Potencia de matrices

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, calcula A^2. ¿Qué matriz se obtiene?

Solución:

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_{2\times 2}$$

Se obtiene la matriz identidad de orden 2

Dada la matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, calcula A^2 y A^3

Solución:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \qquad A^3 = \begin{pmatrix} 1 & -26 \\ 0 & 27 \end{pmatrix}$$

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

calcula A^{183}

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

calcula A^k

Solución:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Por recurrencia se obtiene: $A^k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ k & 0 \end{pmatrix}$

Dada la matriz: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$,

calcula A^{250}

Solución:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_{2\times 2}$$

A es una matriz cíclica de orden 2; por tanto, las potencias impares dan A, y las pares, I

$$A^{250} = I_{2\times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= I_{3\times 3}$$

A es una matriz cíclica de orden 2; por tanto, las potencias impares dan A, y las pares, I

$$A^{183} = A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

calcula A^n

Solución:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Por recurrencia se obtiene:

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{pmatrix}$$