Resuelve gráfica y analíticamente los sistemas siguientes:

a) $\begin{cases} y = x^2 + 2x - 3 \\ y = 1 - x \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 5 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} y = -2x^2 + 8x - 11 \\ y + 3 = 0 \end{cases}$

Solución:

a)

<u>Resolución analítica:</u> Despejamos y de cada ecuación e igualamos:

$$x^2 + 2x - 3 = 1 - x \quad \to \quad x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} \begin{matrix} \nearrow -4 \\ \searrow 1 \end{matrix}$$

Si $x = -4 \quad \to \quad y = 1 + 4 = 5$

Si $x = 1 \quad \to \quad y = 0$ Las soluciones son: $x = -4,\ y = 5$; $x = 1,\ y = 0$

<u>Resolución gráfica</u>

- Representamos la parábola $y = x^2 + 2x - 3$:

— Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1 \quad \to \quad y = 1 - 2 - 3 = -4 \Rightarrow V(-1, -4)$

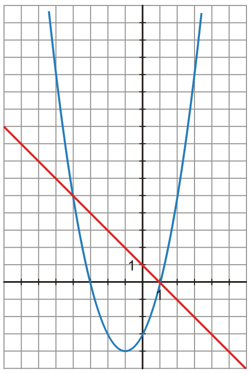
— Cortes con los ejes:

Eje $Y \quad \to \quad x = 0 \quad \to \quad y = -3 \quad \to \quad (0, -3)$

Eje $X \quad \to \quad y = 0 \quad \to \quad x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \to \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \begin{matrix} \nearrow 1 \\ \searrow -3 \end{matrix}$ $(1, 0)$ y $(-3, 0)$

— Valores en torno al vértice:

X	-4	-2	-1	0	2
Y	5	-3	-4	-3	5



- Representamos la recta $y = 1 - x$:

x	1	0
y	0	1

Observamos en la gráfica que la parábola y la recta se cortan en $(-4, 5)$ y $(1, 0)$.

b)

<u>Resolución analítica</u> : Despejamos y de cada ecuación e igualamos:

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 4x + 5 \\ y = \dfrac{x-3}{3} \end{array}\right\} \begin{array}{l} x^2 - 4x + 5 = \dfrac{x-3}{3} \\ 3x^2 - 12x + 15 = x - 3 \quad \to \quad 3x^2 - 13x + 18 = 0 \end{array}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 216}}{6} = \frac{13 \pm \sqrt{-47}}{6} \Rightarrow \text{El sistema no tiene solución.}$$

<u>Resolución gráfica</u>

- Representamos la parábola $y = x^2 - 4x + 5$:

— Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \quad \to \quad y = 4 - 8 + 5 = 1 \Rightarrow V(2, 1)$

— Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $Y \quad \to \quad x = 0 \quad \to \quad y = 5 \quad \to \quad (0, 5)$

Con el eje $X \quad \to \quad y = 0 \quad \to \quad x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow$

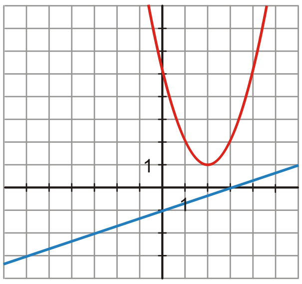
$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-4}}{2} \quad \to \quad$ La parábola no corta al eje X.

— Puntos próximos al vértice:

X	0	1	2	3	4
Y	5	2	2	2	5

- Representamos la recta $y=\dfrac{x-3}{3} \rightarrow y=\dfrac{1}{3}x-1$.

x	0	3
y	-1	0



Se observa en la gráfica que la parábola y la recta no se cortan.

c)
Resolución analítica : Se despeja y de cada ecuación y se igualan:

$$\begin{cases} y=-2x^2+8x-11 \\ y=-3 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} -2x^2+8x-11=-3 \\ -2x^2+8x-8=0 \rightarrow -x^2+4x-4=0 \end{array}$$

$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-16}}{-2}=\dfrac{-4}{-2}=2 \Rightarrow$ La solución del sistema es: $x=2, \quad y=-3$

Resolución gráfica

- Se representa la parábola $y=-2x^2+8x-11$:

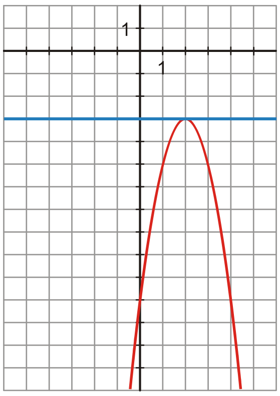
— Vértice: $\left.\begin{array}{l} x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-8}{-4}=2 \\ y=-8+16-11=-3 \end{array}\right\} V(2,-3)$

— Puntos de corte con los ejes:
Con el eje $Y \rightarrow x=0 \rightarrow y=-11 \rightarrow (0,-11)$
Con el eje $X \rightarrow y=0 \rightarrow -2x^2+8x-11=0$
$x=\dfrac{-8\pm\sqrt{64-88}}{-4}=\dfrac{-8\pm\sqrt{-24}}{-4} \rightarrow$ No corta al eje X.

— Puntos próximos al vértice:

X	0	1	2	3	4
Y	-11	-5	-3	-5	-11

- Por otro lado, se representa la recta $y=-3$, constante.



Hay un único punto de corte entre la recta y la parábola, que corresponde al punto $(2,-3)$.