

Ejercicio nº 1

Representa gráficamente la parábola $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ localizando el vértice, algunos puntos próximos a él y los puntos de corte con los ejes.

Solución:

- Vértice:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow y = \frac{1}{2} - 1 - \frac{3}{2} = -1 - \frac{3}{2} = -2$$

El vértice es $V(1, -2)$.

- Puntos de corte con los ejes:

— Con el eje $Y \rightarrow x = 0 \quad y = -\frac{3}{2} \rightarrow \left(0, -\frac{3}{2}\right)$

— Con el eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

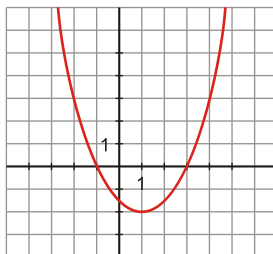
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \quad f \quad 3 \\ -1$$

Puntos de corte con el eje X :

$(3, 0)$ y $(-1, 0)$

- Puntos próximos al vértice:

x	2	-2
y	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$



Ejercicio nº 2

Representa gráficamente la parábola $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4$

Solución:

Por ser una función cuadrática, su representación es una parábola.

- Hallamos su vértice:

$$x = \frac{2}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 4 \rightarrow y = \frac{1}{4} \cdot 16 - 8 + 4 = 0 \rightarrow V(4, 0)$$

- Puntos de corte con los ejes:

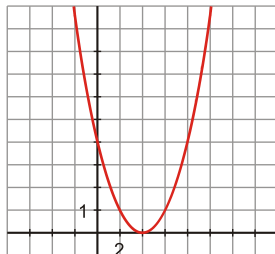
— Con el eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0 \rightarrow x^2 - 8x + 16 = 0$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow (4, 0), \text{ que coincide, lógicamente, con el vértice.}$$

— Con eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 4 \rightarrow (0, 4)$

- Puntos próximos al vértice:

x	1	2	3	6	8
y	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	1	4



Ejercicio nº 3

Representa la siguiente parábola: $y = 2x^2 - x - 3$

Solución:

- Calculamos su vértice:

$$x = \frac{1}{4} \rightarrow y = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} - 3 = -\frac{25}{8} \rightarrow V\left(\frac{1}{4}, -\frac{25}{8}\right)$$

- Puntos de corte con los ejes:

— Con eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -3 \rightarrow (0, -3)$

— Con eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0$

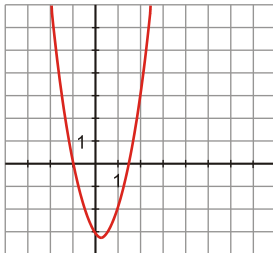
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4} \quad f \quad \frac{3}{2}$$

, -1

Los puntos de corte con el eje X son: $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ y $(-1, 0)$

- Puntos próximo al vértice:

x	1	2	$\frac{1}{2}$
y	-2	3	-3



Ejercicio nº 4

Representa gráficamente la parábola $y = -x^2 + 10x - 9$.

Solución:

- Hallamos el vértice:

$$x = \frac{-10}{-2} = 5 \rightarrow y = -25 + 50 - 9 = 16 \rightarrow V(5, 16)$$

- Puntos de corte con los ejes:

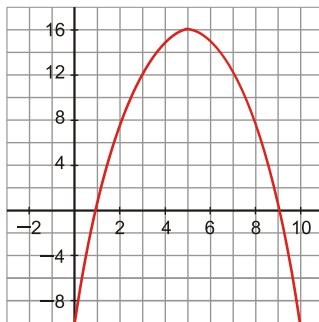
— Con eje Y $\rightarrow x = 0 \rightarrow y = -9 \rightarrow (0, -9)$

— Con eje X $\rightarrow y = 0 \rightarrow -x^2 + 10x - 9 = 0$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 36}}{-2} = \frac{-10 \pm \sqrt{64}}{-2} = \frac{-10 \pm 8}{-2} = f \quad \frac{-18}{-2} = 9 \rightarrow (9, 0)$$
$$, \quad \frac{-2}{-2} = 1 \rightarrow (1, 0)$$

- Tabla de valores para obtener puntos próximos al vértice:

x	2	3	4	6	7	8	10
y	7	12	15	15	12	7	-9



Ejercicio nº 5

Representa gráficamente la función $y = -x^2 + 2x - 1$.

Solución:

Por ser una función cuadrática, su representación es una parábola.

- Hallamos su vértice:

$$x = \frac{-2}{-2} = 1 \rightarrow y = -1 + 2 - 1 = 0 \rightarrow V(1, 0)$$

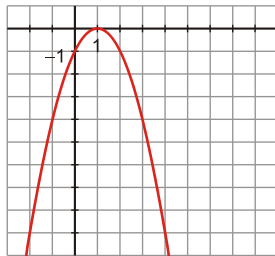
- Puntos de corte con los ejes:

— Con eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -1 \rightarrow (0, -1)$

— Con eje $X \rightarrow$ el único punto de corte será el vértice: $(1, 0)$

- Puntos próximos al vértice:

x	2	-2	-1	3
y	-1	-9	-4	-4



Ejercicio nº 6

Representa gráficamente la siguiente función:

a) $y = \frac{-3}{x}$

Solución:

a) Dominio de definición = $\mathbb{R} - \{0\}$

Calculamos algunos puntos próximos a $x = 0$:

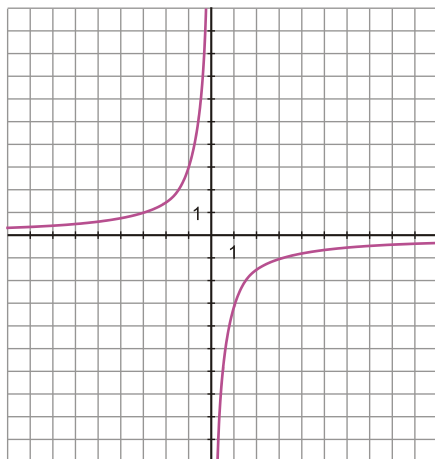
x	-1	-0,5	-0,1	0,1	0,5	1
y	3	6	30	-30	-6	-3

Otros puntos interesantes:

x	10	50	100	-10	-100
y	-0,3	-0,06	-0,03	0,3	0,03

Los valores de y son muy próximos a 0.

Las asíntotas son las rectas $x = 0$ e $y = 0$.



Ejercicio nº 7

Representa gráficamente la siguiente función:

b) $y = \frac{6}{x}$

b) Dominio de definición = $\mathbb{R} - \{0\}$

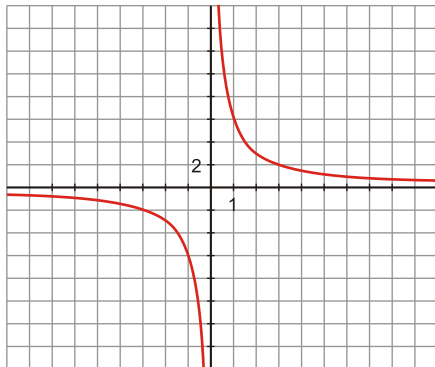
Tabla de valores en puntos próximos a $x = 0$:

x	-1	-0,5	-0,1	0,1	0,5	1
y	-6	-12	-60	60	12	6

Otros puntos interesantes:

x	-100	-60	-10	10	60	100
y	-0,06	-0,1	-0,6	0,6	0,1	0,06

Los valores de y están muy próximos a 0.
Las asíntotas son las rectas $x = 0$, $y = 0$.



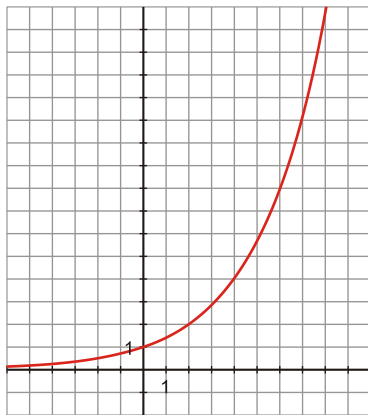
Ejercicio nº 8

Representa la función $y = 2^{0,5x}$ haciendo una tabla de valores.

Solución:

$y = 2^{0,5x}$ equivale a $y = 2^{\frac{x}{2}}$

x	-4	-2	0	2	4	6
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



Se observa en la gráfica que es una función creciente, cosa que ya sabíamos puesto que $a = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} > 1$.

Ejercicio nº 9

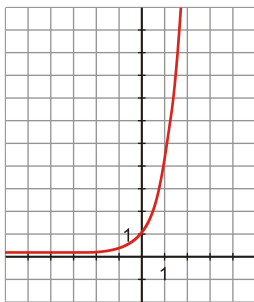
Escribe el dominio de la función $y = 4^x$ y represéntala gráficamente.

Solución:

$y = 4^x$ es una función exponencial. Su dominio son todos los números reales.

Hagamos una tabla de valores para representarla:

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	1	4	16



Ejercicio nº 10

Colocamos en el banco 25000 € al 5% de interés anual.

- a) Escribe la función que expresa el capital acumulado en función del tiempo, t , que permanezca el dinero en el banco.
- b) ¿Cuánto tardará el dinero en duplicarse?

Solución:

- a) C = capital acumulado

5% de interés anual significa que el capital que hay a principios de año se multiplica por 1,05 al final. La expresión que da el capital acumulado al cabo de t años es:

$$C = 25000 \cdot 1,05^t \quad t \geq 0$$

- b) Nos piden calcular t para que el capital se duplique:

$$25000 \cdot 1,05^t = 50000 \rightarrow 1,05^t = 2 \rightarrow t \approx 15 \text{ años}$$

Tardará en duplicarse, aproximadamente, 15 años.

Ejercicio nº 11

Se cerca una finca rectangular de área A con 42 m de alambrada, sin que sobre ni falte nada.

- a) Expresa el área de la finca en función de uno de sus lados
- b) Representa gráficamente la expresión anterior.
- c) ¿Cuál es el dominio de definición?
- d) ¿Para qué valor de los lados obtenemos la finca de área máxima?

Solución:

Las dimensiones de la finca son x , $21 - x$.

- a) A = área de la finca

La expresión analítica buscada es $A(x) = x(21 - x) \rightarrow A(x) = -x^2 + 21x$, que es una función cuadrática.

- b) Será una parábola abierta hacia abajo:

- Vértice: $x = \frac{21}{2} \quad y = -\frac{441}{4} + \frac{441}{2} = \frac{441}{4} = 110,25$

$$V(10,5; 110,25)$$

- Puntos de corte con los ejes:

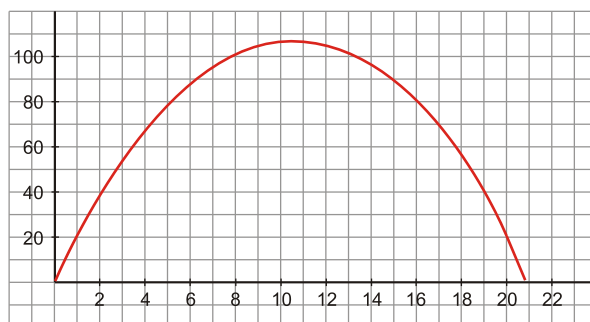
$$\begin{array}{l} \text{— Eje } X \rightarrow y = 0 \rightarrow -x^2 + 21x = 0 \rightarrow x(-x + 21) = 0 \end{array} \begin{array}{l} x = 0 \\ x = 21 \end{array}$$

$$(0, 0) \text{ y } (21, 0)$$

$$\text{— Eje } Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow (0, 0)$$

- Tabla de valores:

x	5	10	15	20
y	80	110	90	20



Ejercicio nº 12

El sueldo de Marta sube a razón del 3% anual. Si su sueldo actual es de 20 000 € anuales, ¿cuánto cobrará dentro de 10 años?

Escribe la función que da el sueldo según los años transcurridos.

Solución:

Al cabo de 10 años cobrará: $C = 20\,000 \cdot (1,03)^{10} = 26\,878,33 \text{ €}$

Al cabo de t años cobrará: $C = 20\,000 \cdot (1,03)^t$

Siendo C = sueldo anual (€)

t = tiempo (años)

Ejercicio nº 13

María se quiere comprar una parcela rectangular que tenga como área 1 200 m².

- a) Escribe la función que da el ancho de la finca en función del largo.
- b) Haz la gráfica correspondiente.

Solución:

- a) Llamamos $x \rightarrow$ largo de la finca
 $y \rightarrow$ ancho de la finca

$$\text{El área de la finca será } \rightarrow x \cdot y = 1200 \rightarrow y = \frac{1200}{x}$$

- b) Puesto que x e y son longitudes, ambas han de ser positivas, luego el dominio de definición será $(0, +\infty)$

Hacemos una tabla de valores para representarla:

x	200	400	600	800	1200
y	6	3	2	1,5	1

