rightarrow 4y+4\cdot 2y = 2y\cdot y \rightarrow 2y^2-12y=0\rightarrow\begin{cases} y=0\rightarrow \text{No válida}\\ y=6\rightarrow x=12\end{cases}$$

Un grifo tardaría 12 minutos y el otro 6 minutos.

98 Felipe está haciendo el Camino de Santiago y ha observado que camina a una velocidad de entre 4 km/h y 6 km/h, según la etapa. Además, suele parar una hora a descansar a lo largo del recorrido. ¿Cuánto tiempo le puede llevar una etapa de 22 km?

Si llamamos x al tiempo que está caminando Felipe, obtenemos la siguiente desigualdad:

$$4\le\frac{22}{x}\le 6$$

Como x es positivo, si multiplicamos toda la desigualdad por x:

$$4x\le 22\le 6x\rightarrow\left.\begin{array}{l}4x\le 22\rightarrow x\le 11/2\rightarrow x\in\left(-\infty, 11/2\right]\\ 6x\ge 22\rightarrow x\ge 11/3\rightarrow x\in\left[11/3, +\infty\right)\end{array}\right\}\rightarrow x\in\left(-\infty, 11/2\right]\cap\left[11/3, +\infty\right)=\left[11/3, 11/2\right]$$

Sin contar el descanso tarda entre 3 horas y 40 minutos, $\dfrac{11}{3}$ h, y 5 horas y 30 minutos, $\dfrac{11}{2}$ h.

En total la etapa le puede llevar entre 4 horas y 40 minutos y 6 horas y 30 minutos.

99 Amalia ha llamado al servicio técnico para que le vengan a casa a reparar la caldera. Le han dicho que le cobrarán 25 €/h por la mano de obra y 10 € de desplazamiento más el IVA. El técnico ha estimado que la reparación costará entre 55 € y 60 €. ¿Cuánto tiempo espera tardar el técnico en arreglar la avería?
(Dato: IVA = 21 %).

Si llamamos x al tiempo, en h, que dedica el técnico, tendrá que pagar:

$55\le 1,21\cdot(25x+10)\le 60$

Resolviendo:

$$55\le 30,25x+12,1\le 60\rightarrow 42,9\le 30,25x\le 47,9\rightarrow\frac{42,9}{30,25}\le x\le\frac{47,9}{30,25}$$

El tiempo dedicado estará entre: $\dfrac{42,9}{30,25}\approx 1,42$ h y $\dfrac{47,9}{30,25}\approx 1,58$ h

Espera tardar en torno a una hora y media.