

Sistemas de ecuaciones lineales

Ejercicios resueltos

Método de sustitución:

$$1) \quad \text{Resuelve: } \begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$$

Despejamos la x de la 1ª ecuación (podríamos haber elegido también la 2ª ecuación) y lo obtenido lo llevamos a la ecuación 2ª:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1-3y}{4} \\ 3x - 2y = -5 \end{cases} \\ &\Downarrow \\ 3\left(\frac{1-3y}{4}\right) - 2y &= -5 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 - 9y - 8y &= -20 \Rightarrow -7y = -23 \Rightarrow \\ \Rightarrow y &= \boxed{\frac{23}{7}} \end{aligned}$$

Llevamos el valor de y a la 1ª ecuación:

$$\begin{aligned} x = \frac{1-3y}{4} &\Rightarrow x = \frac{1-3\left(\frac{23}{7}\right)}{4} = \frac{17-69}{4} = \\ &= \frac{-52}{4} : 4 \Rightarrow x = \boxed{-\frac{13}{4}} \end{aligned}$$

Solución:

$$(x, y) = \left(-\frac{13}{4}, \frac{23}{7}\right)$$

$$2) \quad \text{Resuelve: } \begin{cases} -\frac{4x}{3} + 5y = -\frac{1}{2} \\ \frac{2x-3y}{4} = 6 \end{cases}$$

Quitamos los denominadores:

$$\begin{aligned} \begin{cases} -\frac{4x}{3} + \frac{30y}{3} = -\frac{3}{2} \\ \frac{2x-3y}{4} = \frac{24}{4} \end{cases} &\Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} -4x + 30y = -3 \\ 2x - 3y = 24 \end{cases} \end{aligned}$$

Ahora procedemos de la manera acostumbrada:

Despejamos la x de la 2ª ecuación:

$$\begin{cases} -4x + 30y = -3 \\ 2x - 3y = 24 \Rightarrow x = \frac{3y+24}{2} \end{cases}$$

Llevamos este resultado a la 1ª ecuación:

$$\begin{aligned} -4x + 30y &= -3 \Rightarrow \\ \Rightarrow -4\left(\frac{3y+24}{2}\right) + 30y &= -3 \Rightarrow \\ \Rightarrow -2(3y+24) + 30y &= -3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 24y &= 45 \Rightarrow y = \boxed{\frac{15}{8}} \end{aligned}$$

Llevamos el resultado a la 2ª ecuación:

$$x = \frac{3y + 24}{2} \Rightarrow x = \frac{3\left(\frac{15}{8}\right) + 24}{2} \Rightarrow \Rightarrow \boxed{x = \frac{237}{16}}$$

Solución:

$$(x, y) = \left(\frac{237}{16}, \frac{15}{8}\right)$$

Método de igualación:

3) Resuelve:
$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$$

Despejo la misma incógnita de las dos ecuaciones, por ejemplo, la x:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1-3y}{4} \\ x = \frac{-5+2y}{3} \end{cases}$$

Ahora igualo ambas expresiones:

$$\begin{aligned} \frac{1-3y}{4} &= \frac{-5+2y}{3} \Rightarrow \\ \Rightarrow 3-9y &= -20+8y \Rightarrow \\ \Rightarrow -17y &= -23 \Rightarrow y = \frac{23}{17} \end{aligned}$$

Por último, llevo este resultado a la 1ª ecuación:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1-3y}{4} \Rightarrow x = \frac{1-3\left(\frac{23}{17}\right)}{4} \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= \frac{-52}{17} : 4 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{13}{17}} \end{aligned}$$

Solución:

$$(x, y) = \left(-\frac{13}{17}, \frac{23}{17}\right)$$

4) Resuelve:
$$\begin{cases} -5x + 2y = -3 \\ \frac{3x-y}{2} = 1 \end{cases}$$

Despejo la misma incógnita en las dos ecuaciones. En este caso voy a despejar la y:

$$\begin{cases} -5x + 2y = -3 \\ \frac{3x-y}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-3+5x}{2} \\ y = 3x-2 \end{cases}$$

Ahora igualamos ambas expresiones y despejamos x:

$$\begin{aligned} \frac{-3+5x}{2} &= 3x-2 \Rightarrow \\ -3+5x &= 6x-4 \Rightarrow \boxed{x=1} \end{aligned}$$

Por último, llevamos este resultado a la 2ª ecuación:

$$y = 3x-2 \Rightarrow y = 3 \cdot 1 - 2 \Rightarrow \boxed{y=1}$$

Solución:

$$(x, y) = (1, 1)$$

Método de reducción:

5) Resuelve:
$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$$

Manipulando convenientemente las ecuaciones conseguiremos que una de las dos incógnitas se cancele y obtengamos así los valores buscados.

multiplico todo por 2

$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x + 6y = 2 \\ 9x - 6y = -15 \end{cases} \Rightarrow$$

multiplico todo por 3

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 8x + 6y = 2 \\ 9x - 6y = -15 \\ \hline 17x = -13 \end{array} \Rightarrow x = -\frac{13}{17}$$

Obtengo y sustituyendo x en la 1ª ecuación:

$$\begin{aligned} 4x + 3y = 1 &\Rightarrow 4\left(-\frac{13}{17}\right) + 3y = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4\left(-\frac{13}{17}\right) + 3y = 1 \Rightarrow y = \frac{1 + \frac{52}{17}}{3} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = \frac{23}{17} \end{aligned}$$

Solución:

$$(x, y) = \left(-\frac{13}{17}, \frac{23}{17}\right)$$

6) Resuelve: $\begin{cases} 2x + 7y = 2 \\ 5x - 2y = -1 \end{cases}$

Quiero que la x se cancele.

multiplico por -5

$$\begin{cases} 2x + 7y = 2 \\ 5x - 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10x - 35y = -10 \\ 10x - 4y = -2 \end{cases} \Rightarrow$$

multiplico por 2

$$\Rightarrow \begin{array}{r} -10x - 35y = -10 \\ 10x - 4y = -2 \\ \hline -39y = -12 \end{array} \Rightarrow y = \frac{4}{13}$$

Ahora hallo x . Para ello sustituyo el valor de la y en la 1ª ecuación:

$$\begin{aligned} 2x + 7y = 2 &\Rightarrow 2x + 7\left(\frac{4}{13}\right) = 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = \frac{2 - 7\left(\frac{4}{13}\right)}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{13} \end{aligned}$$

Solución:

Soluciones:

$$(x, y) = \left(-\frac{1}{13}, \frac{4}{13}\right)$$

Ejercicio avanzado propuesto:

7) Resuelve: $\begin{cases} 4x - 2y - z = -3 \\ -x + y + 2z = 7 \\ 2x - 5y + z = -5 \end{cases}$

Las soluciones tienen que ser $(x, y, z) = (1, 2, 3)$