Examen de Matemáticas aplicadas a las CCSS II – 2º de Bachillerato

1. Dada la función $f(x)=\dfrac{-3x+2}{2x-6}$, se pide:

   a) Asíntota vertical. Estudia las tendencias a más o menos infinito tanto a la izquierda como a la derecha de la misma. **(1 punto)**

   b) Asíntota horizontal. (1 punto)

   c) Puntos de corte con los ejes. (1 punto)

   d) Representación gráfica. (1 punto)

2. Calcula los siguientes límites. Caso de que te encuentres con una indeterminación debes indicarla. Si el resultado se obtiene directamente debes explicar la razón por la que se obtiene dicho resultado. **(6 puntos; 1 punto por apartado)**

   a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-3x^3+x-1}{2x-x^2+x^3+1}$

   b) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-1}{x^3+2x^2-3x}$

   c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-4x^7-3x^3-2x-8}{3x^5+2x^2-2x^6+4}$

   d) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{2x^3+3x^2-10x-3}{x^2-x-12}$

   e) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{-x^3+1}{x^3-3x+2}$

   f) $\lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{x+6}{x^2-4}\right)$

Soluciones:

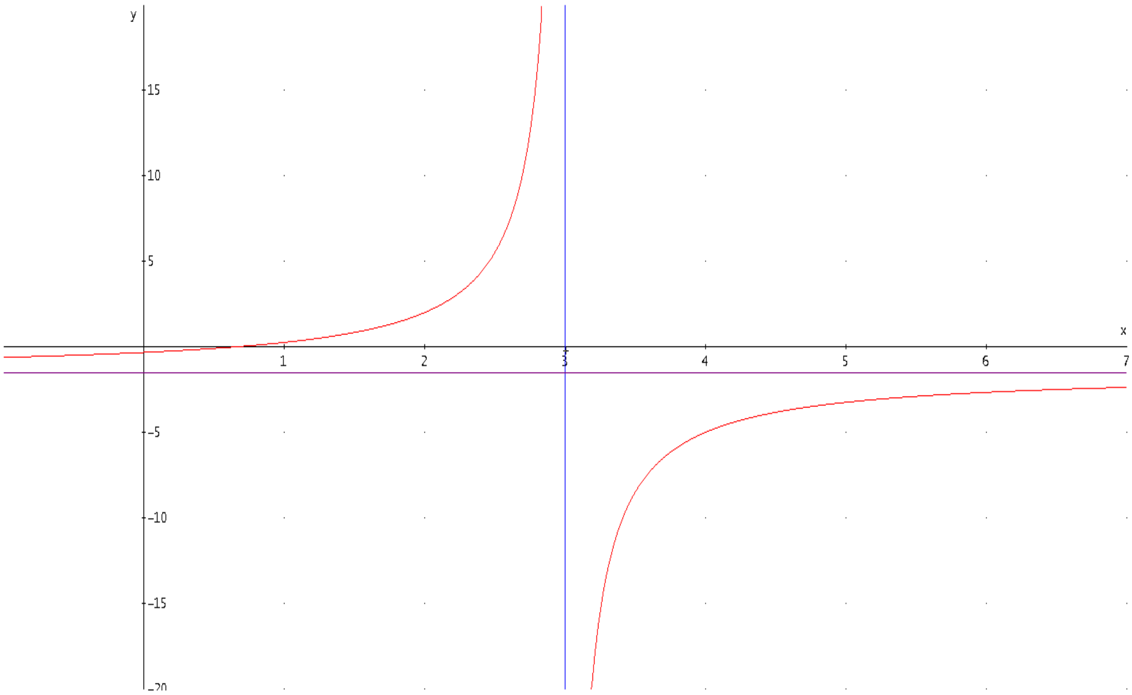
1. a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{-3x+2}{2x-6}=\dfrac{-7}{0}=\begin{cases}+\infty & si \quad x\to 3^- \\ -\infty & si \quad x\to 3^+\end{cases}\Rightarrow x=3$ es una asíntota vertical.

   b) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-3x+2}{2x-6}=\dfrac{-3}{2}\Rightarrow y=\dfrac{-3}{2}$ es una asíntota horizontal

   c) $y=0\Rightarrow\dfrac{-3x+2}{2x-6}=0\Rightarrow -3x+2=0\Rightarrow x=\dfrac{2}{3}$. Entonces el punto de corte con el eje X es $\left(\dfrac{2}{3},\,0\right)$.

   $x=0\Rightarrow y=\dfrac{2}{-6}=\dfrac{-1}{3}$. Entonces el punto de corte con el eje Y es $\left(0,\,\dfrac{-1}{3}\right)$.

   d)



2. a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-3x^3+x-1}{2x-x^2+x^3+1}=\left[Ind\ \dfrac{\infty}{\infty}\right]=-3$, porque cuando el grado del polinomio del numerador es igual al grado del polinomio del denominador, el límite es igual al cociente de los coeficientes de los términos de mayor grado o coeficientes líderes.

   b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^3+2x^2-3x}=\left[Ind\ \dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)}{x(x-1)(x+3)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x+1}{x(x+3)}=\dfrac{3}{4}$

   Para hacer este límite se han factorizado los polinomios x^3-1, x^3+2x^2-3x utilizando la regla de Ruffini.

c) $\lim_{x\to-\infty}\frac{-4x^7-3x^3-2x-8}{3x^5+2x^2-2x^6+4}=\left[Ind\ \frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{-4x^7}{-2x^6}=-\infty$. En este caso el límite es infinito pues el grado del polinomio del numerador es mayor que el grado del polinomio del denominador. Para saber el signo se sustituye en los términos de mayor grado.

d) $\lim_{x\to-3}\frac{2x^3+3x^2-10x-3}{x^2-x-12}=\frac{-54+27+30-3}{9+3-12}=\left[Ind\ \frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)(2x^2-3x-1)}{(x+3)(x-4)}=$

$=\lim_{x\to-3}\frac{2x^2-3x-1}{x-4}=\frac{18+9-1}{-3-4}=\frac{26}{-7}=-\frac{26}{7}$

Para hacer este límite se han factorizado los polinomios $2x^3+3x^2-10x-3$, x^2-x-12 utilizando la regla de Ruffini.

e) $\lim_{x\to-2}\frac{-x^3+1}{x^3-3x+2}=\frac{8+1}{-8+6+2}=\frac{9}{0}=\begin{cases}-\infty & si \quad x\to-2^-\\ +\infty & si \quad x\to-2^+\end{cases}$

f) $\lim_{x\to2}\left(\frac{2}{x-2}-\frac{x+6}{x^2-4}\right)=\left[Ind\ \infty-\infty\right]=\lim_{x\to2}\left(\frac{2}{x-2}-\frac{x+6}{(x+2)(x-2)}\right)=$

$=\lim_{x\to2}\left(\frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)}-\frac{x+6}{(x+2)(x-2)}\right)=\lim_{x\to2}\left(\frac{2x+4}{(x+2)(x-2)}-\frac{x+6}{(x+2)(x-2)}\right)=$

$=\lim_{x\to2}\frac{2x+4-x-6}{(x+2)(x-2)}=\lim_{x\to2}\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}=\left[Ind\ \frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to2}\frac{1}{x+2}=\frac{1}{4}$