Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2019-2020

MATEMÁTICAS II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.
TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.
El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

Bloque 1.A Dado el sistema $\begin{cases} x+y=a \\ (2-a)x+2y=1 \\ ax=a \end{cases} \quad a\in\mathbb{R}$

a) Estudia la compatibilidad según los valores de a. (1.5 puntos)
b) Resuélvelo cuando sea posible. (1 punto)

Bloque 1.B Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} x+1 & x+1 & x-2 \\ x & x & 2-x \\ x & x-1 & x \end{pmatrix} \quad x\in\mathbb{R}$

a) Calcula su determinante aplicando sus propiedades y estudia cuándo es invertible la matriz. (1.5 puntos)
b) Para $x=1$, calcula su inversa (1 punto)

Bloque 2.A. Dada la función $f(x)=\dfrac{2x^3+1}{x^2}$.

a) Estudia y calcula su dominio de definición y sus asíntotas. (1.25 puntos)
b) Halla, si existen: máximos y mínimos relativos y calcula sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (0.75 puntos)
c) Haz un esbozo de su gráfica. (0.5 puntos)

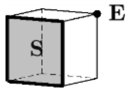
Bloque 2.B. Calcula:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{sen(x)-xe^x}{x^2-2\cos(x)+2}$ (1.25 puntos)

b) Una primitiva de la función $f(x)=x\cos(x)-e^{-x}$ cuya gráfica pase por el punto (0, 3). (1.25 puntos)

Bloque 3.A. Sean $A(2, 1, 0)$, $B(5, 5, 0)$ y $C(2, 1, 5)$ tres vértices de la cara S de un cubo (cuadrados iguales) y $E(-2, 4, 0)$ un vértice de la cara opuesta. Se pide:

a) El cuarto vértice D de la cara S. (1 punto)
b) La ecuación del plano π que contiene la cara opuesta de S. (1 punto)
c) ¿Cuál es el vértice de la cara S adyacente a E? (0.5 puntos)



Bloque 3.B. Dados dos planos $\begin{cases} \pi : x+y-2z=3 \\ \pi' : x-z=5 \end{cases}$. Sea P un punto de π cuya proyección ortogonal sobre π´ es el punto A(5, 1, 0)

a) Calcula las ecuaciones implícitas de la recta *r* que une P y A. (1.5 puntos)
b) Calcula el punto P. (1 punto)

Bloque 4.A. En un curso de un instituto hay tres clases: la clase A con 50 alumnos, la clase B con 30 y la clase C con 20. Cada clase tiene un profesor distinto de matemáticas. Con el profesor de la clase A aprueban el 40 % de los alumnos, con el de la clase B el 50 % y con el de la clase C el 75 % de los alumnos. Se coge al azar un alumno del curso. Calcula:

a) La probabilidad de que el alumno haya aprobado matemáticas. (1.25 puntos)
b) Sabiendo que ha aprobado, cuál es la probabilidad de que sea de la clase B. (1.25 puntos)

Bloque 4.B. En una pumarada la producción en kilogramos de cada manzano sigue una distribución normal de media $\mu = 50$ y desviación típica $\sigma = 10$. Calcula:

a) La proporción de árboles que dan entre 30 y 60 kilogramos. (1.25 puntos)
b) El número de kilogramos por árbol a los que no llegan o igualan el 60 % de los árboles. (1.25 puntos)

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(x) = P(Z \leq x)$; $F(2) = 0.9772$; $F(1) = 0.8413$; $F(1.5) = 0.9332$; $F(0.5) = 0.6915$; $F(0.2533) = 0.6$; $F(0.5244) = 0.7$; $F(0.8416) = 0.8$)

SOLUCIONES:

Bloque 1.A Dado el sistema $\begin{cases} x+y=a \\ (2-a)x+2y=1 \qquad a\in\mathbb{R} \\ ax=a \end{cases}$

a) Estudia la compatibilidad según los valores de *a*. (1.5 puntos)
b) Resuélvelo cuando sea posible. (1 punto)

a) La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2-a & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix}$

El rango de A puede ser 2 cuando algún menor de orden 2 tiene determinante no nulo.
Tenemos los menores de orden 2 siguientes:

Fila 1ª y 2ª → $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2-a & 2 \end{vmatrix}=2-2+a=a$

Fila 2ª y 3ª → $\begin{vmatrix} 2-a & 2 \\ a & 0 \end{vmatrix}=-2a$

Fila 1ª y 3ª → $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a & 0 \end{vmatrix}=a$

Todos son nulos cuando $a=0$
Distinguimos dos casos distintos: $a\neq 0$ y $a=0$.

CASO 1. $a\neq 0$

En este caso el menor que resulta de quitar la fila 2ª tiene determinante no nulo y el rango de A es 2.

Veamos el rango de la matriz ampliada $A/B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 2-a & 2 & 1 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ que puede ser 3.

Su determinante vale $\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 2-a & 2 & 1 \\ a & 0 & a \end{vmatrix}=2a+a-2a^2-2a+a^2=-a^2+a$

Este determinante es nulo cuando $-a^2+a=0 \Rightarrow a(-a+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases}$

Se distinguen 2 subcasos diferentes:

CASO 1.a. $a\neq 0 \ y \ a\neq 1$

En este caso el determinante anterior es no nulo y el rango de A/B es 3.
Rango de A = 2 ≠ 3 = Rango de A/B.
El sistema es **incompatible**.

CASO 1.b. $a=1$

En este caso el determinante anterior es nulo y el rango de A/B es 2.
Rango de A = 2 = Rango de A/B = Número de incógnitas.
El sistema es **compatible determinado**.

CASO 2. $a=0$

En este caso veamos cómo queda el sistema.

$$\begin{cases} x+y=0 \\ 2x+2y=1 \\ 0=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ 2x+2y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ x+y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Este sistema es **incompatible**, pues las dos ecuaciones no se pueden verificar de forma simultánea.

Resumiendo lo obtenido:
Para $a \neq 1$ es incompatible y para $a=1$ es compatible determinado.

b) Lo resolvemos para $a=1$.

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x+2y=1 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x+2y=1 \\ \boxed{x=1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+y=1 \\ 1+2y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ 2y=0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y=0}$$

La solución es $\boxed{x=1; \quad y=0}$

Bloque 1.B Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} x+1 & x+1 & x-2 \\ x & x & 2-x \\ x & x-1 & x \end{pmatrix} \quad x\in\mathbb{R}$

a) Calcula su determinante aplicando sus propiedades y estudia cuándo es invertible la matriz. (1.5 puntos)

b) Para $x=1$, calcula su inversa (1 punto)

a)

$$|A|=\begin{vmatrix} x+1 & x+1 & x-2 \\ x & x & 2-x \\ x & x-1 & x \end{vmatrix}=\{\text{Columna 1}^{\text{a}} - \text{Columna 2}^{\text{a}}\}=\begin{vmatrix} 0 & x+1 & x-2 \\ 0 & x & 2-x \\ 1 & x-1 & x \end{vmatrix}=$$

$$=\{\text{Fila 1}^{\text{a}} + \text{Fila 2}^{\text{a}}\}=\begin{vmatrix} 0 & 2x+1 & 0 \\ 0 & x & 2-x \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}=(2x+1)(2-x)=-2x^2+3x+2$$

Averiguamos cuando el determinante sea anula.

$$(2x+1)(2-x)=-2x^2+3x+2=0\Rightarrow\begin{cases} 2x+1=0\Rightarrow x=-\dfrac{1}{2} \\ 2-x=0\Rightarrow x=2 \end{cases}$$

Es invertible cuando el determinante es no nulo, es decir, cuando $x\neq 2 \ y \ x\neq -\dfrac{1}{2}$

b) Para $x=1$ es invertible y calculamos su inversa.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ con determinante } (2+1)(2-1)=3\neq 0$$

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^t\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}}{3}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -3 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1/3 & 2/3 & 0 \end{pmatrix}$$

Bloque 2.A. Dada la función $f(x)=\frac{2x^3+1}{x^2}$.

a) Estudia y calcula su dominio de definición y sus asíntotas. (1.25 puntos)
b) Halla, si existen: máximos y mínimos relativos y calcula sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (0.75 puntos)
c) Haz un esbozo de su gráfica. (0.5 puntos)

a) El dominio de definición son todos los valores reales salvo los que anulan el denominador, es decir, el dominio es $\mathbb{R}-\{0\}$.

Asíntota vertical. $x=a$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{2x^3+1}{x^2}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{2x^3+1}{x^2}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

$x=0$ es asíntota vertical.

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+1}{x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3}{x^2}=\lim_{x\to\infty}2x=\infty$$

No tiene asíntota horizontal.

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^3+1}{x^2}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+1}{x^3}=\lim_{x\to\infty}\frac{2\cancel{x^3}}{\cancel{x^3}}=2$$

$$n=\lim_{x\to\infty}\left(f(x)-mx\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^3+1}{x^2}-2x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+1-2x^3}{x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=\frac{1}{\infty}=0$$

$y=2x$ es la asíntota oblicua.

b) Utilizamos la derivada de la función.

$$f(x)=\frac{2x^3+1}{x^2}\Rightarrow f'(x)=\frac{6x^2\cdot x^2-2x\left(2x^3+1\right)}{x^4}=\frac{6x^4-4x^4-2x}{x^4}=\frac{2x^4-2x}{x^4}=\frac{2\cancel{x}\left(x^3-1\right)}{x^{\cancel{4}3}}$$

$$f'(x)=\frac{2\left(x^3-1\right)}{x^3}$$

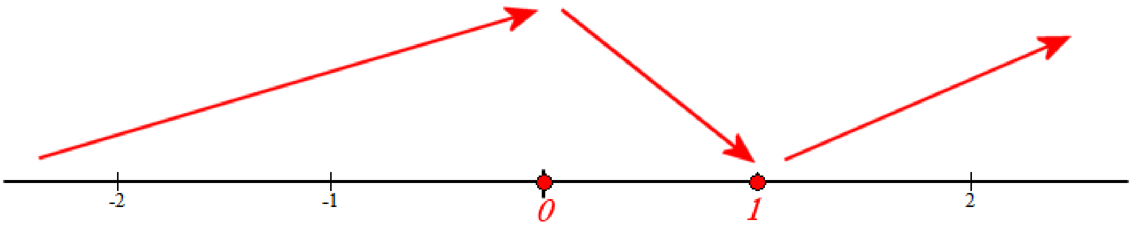
$$f'(x)=0\Rightarrow\frac{2\left(x^3-1\right)}{x^3}=0\Rightarrow x^3-1=0\Rightarrow x^3=1\Rightarrow x=\sqrt[3]{1}=1$$

Como el dominio es $\mathbb{R}-\{0\}$, vemos cómo evoluciona la función antes de 0, entre 0 y 1 y después de 1.

- En $(-\infty,0)$ tomo *x = –1* y la derivada vale $f'(-1)=\frac{2\left((-1)^3-1\right)}{(-1)^3}=4>0$. La función crece en $(-\infty,0)$.
- En $(0,1)$ tomo *x = 0.5* y la derivada vale $f'(0.5)=\frac{2\left(0.5^3-1\right)}{0.5^3}<0$. La función decrece en $(0,1)$.

- En $(1,+\infty)$ tomo $x = 2$ y la derivada vale $f\,'(2) = \frac{2\left(2^3-1\right)}{2^3} = \frac{7}{4} > 0$. La función crece en $(1,+\infty)$.

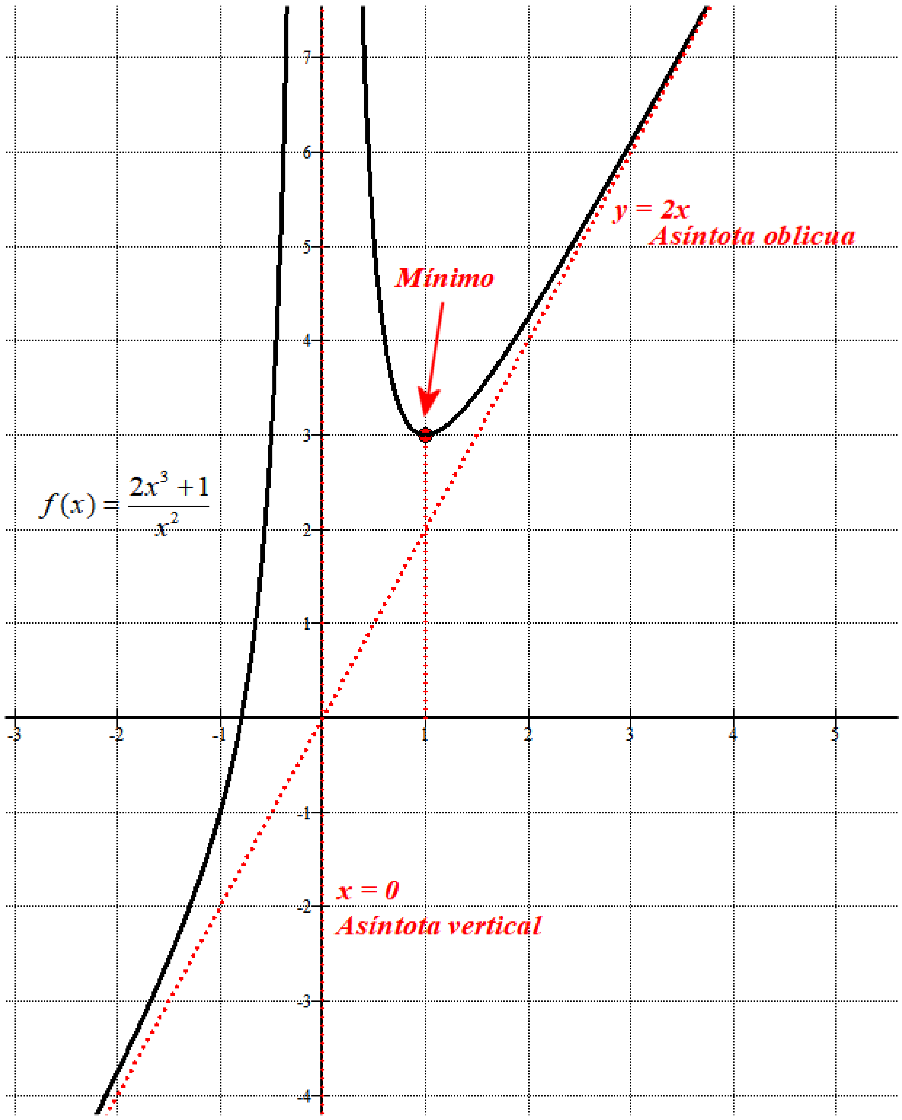
La función crece en $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ y decrece en $(0,1)$



Como $x = 0$ está excluido del dominio, la función presenta un mínimo en $x = 1$.
Como $f(1) = \frac{2+1}{1} = 3$ el punto mínimo tiene coordenadas $(1,3)$.

c) Completamos la información obtenida con una tabla de valores y podremos esbozar la gráfica de la función.

x	$f(x) = \frac{2x^3+1}{x^2}$
-2	$-15/4 = -3.75$
-1	1
0.5	5
1	3 Mínimo
2	$17/4 = 4.25$
3	6.1



Bloque 2.B. Calcula:

a) $\lim_{x\to 0}\frac{sen(x)-xe^x}{x^2-2\cos(x)+2}$ (1.25 puntos)

b) Una primitiva de la función $f(x)=x\cos(x)-e^{-x}$ cuya gráfica pase por el punto (0, 3). (1.25 puntos)

a)

$$\lim_{x\to 0}\frac{sen(x)-xe^x}{x^2-2\cos(x)+2}=\frac{0-0}{0-2+2}=\frac{0}{0}=\text{Indeterminación (L´Hôpital)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-e^x-xe^x}{2x+2\operatorname{sen}x}=\frac{1-1-0}{0+0}=\frac{0}{0}=\text{Indeterminación (L´Hôpital)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-senx-e^x-e^x-xe^x}{2+2\cos x}=\frac{0-1-1-0}{2+2}=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

b)

$$F(x)=\int f(x)dx=\int x\cos(x)-e^{-x}dx=\int x\cos(x)dx-\int e^{-x}dx=$$

Calculamos la 1ª integral por partes

$$\int x\cos(x)dx=\left\{\begin{array}{l}u=x\to du=dx\\ dv=\cos xdx\to v=\int\cos xdx=senx\end{array}\right\}=xsenx-\int senxdx=xsenx+\cos x$$

$$=xsenx+\cos x+e^{-x}+C$$

Como debe pasar por el punto (0, 3) debe ser *F(0) = 3* lo que nos permite hallar el valor concreto del parámetro C de la primitiva.

$$\left.\begin{array}{l}F(0)=3\\ F(x)=xsenx+\cos x+e^{-x}+C\end{array}\right\}\Rightarrow 3=0sen0+\cos 0+e^{-0}+C\Rightarrow 3=1+1+C\Rightarrow C=1$$

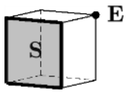
La primitiva pedida es $\boxed{F(x)=xsenx+\cos x+e^{-x}+1}$

Bloque 3.A. Sean $A(2, 1, 0)$, $B(5, 5, 0)$ y $C(2, 1, 5)$ tres vértices de la cara S de un cubo (cuadrados iguales) y $E(-2, 4, 0)$ un vértice de la cara opuesta. Se pide:

a) El cuarto vértice D de la cara S. (1 punto)

b) La ecuación del plano π que contiene la cara opuesta de S. (1 punto)

c) ¿Cuál es el vértice de la cara S adyacente a E? (0.5 puntos)



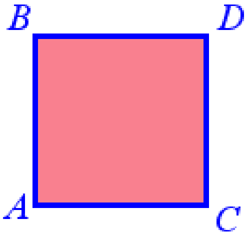
a) Las coordenadas de los vectores que unen los tres puntos dados son:

$$\overrightarrow{AB}=(5,5,0)-(2,1,0)=(3,4,0)$$

$$\overrightarrow{AC}=(2,1,5)-(2,1,0)=(0,0,5)$$

$$\overrightarrow{BC}=(2,1,5)-(5,5,0)=(-3,-4,5)$$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(3,4,0)(0,0,5)=0$. Por lo que el vector $\overrightarrow{AB}$ es perpendicular al $\overrightarrow{AC}$ y los vértices de la cara S del cubo están dispuestos como aparece en el dibujo.



Para hallar el cuarto vértice $D(a,b,c)$ basta utilizar que el vector $\overrightarrow{AC}$ y el $\overrightarrow{BD}$ tienen las mismas coordenadas.

$$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{BD}=(a,b,c)-(5,5,0)=(a-5,b-5,c)\\ \overrightarrow{AC}=(0,0,5)\end{array}\right\}\Rightarrow(a-5,b-5,c)=(0,0,5)\Rightarrow$$

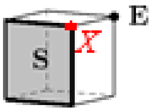
$$\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}a-5=0\to a=5\\ b-5=0\to b=5\Rightarrow D(5,5,5)\\ c=5\end{array}\right.$$

b) La cara opuesta a S es la paralela a S que contiene al punto $E(-2, 4, 0)$. Por lo que tiene como vectores directores, por ejemplo, $\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{AB}$.

$$\left.\begin{array}{l}E(-2,4,0)\in\pi\\ \vec{u}=\overrightarrow{AB}=(3,4,0)\\ \vec{v}=\overrightarrow{AC}=(0,0,5)\end{array}\right\}\Rightarrow\pi\equiv\begin{vmatrix}x+2 & y-4 & z\\ 3 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 5\end{vmatrix}=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20x+40-15y+60=0\Rightarrow\boxed{\pi\equiv 4x-3y+20=0}$$

c)



Si llamamos X al vértice adyacente a E en la cara S, como tenemos el vector normal del plano de la cara del cubo que contiene a E que es el del plano obtenido anteriormente:

$\vec{n}=(4,-3,0)$ el vector que une X con E tiene la misma dirección que ese vector normal, es decir, tiene coordenadas proporcionales. Veamos cuál de los vértices A, B, C o D cumple esta condición.

$$\left.\begin{array}{l} A(2,1,0) \\ B(5,5,0) \\ C(2,1,5) \\ D(5,5,5) \\ E(-2,4,0) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AE}=(-2,4,0)-(2,1,0)=(-4,3,0) \\ \overrightarrow{BE}=(-2,4,0)-(5,5,0)=(-7,-1,0) \\ \overrightarrow{CE}=(-2,4,0)-(2,1,5)=(-4,3,-5) \\ \overrightarrow{DE}=(-2,4,0)-(5,5,5)=(-7,-1,-5) \end{array}\right\}$$

El único vector que tiene coordenadas proporcionales a $\vec{n}=(4,-3,0)$ es $\overrightarrow{AE}=(-4,3,0)$. El vértice adyacente a E es el A.

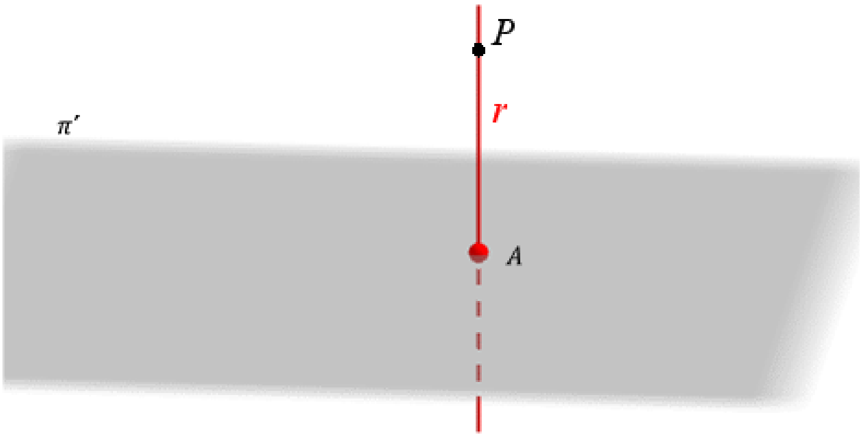
Bloque 3.B. Dados dos planos $\begin{cases} \pi : x+y-2z=3 \\ \pi' : x-z=5 \end{cases}$. Sea P un punto de π cuya proyección ortogonal sobre π´ es el punto A(5, 1, 0)

a) Calcula las ecuaciones implícitas de la recta *r* que une P y A. (1.5 puntos)

b) Calcula el punto P. (1 punto)

a) La recta *r* que une P con A es la recta perpendicular al plano $\pi' : x-z=5$ que contiene al punto A. Por lo que tiene como vector director el vector normal del plano.

$$\pi' : x-z=5 \Rightarrow \vec{n'}=(1,0,-1)$$



$$r \equiv \left.\begin{array}{r} A(5,1,0)\in r \\ \vec{v}=\vec{n'}=(1,0,-1) \end{array}\right\} \Rightarrow r \equiv \left.\begin{array}{l} x=5+\lambda \\ y=1 \\ z=-\lambda \end{array}\right\} \text{ Ecuaciones paramétricas}$$

$$r \equiv \left.\begin{array}{l} x=5+\lambda \\ y=1 \\ z=-\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-5=\lambda \\ y=1 \\ z=-\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=1 \\ z=-x+5 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\left.\begin{array}{l} y-1=0 \\ x+z-5=0 \end{array}\right\}} \text{ Ecuaciones implícitas}$$

b) El punto de corte de esta recta con el plano $\pi : x+y-2z=3$ es el punto P buscado.

El punto de corte se obtiene del sistema:

$$\left.\begin{array}{r} \pi : x+y-2z=3 \\ r \equiv \left.\begin{array}{l} x=5+\lambda \\ y=1 \\ z=-\lambda \end{array}\right\} \end{array}\right\} \Rightarrow 5+\lambda+1+2\lambda=3 \Rightarrow 3\lambda=-3 \Rightarrow \lambda=-1 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=5-1=4 \\ y=1 \\ z=-(-1)=1 \end{array}\right\}$$

El punto P tiene coordenadas $\boxed{P(4,1,1)}$

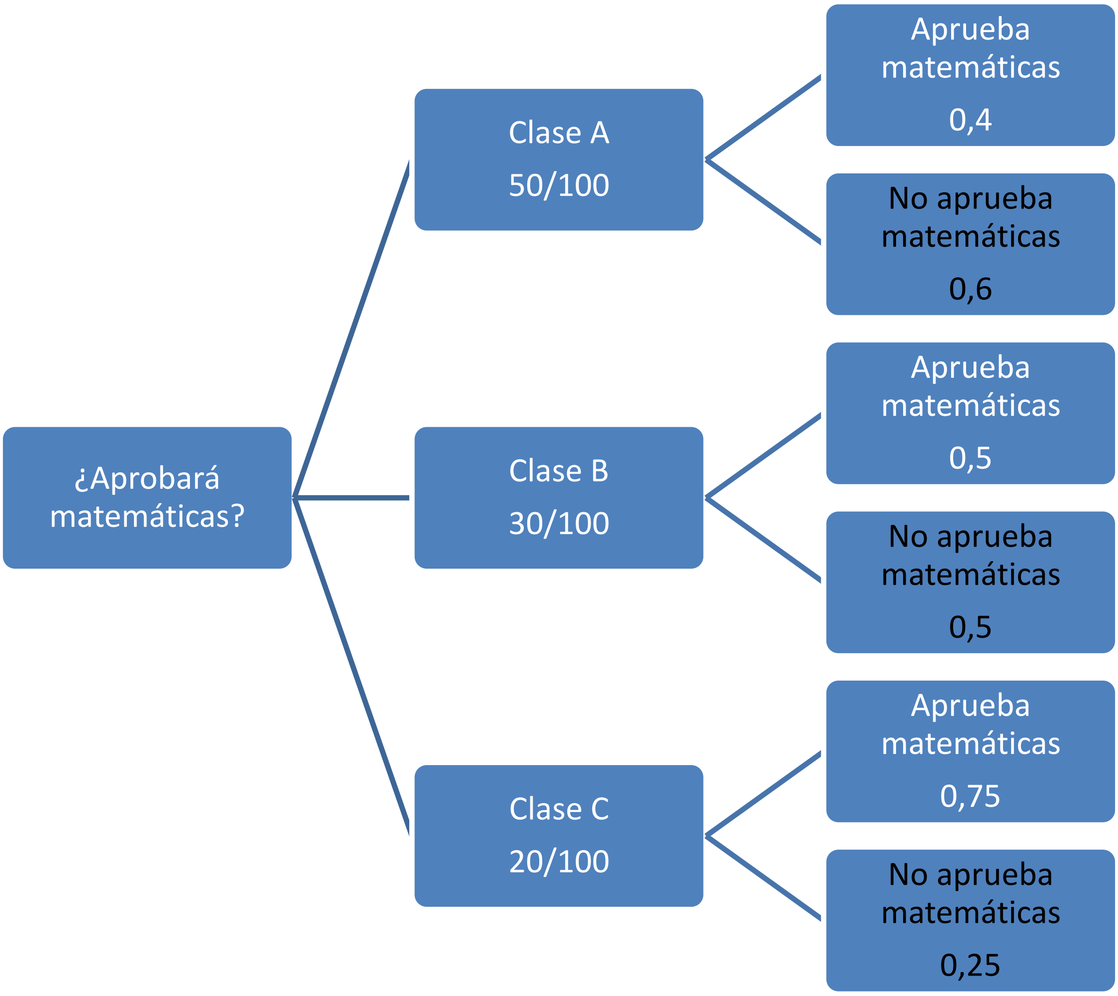
Bloque 4.A. En un curso de un instituto hay tres clases: la clase A con 50 alumnos, la clase B con 30 y la clase C con 20. Cada clase tiene un profesor distinto de matemáticas. Con el profesor de la clase A aprueban el 40 % de los alumnos, con el de la clase B el 50 % y con el de la clase C el 75 % de los alumnos. Se coge al azar un alumno del curso. Calcula:

a) La probabilidad de que el alumno haya aprobado matemáticas. (1.25 puntos)

b) Sabiendo que ha aprobado, cuál es la probabilidad de que sea de la clase B. (1.25 puntos)

Son en total 50 + 30 + 20 = 100 alumnos. La probabilidad de elegir un alumno de la clase A, B o C es de $\frac{50}{100}$; $\frac{30}{100}$; $\frac{20}{100}$ respectivamente.

Realizamos un diagrama de árbol.



a) $P(\text{Apruebe matemáticas}) = \frac{50}{100}0,4 + \frac{30}{100}0,5 + \frac{20}{100}0,75 = \boxed{0,5}$

b) Es una probabilidad a posteriori, aplico el teorema de Bayes.

$$P(\text{Sea de clase B / Ha aprobado matemáticas}) =$$

$$= \frac{P(\text{Sea de clase B } \cap \text{ Ha aprobado matemáticas})}{P(\text{Ha aprobado matemáticas})} =$$

$$= \frac{\frac{30}{100}0,5}{0,5} = \boxed{0,3}$$

Bloque 4.B. En una pumarada la producción en kilogramos de cada manzano sigue una distribución normal de media $\mu = 50$ y desviación típica $\sigma = 10$. Calcula:

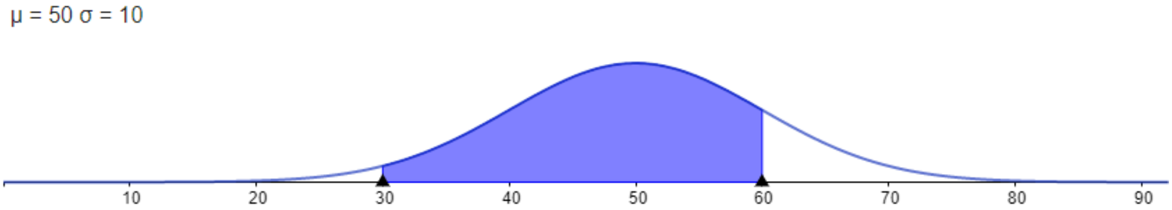
a) La proporción de árboles que dan entre 30 y 60 kilogramos. (1.25 puntos)

b) El número de kilogramos por árbol a los que no llegan o igualan el 60 % de los árboles. (1.25 puntos)

a) X = Producción en kilogramos de manzanas

X = N(50, 10)

Nos piden calcular $P(30 \leq X \leq 60)$



Como apreciamos en el dibujo esta probabilidad o proporción es alta. La calculamos haciendo uso de tablas y transformaciones.

$$P(30 \leq X \leq 60) = \{Tipificamos\} = P\left(\frac{30-50}{10} \leq Z \leq \frac{60-50}{10}\right) = P(-2 \leq Z \leq 1) =$$

$$= P(Z \leq 1) - P(Z \leq -2) = P(Z \leq 1) - P(Z \geq 2) = P(Z \leq 1) - (1 - P(Z < 2)) =$$

$$= F(1) - 1 + F(2) = 0.8413 - 1 + 0,9772 = \boxed{0.8185}$$

La proporción es del 81.85 %

b) Nos piden averiguar el número de kilogramos "a" para los que $P(X \leq a) = 0.6$.

$$P(X \leq a) = 0.6 \Rightarrow \{\text{Tipificamos}\} \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{a-50}{10}\right) = 0.6$$

Buscamos en los datos dados en el enunciado del examen

$$\frac{a-50}{10} = 0.2533 \Rightarrow a - 50 = 2.533 \Rightarrow \boxed{a = 52.533}$$

52.533 kilogramos es el número de kilos que no superan el 60% de los manzanos.