

Conjugado, opuesto, representaciones gráficas. Tipos de complejos.

1. Clasifica los siguientes números complejos en reales e imaginarios. Di, para cada uno, cuál es la parte real y cuál la imaginaria. a) $(3i)$; b) $1/3-5/2 i$; c) $6/5; -3i$; d) $\sqrt{3}-\sqrt{5} i$; e) 0 ; f) i ; g) $(1/3)-i$; h) -15 .

2. Escribe tres números complejos imaginarios puros, tres números imaginarios y tres números reales.

3. Representa gráficamente los números complejos: a) $(3+4i)$; b) -4 ; c) $-2i$; d) $(-2+3i)$; e) $(1+3i)$; f) $(6-i)$; g) -2 ; h) $3i$; g) $(-1+i)$.

4. Representa gráficamente el opuesto y el conjugado de: a) $-3+5i$; b) $3-2i$; c) $1-2i$; d) $-2+i$; e) 6 ; f) $5i$; g) 3 ; h) $-4i$.

5. Indica cuáles de los siguientes números son reales, imaginarios o complejos: a) -9 ; b) $-3i$; c) $-3i+1$; d) $\sqrt{3}+(1/2)i$; e) $(1/3)i$; f) $\sqrt{2}$; g) $-2i$; h) $(1+3i)$. Sol: R, I, C, C, I, R, I, C

6. Representa gráficamente los afijos de todos los números complejos z tales que al sumarlos con su respectivo conjugado, se obtenga dos; es decir: $z+z'=2$. Sol: recta $x=1$

7. Representa gráficamente los números complejos z tales que $z-z'=2$. ¿Qué debe verificar z ? Sol: es imposible

8. Representa gráficamente los opuestos y los conjugados de a) $-2-i$; b) $1+i$; c) $3i$.

9. Escribe en forma trigonométrica y polar los complejos: a) $4+3i$; b) $-1+i$; c) $5-12i$. Sol: a) $5^{71,56^\circ}$; b) $\sqrt{2}^{135^\circ}$; c) $13^{292,6^\circ}$

10. Escribe en las formas binómica y trigonométrica los números complejos: a) $3^{3/3}$; b) 3^{135° ; c) 1^{270° . Sol: a) $3(\cos 60 + i \sin 60) = 3/2 + 3\sqrt{3}/2 i$; b) $3(\cos 135 + i \sin 135) = -3\sqrt{2}/2 + 3\sqrt{2}/2 i$; c) $\cos 270 + i \sin 270 = -i$

11. Calcula tres argumentos del número complejo $1-i$. Sol: a) 315° , 675° ; 1035°

12. ¿Cuáles son el módulo y el argumento del conjugado de un número complejo cualquiera $r\bar{a}$. Sol: $r^{360-\bar{a}}$.

13. Expresa en forma binómica y en forma polar el conjugado y el opuesto del número complejo: 6^{30° . Sol: a) 6^{330° , $(3\sqrt{3}-3i)$; b) 6^{210° , $(-3\sqrt{3}-3i)$

14. Escribe en forma módulo-argumental (polar) los números complejos: a) $6-8i$; b) $\sqrt{2} + \sqrt{14}i$; c) $-3+4i$. Sol: a) $10^{306,9^\circ}$; b) $4^{69,3^\circ}$; c) $5^{126,9^\circ}$

15. Escribe en forma binómica el complejo $R=2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$. Representalo gráficamente. Sol: a) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

16. El módulo de un número complejo es 5 y su argumento 600° . Escribe el número en forma trigonométrica. Sol: $5(\cos 240 + i \sin 240)$

17. ¿Qué argumento tiene el siguiente número complejo?: $4(3-2i) + 5(-2+i)$. Sol: $303,7^\circ$

18. Averigua como debe ser un complejo $r_{\hat{\alpha}}$ para que sea: a) un número real; b) un número imaginario puro. Sol: a) $\hat{\alpha} = 0 + k\pi$; b) $\hat{\alpha} = 90 + k\pi$

19. Escribe en forma polar: a) $1 + \sqrt{3}i$; b) $-1 + \sqrt{3}i$; c) $1 - \sqrt{3}i$; d) $-1 - \sqrt{3}i$; e) $3\sqrt{3} + 3i$; f) $-3\sqrt{3} - 3i$. Sol: a) 2^{60} ; b) 2^{120} ; c) 2^{300} ; d) 2^{240} ; e) $\sqrt{6}^{30}$; f) $\sqrt{6}^{210}$

20. Escribe en forma binómica: a) 2^{60} ; b) $1^{(3\pi/2)}$; c) 5^{450° ; d) 2^{180° ; e) 4^{750° ; f) $6^{(5/3)}$. Sol: a) $(1 + \sqrt{3}i)$; b) $-i$; c) $5i$; d) -2 ; e) $(2\sqrt{3} + 2i)$; f) $(3 + 3\sqrt{3}i)$

21. Escribe todos los números complejos cuyos afijos estén en la circunferencia de centro $(1,2)$ y radio 5. Sol: $(5 \cos \hat{\alpha} + 1, (5 \sin \hat{\alpha} + 2)i)$

22. Escribir en forma polar y trigonométrica los números complejos: a) $\sqrt{3} + 3i$; b) $-1-i$; c) $2-2i$.

Sol: a) $\sqrt{12}^{60^\circ}$, $\sqrt{12}(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$; b) $\sqrt{2}^{225^\circ}$, $\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$; c) $2\sqrt{2}^{315^\circ}$, $2\sqrt{2}(\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)$

23. Escribe en forma binómica y trigonométrica los números complejos: a) $6^{5/3}$; b) 2^{45° ; c) 2^{300° . Sol: a) $6(\cos 60 + i \sin 60) = (3, 3\sqrt{3}i)$; b) $2(\cos 45 + i \sin 45) = (\sqrt{2} + \sqrt{2}i)$; c) $2(\cos 300 + i \sin 300) = 1 - \sqrt{3}i$

24. Representar gráficamente los opuestos y los conjugados de: a) $-3-i$; b) $1+i$; c) $+3i$.

25. Escribir en forma binómica: $6(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$. Sol: $3\sqrt{3} - 3i$

26. Hallar el módulo y el argumento de: a) $(1+i)/(1-i)$. b) $(1+i)(2i)$.

Sol: a) 1^{90} ; b) $\sqrt{8}^{135}$

27. ¿Qué figura representan en el plano los puntos que tienen de coordenadas polares $(3, \hat{\alpha})$, $\hat{\alpha}$ variable? ¿y los que tienen $(r, 90^\circ)$, r variable?.

Sol: a) circunferencia de centro $(0,0)$ y radio 3; b) semieje OY positivo

28. dado $z = r\bar{a}$. Expresar en forma polar: a) $-z$, b) z^{-1} , c) el conjugado de z , d) z^3 .
 Sol: a) $r^{180+\bar{a}}$; b) $(1/r)^{-\bar{a}}$; c) $r^{-\bar{a}}$; d) $r^3\bar{a}$

Sumas, Restas, Productos, Divisiones. Mixtos

1. Efectúa las siguientes operaciones entre números complejos: a) $(2+3i)+(4-i)$; b) $(3+3i) - (6+2i)$; c) $(3-2i) + (2+i) - 2(-2+i)$; d) $(2-i)-(5+3i) + (1/2)(4-4i)$.

Sol: a) $(6+2i)$; b) $(-3+i)$; c) $(9-3i)$; d) $-1-6i$

2. Multiplica los siguientes números complejos: a) $(1+2i)(3-2i)$; b) $(2+i) \wedge (5-2i)$; c) $(i+1)(3-2i)(2+2i)$; d) $3(2-i)(2+3i)i$.

Sol: a) $7+4i$; b) $12+i$; c) $8+12i$; d) $-12+21i$

3. Efectúa las siguientes divisiones de números complejos: a) $(2+i)/(1-2i)$; b) $(7-i)/(3+i)$; c) $(5+5i)/(3-i)$; d) $(3-i)/(2+i)$; e) $(18-i)/(3+4i)$. Sol: a) i ; b) $2-i$; c) $1+2i$; d) $1-i$; e) $2-3i$

4. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica: a) $5-3[3+(2/3)i]$; b) $[2i \wedge (-i+2)] / (1+i)$; c) $[(-2i)^2(1+3i)]/(4+4i)$; d) $[(1+3i)(1+2i)]/(1+i)$. Sol: a) $-4-2i$; b) $3+i$; c) $-2-i$; d) $5i$

5. Dado el número complejo $z = 2+2i$, calcula y representa: a) su conjugado (z'); b) la suma $z+z'$; c) el producto zAz' . Sol: a) $2-2i$; b) 4 ; c) 8

6. Calcula: a) $(3+i)(2+i)-(1-i)(2-2i)$; b) $(3-2i)+(1+2i)(6-2i)-(2-i)$; c) $(3+2i)+(2-4i) \wedge 6$. Sol: a) $(5+9i)$; b) $11+9i$; c) $15-22i$

7. Efectúa los siguientes productos y expresa el resultado en forma polar y binómica: a) $(\cos 30^\circ + i \operatorname{sen} 30^\circ) \wedge [2(\cos 15^\circ + i \operatorname{sen} 15^\circ)]$; b) $[2(\cos 23^\circ + i \operatorname{sen} 23^\circ)] \wedge [3(\cos 37^\circ + i \operatorname{sen} 37^\circ)]$; c) $[5(\cos 33^\circ + i \operatorname{sen} 33^\circ)] \wedge 2^{57^\circ}$; d) $(2+2i)(1-i)$; e) $(3+4i) \wedge 1^{180^\circ}$. Sol: a) $2^{45^\circ} = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$; b) $6^{60^\circ} = 3\sqrt{3} + 3i$; c) $10^{90^\circ} = 10i$; d) $4^0 = 4$; e) $5^{233^\circ} = -3-4i$

8. Efectúa las siguientes operaciones: a) $1^{150} \wedge 3^{30}$; b) $6^{60} : 2^{15}$; c) $2^{20} \wedge 1^{30} \wedge 2^{70}$; d) $6^{(2\delta/3)} : 3^{90^\circ}$; e) $(5\delta/9)^9$; f) $(2+2i)^4$. Sol: a) 3^{180° ; b) 3^{45° ; c) 4^{120° ; d) 2^{30° ; e) 59^{180° ; f) 64^{180°

9. Efectúa las siguientes operaciones: a) $2^{05} \wedge 3^{85}$; b) $4^{65} : 2^{15}$; c) $5^{22} \wedge 2^{28} \wedge 1^{30}$; d) $4^{150} : 2^{(\delta/2)}$; e) $(2^{20})^3$; f) $(3^{60})^4$.

Sol: a) 6^{190} ; b) 2^{50} ; c) 10^{80} ; d) 2^{60} ; e) 8^{60} ; f) 81^{240}

10. Calcula el inverso de los números complejos siguientes y representa gráficamente el resultado: a) $2^{(\delta/2)}$, b) $4i$; c) $-3+i$.

Sol: a) $(1/2)^{(-\delta/2)}$; b) $-0,25i$; c) $(-3/10)-(1/10)i$

11. ¿Cómo es gráficamente el inverso de un número complejo?. ¿Cuál es su módulo?. ¿Y su argumento?. Sol: a) perpendicular; b) módulo = $(1/r)$, argumento = $-\bar{a}$

12. Simplifica las expresiones:

$$a) \frac{3_{45} 2_{15}}{6_{30}} \quad b) \frac{2_{30} 3_{60}}{3_{120} 1_{300}} \quad c) \frac{2_{45} 2_{15}}{4_{90}}$$

Sol: a) 1^{30° ; b) 2^{30° ; c) 1^{330}

13. Efectúa algebraica y gráficamente las operaciones con números complejos: a) $(3+2i)+(2-3i)$; b) $(-3+2i)+(-2-i)$; c) $(2-i)li$; d) $(-2+i)li$.

Sol: a) $(5-i)$; b) $(-5+i)$; c) $(1+2i)$; $(-1-2i)$

14. Calcular los siguientes productos: a) $2(\cos 23^\circ + i \sin 23^\circ) \cdot 5(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)$. b) $(1+i) \cdot (2^{30^\circ})$. c) $2(\cos 18^\circ + i \sin 18^\circ) \cdot (3^{22^\circ})$.

Sol: a) $10(\cos 35^\circ + i \sin 35^\circ)$; b) $(-1 + \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})i$; c) 6^{40°

15. Resolver las ecuaciones: a) $x^3 - 27 = 0$. b) $x^5 + 32 = 0$.

Sol: a) $x = 3$; $x = 3^{120}$; $x = 3^{240}$; b) 2^{36+72k}

16. Dados $z = (1, 3)$, $w = (2, 1)$ Hallar $z-w$; $z \cdot w$; z^{-1} .

Sol: a) $-1 + 2i$; b) $-1 + 7i$; c) $(1/10) - (3/10)i$

17. Dados $z = -1 + 3i$, $w = -2 + i$. Calcular y representar a) $z + w$; b) $z \cdot w$; c) z^2 ; d) $z + w'$; e) z/w .

Sol: a) $-3 + 4i$; b) $-1 - 7i$; c) $-8 - 6i$; d) $-3 + 2i$; e) $1 - i$

18. Efectúa las siguientes operaciones: a) $6^{90^\circ} \sqrt{2}^{15^\circ}$. b) $8^{120^\circ} / 4^{6/2}$.

Sol: a) 3^{75} ; b) 2^{30}

19. Halla $\frac{i^{32} \cdot i^{17}}{i^2 \cdot i^3}$ Sol: 1

20. Halla el módulo de los complejos:

a) $z = -2i(1+i)(-2-2i)(3)$; y b) $w = \frac{(2-i)(-1+2i)}{(1-i)(1+i)}$ Sol: a) 24; b) 5/2

21. Representa gráficamente las sumas: a) $(-i) + (3-i)$; b) $(-2+i) + (3-2i)$.

22. Representa gráficamente el número complejo $3-2i$. Aplícale un giro de 90° alrededor del origen. ¿Cuál es el nuevo número complejo?. Multiplica ahora $3-2i$ por i . Sol: $2+3i$; $12+5i$

23. Halla el módulo de $z = \frac{2-4i}{4+2i}$. Sol: $|z| = 1$