Model 3. Criteris específics de correcció

Cada qüestió té una puntuació màxima de 10. Cal tenir presents les puntuacions parcials màximes que apareixen a les qüestions amb més d'un apartat. Pel que fa a aquelles qüestions que tenen apartats sense puntuar, se suposarà que cadascun té la mateixa valoració.

Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne.

Penalitzau els errors de càlcul. Els errors greus i, especialment, aquells que portin a resultats incoherents o absurds, penalitzau-los amb el 50 per cent sobre la qualificació de la qüestió.

Valorau totes les parts que siguin correctes, encara que el resultat final no ho sigui.

Hi pot haver casos en què hi hagi dubtes en aplicar els criteris que es detallen a continuació. En aquests casos, feu prevaler el vostre criteri i sentit comú.

Les puntuacions tant dels apartats com dels subapartats són independents. Si l'alumne s'ha equivocat en qualque apartat o subapartat però fa bé els altres (segons les "seves" dades), donau la puntuació adient. En aquest cas, s'ha de refer el problema, ja que s'han de posar les dades "equivocades" de l'alumne per resoldre els altres apartats o subapartats en què no s'ha equivocat. En canvi, si s'equivoca en dos apartats o subapartats, donau 0 punts.

OPCIÓ A

1. a) Càlcul del determinant de la matriu del sistema: 2 punts.
Resolució de l'equació que diu que el determinant de la matriu del sistema és zero: 2 punts.
Discussió correcta per a $m \neq \frac{1}{4}, 1$: 1 punt.
Discussió correcta per a $m = \frac{1}{4}$: 1 punt.
Discussió correcta per a $m = 1$: 1 punt.

b) Resolució correcta per a $m = 0$: 3 punts. Qualsevol altra situació: 0 punts.

2. Esbós de la funció: 5 punts. Si l'alumne no justifica com ha fet el dibuix i simplement dibuixa la funció: 0 punts.
Càlcul de l'àrea demanada: 5 punts.

i) Plantejar la integral: 0.5 punts.
ii) Dividir el numerador entre el denominador: 1 punt.
iii) Plantejar la integral com la integral del quocient més la integral del residu dividit entre el denominador: 1 punt.
iv) Càlcul de les constants A i B: 1 punt, 0.5 punts per cada constant.
v) Càlcul de la integral total, i per l'àrea demanada: 1.5 punts.

3. Càlcul dels punts de la recta que estan als plans coordenats: 6 punts, 2 punts per cada punt calculat.
Comprovar que el punt C (punt en el pla $z = 0$) està entre els altres dos: 4 punts.

4. a) Apartat a).

Interpretar correctament les dades de l'enunciat com a probabilitats: 2 punts.
Càlcul correcte de la probabilitat: 2 punts. Plantejament correcte de la probabilitat demanada: 1 punt. Càlcul correcte de la probabilitat: 1 punt.

Si el fan per taula de contingència o per diagrama en arbre correctament: 2 punts.

Model 3. Criteris específics de correcció

b) Apartat b).

Plantejament correcte de la probabilitat demanada: 1 punt.
Càlcul correcte de la probabilitat: 1 punt.

c) Apartat c).

Plantejament correcte de la probabilitat demanada: 2 punts.
Càlcul correcte de la probabilitat: 2 punts.

OPCIÓ B

1. Expressió correcta de la matriu $\mathbf{X}$: 3 punts.
Càlcul correcte de les inverses de les matrius $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$: 4 punts, 2 punts per cada matriu inversa.
Càlcul correcte de la matriu $\mathbf{X}$ com a $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}^{-1}$: 3 punts.

2. Calcular correctament la condició per la qual $f(x)$ és contínua a $x = 2$: 1 punt.
Calcular correctament la condició per la qual $f(x)$ és derivable a $x = 2$: 2 punts. Si només ho fa fent la derivada a trossos i substituint per $x = 3$, donau només 1 punt.
Imposar la condició $f(4) = f(0)$: 1 punt.
Resoldre correctament el sistema adient: 1 punt.
Imposar correctament la condició que diu el teorema de Rolle de cara a trobar el punt d: 2 punts.
Càlcul del punt d: 2 punts.

3. Càlcul correcte del punt mitjà: 1 punt.
Càlcul correcte dels punts d'intersecció del pla amb els eixos: 3 punts, 1 punt per cada punt.
Càlcul correcte de la llargada de la base del triangle: 2 punts.
Càlcul correcte de l'altura del triangle: 2 punts.
Càlcul correcte de l'àrea del triangle: 2 punts.

4. *a*) Puntuació de l'apartat a):

i) Plantejar bé la probabilitat demanada: 2 punts.
ii) Estandarditzar la variable X: 1 punt.
iii) Càlcul de la probabilitat: 2 punts.

b) Puntuació de l'apartat b):

i) Plantejar bé la condició que ha de verificar el nombre d'anys demanat: 2 punts.
ii) Estandarditzar la variable X: 1 punt.
iii) Càlcul del nombre d'anys demanat: 2 punts.

Model 3. Solucions

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. *a*) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent és compatible:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} 4x & + & my & + & z = & m+2, \\ x & + & y & + & mz = & -2(m+1), \\ 4x & + & y & + & z = & m. \end{array}\right\}$$

(7 punts)

b) Resoleu-lo en el cas en què $m = 0$. (3 punts)

Solució. *a*) La matriu del sistema és:

$$\begin{pmatrix} 4 & m & 1 \\ 1 & 1 & m \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Estudiem quan el determinant del sistema anterior s'anul·la. El determinant de la matriu anterior val:

$$4m^2 - 5m + 1.$$

El determinant serà nul per a $m = \frac{1}{4}, 1$.
Si $m \neq \frac{1}{4}, 1$, el rang de la matriu del sistema serà 3, el mateix que el rang de la matriu ampliada. Per tant, el sistema serà compatible determinat.
Si $m = \frac{1}{4}$, el sistema serà:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} 4x & + & \frac{1}{4}y & + & z = & \frac{9}{4}, \\ x & + & y & + & \frac{1}{4}z = & -\frac{5}{2}, \\ 4x & + & y & + & z = & \frac{1}{4}. \end{array}\right\}$$

El rang del sistema serà 2, ja que, per exemple, el menor $\begin{vmatrix} 4 & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{15}{4} \neq 0$, és diferent de zero. El rang de la matriu ampliada serà 3, ja que el determinant següent és diferent de zero:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{4} & 1 & \frac{9}{4} \\ 1 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{2} \\ 1 & 1 & \frac{1}{4} \end{vmatrix} = -\frac{27}{64} \neq 0$$

Per tant, es tractaria d'un sistema incompatible.

Model 3. Solucions

Si $m = 1$, el sistema serà:

$$\left.\begin{array}{rcrcrl} 4x & + & y & + & z = & 3, \\ x & + & y & + & z = & -4, \\ 4x & + & y & + & z = & 1. \end{array}\right\}$$

El rang del sistema serà 2, ja que, per exemple, el menor $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$, és diferent de zero.

El sistema anterior es clarament incompatible ja que la primera i la tercera equació se contradiuen.

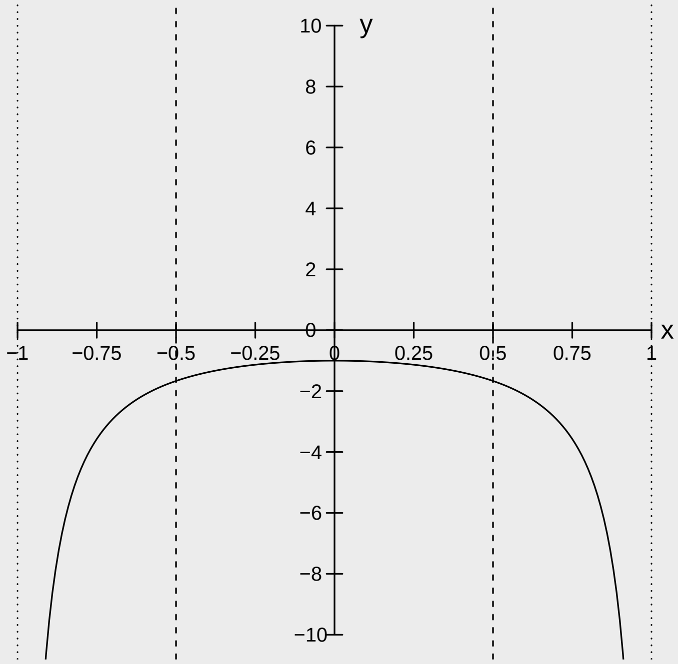
b) Hem de resoldre el sistema en el cas en què $m = 0$:

$$\left.\begin{array}{rcrcrl} 4x & + & & & z = & 2, \\ x & + & y & & = & -2, \\ 4x & + & y & + & z = & 0. \end{array}\right\}$$

Les solucions del sistema anterior són: $x = 0$, $y = -2$ i $z = 2$.

2. Considerem la funció $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$. Feu un dibuix aproximat de la funció anterior en l'interval $[-1, 1]$. (5 punts). Calculau l'àrea limitada per la gràfica de la funció anterior, l'eix de les X i les rectes verticals $x = -\frac{1}{2}$ i $x = \frac{1}{2}$. (5 punts)

Solució. *a*) L'esbós de la funció és el següent:



b) Ja que l'àrea demanada ve donada per:

$$\left| \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{x^2+1}{x^2-1}\, dx \right|,$$

ens demanen la integral següent:

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{x^2+1}{x^2-1}\, dx.$$

Es tracta d'una integral racional. Com el grau del numerador supera al grau del denominador, hem de dividir:

$$\frac{x^2+1}{x^2-1} = 1 + \frac{2}{x^2-1}.$$

Model 3. Solucions

La integral anterior serà doncs:

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{x^2+1}{x^2-1}\,dx = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\,dx + 2\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2-1}\,dx = [x]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + 2\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2-1}\,dx$$
$$=1+2\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2-1}\,dx.$$

A continuació, facem la integral $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2-1}\,dx$. Per fer-la, descomposem la funció a integrar $\frac{1}{x^2-1}$ de la forma següent:

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} = \frac{A(x+1)+B(x-1)}{x^2-1}.$$

Els valors A i B han de verificar:

$$A(x+1)+B(x-1) = 1.$$

Si donam a x el valor 1, obtenim el valor d'A: $2A = 1$, $\Rightarrow A = \frac{1}{2}$. Si donam a x el valor -1, obtenim el valor de B: $-2B = 1$, $\Rightarrow B = -\frac{1}{2}$.
La integral a calcular quedarà de la forma següent:

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2-1}\,dx = \frac{1}{2}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-1}\,dx - \frac{1}{2}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x+1}\,dx = \frac{1}{2}[\ln|x-1|]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}[\ln|x+1|]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$$
$$= \frac{1}{2}\left(\ln\frac{1}{2} - \ln\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(\ln\frac{3}{2} - \ln\frac{1}{2}\right) = \ln\frac{1}{2} - \ln\frac{3}{2} = -\ln 3.$$

L'àrea demanada serà doncs:

$$\left|\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{x^2+1}{x^2-1}\,dx\right| = |1-2\ln 3| \approx 1.1972.$$

3. Determinau els punts A, B i C de la recta $x-12 = \frac{y+6}{2} = \frac{z-6}{3}$ que estan als plans coordenats (6 punts) i determinau quin d'aquests tres punts, A, B, C, està situat entre els altres dos. (4 punts)

Solució. Trobem el punt A sobre el pla $x=0$. Per fer-ho hem de fer la intersecció de la recta donada amb el pla $x=0$, o sigui, hem de resoldre el sistema:

$$\left.\begin{aligned} x &= 0, \\ \tfrac{y+6}{2} &= -12, \\ \tfrac{z-6}{3} &= -12. \end{aligned}\right\}$$

Les solucions del sistema anterior són clarament $x=0$, $y=-30$ i $z=-30$. El punt A serà $A(0,-30,-30)$.

Trobem el punt B sobre el pla $y=0$. Per fer-ho hem de fer la intersecció de la recta donada amb el pla $y = 0$, o sigui, hem de resoldre el sistema:

$$\left.\begin{aligned} y &= 0, \\ x - 12 &= 3, \\ \tfrac{z-6}{3} &= 3. \end{aligned}\right\}$$

Les solucions del sistema anterior són clarament $x = 15$, $y = 0$ i $z = 15$. El punt B serà $B(15, 0, 15)$.

Trobem el punt C sobre el pla $z = 0$. Per fer-ho hem de fer la intersecció de la recta donada amb el pla $z = 0$, o sigui, hem de resoldre el sistema:

$$\left.\begin{aligned} z &= 0, \\ x - 12 &= -2, \\ \tfrac{y+6}{2} &= -2. \end{aligned}\right\}$$

Les solucions del sistema anterior són clarament $x = 10$, $y = -10$ i $z = 0$. El punt C serà $B(10, -10, 0)$.

A continuació, trobem el punt que està entre el altres dos. Si el punt que està entre els altres dos fos el punt A, el vector AB i el vector AC tendrien sentits contraris:

$$AB = B - A = (15, 30, 45), \quad AC = C - A = (10, 20, 30).$$

Com que les components tenen el mateix signe, els vectors anteriors no tenen sentits contraris i, per tant, el punt A no està situat entre els altres dos.

De la mateixa manera, si fos el punt B, el vector BA i el vector BC tendrien sentits contraris:

$$BA = A - B = (-15, -30, -45), \quad BC = C - B = (-5, -10, -15).$$

Aquí ens trobem en la mateixa situació que abans. Per tant, tampoc el punt B es troba entre els dos punts anteriors.

Per tant, necessàriament seria en punt C que està entre el punt A i el punt B. Comprovem-ho:

$$CA = A - C = (-10, -20, -30), \quad CB = B - C = (5, 10, 15).$$

Ara sí que els dos vectors anteriors tenen signes contraris. Per tant, com ja hem dit abans, seria el punt C que estaria entre els punts A i B.

4. Volem fer un estudi de les opinions polítiques dels estudiants de primer curs de la UIB. Per això, hem agafat una mostra representativa de 500 estudiants de primer curs i els hem demanat quin partit polític varen votar a les darreres eleccions. Dels 500 estudiants, 200 varen respondre que varen votar el PP, 100 el PSIB i la resta altres formacions polítiques. Sabent que 200 dels estudiants eren al·lots, que el 40% dels votants del PP són al·lotes i que el 50% dels votants del PSIB són al·lots, es demana:

a) La probabilitat que un estudiant hagi votat altres formacions polítiques i sigui al·lota. (4 punts)

b) La probabilitat que un estudiant al·lot hagi votat el PP. (2 punts)

Model 3. Solucions

c) La probabilitat que un estudiant que ha votat altres formacions polítiques sigui al·lota. (4 punts)

Solució. Abans de resoldre el problema, fem la següent taula de contingència a partir de les dades que ens donen:

	PP	PSIB	Altres	Total
Al·lot	120	50	30	200
Al·lota	80	50	170	300
Total	200	100	200	500

Ara calculam les probabilitats demanades:

a) $p(\text{Altres} \cap \text{Al·lota}) = \frac{170}{500} = 0.34.$
b) $p(\text{PP}|\text{Al·lot}) = \frac{120}{200} = 0.6.$
c) $p(\text{Al·lota}|\text{Altres}) = \frac{170}{200} = 0.85.$

Model 3. Solucions

OPCIÓ B

1. Considerem les matrius $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Trobau la matriu $\mathbf{X}$ que verifica: (10 punts)

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{Id} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Solució. Si aïllam la matriu $\mathbf{X}$ de l'expressió anterior ens queda:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}^{-1}.$$

Les inverses de les matrius $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ valen:

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

La matriu $\mathbf{X}$ serà, doncs:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Trobau els valors a, b i c per tal que la funció

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 5, & \text{si } x < 2, \\ cx + 1, & \text{si } x \geq 2, \end{cases}$$

verifiqui les hipòtesis del teorema de Rolle en l'interval $[0, 4]$ (6 punts). Determinau en quin(s) punt(s) se verifica el que assegura el teorema. (4 punts)

Solució. Les hipòtesis del teorema de Rolle diuen que la funció $f(x)$ ha d'ésser contínua en l'interval $[0, 4]$, derivable en l'interval $(0, 4)$ i $f(0) = f(4)$.

L'únic punt on pot fallar la continuïtat és el punt 2 ja que es tracta d'una funció polinòmica a trossos. Calculem els límits laterals de $f(x)$ en $x = 2$:

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} ax^2 + bx + 5 = 4a + 2b + 5, \quad \lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} cx + 1 = 2c + 1.$$

Per tant, perquè f sigui contínua en $x = 2$ s'ha de verificar que $4a + 2b + 5 = 2c + 1$, o si es vol, $4a + 2b - 2c = -4$.

La derivabilitat en l'interval $(0, 4)$ només pot fallar en el punt 2 per la mateixa raó d'abans. Calculem els límits laterals dels quocients incrementals:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} &= \lim_{x\to 2^-}\frac{ax^2+bx+5-(4a+2b+5)}{x-2} = \lim_{x\to 2^-}\frac{a(x^2-4)+b(x-2)}{x-2}\\ &= \lim_{x\to 2^-}\frac{(x-2)(a(x+2)+b)}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} a(x+2)+b = 4a+b,\\ \lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} &= \lim_{x\to 2^+}\frac{cx+1-(2c+1)}{x-2} = \lim_{x\to 2^+}\frac{c(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} c = c.\end{aligned}$$

Per tant, perquè f sigui derivable en $x=2$, s'ha de verificar que $4a+b=c$.

Per últim, el teorema de Rolle diu que $f(4)=f(0)$, o, si es vol, $4c+1=5$. D'aquí deduïm que $c=1$.

Per trobar a i b, hem de resoldre el següent sistema d'equacions trobat anteriorment:

$$\left.\begin{aligned}4a+2b &= -2,\\ 4a+b &= 1.\end{aligned}\right\}$$

Les solucions del sistema anterior són clarament $b=-3$ i $a=1$.

Calculem el punt de la tesi. El teorema de Rolle diu que existeix un punt $d\in(0,4)$ tal que: $f'(d)=0$.

Calculem $f'(x)$:

$$f'(x)=\begin{cases}2x-3, & \text{si } x<2,\\ 1, & \text{si } x\geq 2.\end{cases}$$

El valor d buscat necessàriament ha de pertànyer a l'interval $(0,2)$ i verificarà:

$$2d-3=0,\ \Rightarrow d=\frac{3}{2}.$$

3. El pla perpendicular al punt mig del segment d'extrems $P(0,3,8)$ i $Q(2,1,6)$ talla als eixos coordenats en els punts A, B i C. Trobau l'àrea del triangle ABC. (10 punts).

Solució. Primer de tot trobem el pla de l'enunciat. El punt mig del segment serà: $M=\frac{P+Q}{2}=(1,2,7)$. El vector normal al pla serà el vector $PQ=Q-P=(2,-2,-2)$. L'equació del pla serà:

$$\pi: 2x-2y-2z+D=0.$$

Per calcular D imposem que el pla π passa pel punt $M(1,2,7)$:

$$2-4-14+D=0,\ \Rightarrow D=16.$$

El pla serà, doncs,

$$\pi: 2x-2y-2z+16=0, \Rightarrow \pi: x-y-z+8=0.$$

A continuació, trobem els punts A, B i C.

El vèrtex que està sobre l'eix OX serà la intersecció de l'eix anterior $y=z=0$ amb el pla anterior. Aquesta intersecció dóna el punt $A(-8,0,0)$.

Model 3. Solucions

El vèrtex que està sobre l'eix OY serà la intersecció de l'eix anterior $x = z = 0$ amb el pla anterior. Aquesta intersecció dóna el punt $B(0, 8, 0)$.

El vèrtex que està sobre l'eix OZ serà la intersecció de l'eix anterior $x = y = 0$ amb el pla anterior. Aquesta intersecció dóna el punt $C(0, 0, 8)$.

Calculem a continuació la llargada de la base:

$$b = d(A, B) = \sqrt{(0+8)^2 + (8-0)^2 + (0-0)^2} = 8\sqrt{2}.$$

Per trobar l'altura, sigui $\mathbf{v} = (8, 8, 0)$ el vector director de la recta que passa per A i B. La distancia de C a la recta $\mathbf{r}$ que passa per A i B serà:

$$h = d(C, \mathbf{r}) = \frac{|CA \times \mathbf{v}|}{|\mathbf{v}|} = \frac{|(-8, 0, -8) \times (8, 8, 0)|}{|(8, 8, 0)|} = \frac{\begin{vmatrix} \mathrm{i} & \mathrm{j} & \mathrm{k} \\ -8 & 0 & -8 \\ 8 & 8 & 0 \end{vmatrix}}{8\sqrt{2}}$$
$$= \frac{|(64, -64, -64)|}{8\sqrt{2}} = \frac{64\sqrt{3}}{8\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

L'àrea del triangle ABC serà:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8\sqrt{2} \cdot \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{2} = 32\sqrt{3} \approx 55.4256.$$

4. Considerem la població d'estudiants que han aprovat la selectivitat en la convocatòria de juny un any determinat. Sigui X la variable aleatòria que modela la proporció d'estudiants de la població anterior que escull estudiar un grau d'humanitats. Aquesta variable aleatòria X es modela amb una distribució normal de mitjana 0.35 i desviació típica 0.1. Es demana:

a) quina és la probabilitat que en un any qualsevol més del 45% dels estudiants de la població considerada estudiïn un grau d'humanitats? (5 punts)

b) En els darrers 10 anys, en quants anys el percentatge d'estudiants de la població considerada que han escollit estudiar un grau d'humanitats no ha superat el 30%? (5 punts)

Solució. Sigui X la variable aleatòria que ens dona el percentatge d'estudiants que ha escollit estudiar un grau d'humanitats en un curs determinant. La distribució de X serà $X = N(\mu = 0.35, \sigma = 0.1)$. Ens demanen:

a) $p(X \geq 0.45)$. Si estandarditzam, obtenim:

$$p(X \geq 0.45) = p\left(Z \geq \frac{0.45 - 0.35}{0.1}\right) = p(Z \geq 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587,$$

on Z és una normal estàndard.

Model 3. Solucions

b) Calculem primer $p(X \leq 0.3)$:

$$p(X \leq 0.3) = p\left(Z \leq \frac{0.3 - 0.35}{0.1}\right) = p(Z \leq -0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085.$$

Per tant, el nombre d'anys respecte dels darrers 10 anys en el que el percentatge d'estudiants que ha escollit estudiar un grau d'humanitats no ha superat el 30% serà:

$$10 \cdot 0.3085 \approx 3 \text{ anys}.$$

Model 3. Solucions

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula de la distribució normal $N(0,1)$.