Formulario

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$
$$a_n = a_p + (n-p)d$$
$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

En lo que sigue, todos los datos están referidos a progresiones aritméticas.

1.- $a_1=4$ y $d=-5$. Calcular a_6 y a_9.

2.- Calcular a_4, a_6, a_{12}, sabiendo que $a_1=3$ y $d=1/2$.

3.- Calcular a_1 y a_7, sabiendo que $a_4=10$ y $d=-5$.

4.- Calcular la diferencia y el término que ocupa el quinto lugar en una progresión aritmética en la que $a_7=12$ y $a_1=6$.

5.- Sabiendo que $a_1= 3/2$, y que $a_{10}=5$, calcula la diferencia ,a_4 y a_{12}.

6.- En una progresión aritmética se conocen $a_1=-16$ y $a_7= 2/7$. Calcular a_5 y a_{10}.

7.- Calcular a_{15}, sabiendo que $a_1=-6$ y que $a_5=4$.

8.- Calcular el valor de la diferencia, sabiendo que $a_7=2$ y que $a_3=12$.

9.- Calcula el valor de la diferencia si $a_9=14$ y $a_3=7$. Calcula también el valor de a_{12}.

10.- Calcular a_7, sabiendo que $a_3= 1/3$ y que $a_{12}=4$.

11.- Calcular a_6 si $a_2=-2/3$ y $a_9=12$.

12.- En una progresión aritmética se conoce $a_4=-12$ y $a_9=-4$. Calcular el valor de a_{11}.

13.- En una progresión tenemos que $a_4=7$ y $a_7=-11$. Calcular a_2.

14.- Si $a_4=12$ y $a_7=5$, ¿cuánto suman a_1 y a_{10}?

15.- Si sabemos que $a_7=7$ y $a_{15}=-11$ ¿cuánto suman a_8 y a_{14}? ¿Cuánto suman a_4 y a_{18}?

16.- Si $a_{17}= 4/3$ y $a_5 =1/2$ ¿Cuánto vale a_{11}? ¿Cuánto suman a_{12} y a_{10}?

17.- Sabemos que los términos cuarto y séptimo de una progresión aritmética suman 14, y que el tercer término de esa progresión es -2. Calcular el valor de a_8.

18.- Si a_{12} y a_{15} suman -14, y $a_3=10$. Calcular el valor de a_{24}.

19.- Con los datos de la progresión anterior, calcular el valor de la diferencia.

20.- Calcula la suma de los 20 primeros términos de una progresión, sabiendo que el primer término vale 12 y la diferencia es 3.

21.- Calcular la suma de los 15 primeros términos de una progresión aritmética en la que el primer término vale 4 y la diferencia es -1/3.

22.- Calcular la suma de los 32 primeros términos de una progresión aritmética en la que el primer término vale -4 y la diferencia -2.

23.- La suma de los 14 primeros términos de una progresión vale 400. Si el primer término vale -3, calcular el término 14.

24.- Si en una progresión la suma de los 32 primeros términos de la progresión vale 320, y a_{32}= 21, calcular el primer término.

25.- De una progresión aritmética se sabe que a_5 y a_{23} suman 230. Calcular la suma de los 28 primeros términos de dicha progresión.

26.- La suma de los 24 primeros términos de una progresión aritmética vale 980. ¿Cuánto vale la suma de a_{10} y a_{15}?

27.- La suma de los 39 primeros términos de una progresión aritmética vale 234. ¿Cuánto vale a_{20}?

28.- Interpolar 4 medios aritméticos entre 10 y 12.

29.- Interpolar 5 medios aritméticos entre 200 y 240.

30.- Interpolar 3 medios aritméticos entre 450 y 500.

31.- Suponiendo que calculásemos 14 medios aritméticos entre 12 y 40, ¿cuánto vale la suma de todos los medios calculados?

32.- Si calculamos 20 medios aritméticos entre -20 y 12, ¿cuánto vale la suma de todos los medios calculados?

33.- Si a_1=12 y la diferencia vale 2, ¿qué lugar ocupa el número 28?

34.- Si a_1=-21 y la diferencia vale 3, ¿qué lugar ocupa el número 45?

RESOLUCION

1.-

Como $a_1=4$, y la diferencia es -5, aplicando fórmulas, se tiene que

$$a_6=a_1+5d=4+5(-5)=-21$$

$$a_9=a_1+8d=4+8(-5)=-36$$

2.- Aplicando la fórmula del término general, se tiene:

$$a_4=a_1+3d=3+3.\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$$

$$a_6=a_4+2d=\frac{9}{2}+2.\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$$

$$a_{12}=a_6+6d=\frac{11}{2}+6.\frac{1}{2}=\frac{17}{2}$$

3.-

$$a_4=a_1+3d \Rightarrow 10=a_1+3.(-5) \Rightarrow 10=a_1-15 \Rightarrow a_1=25$$

$$a_7=a_4+3d=10+3.(-5)=-5$$

4.- Teniendo en cuenta que $a_7=12$, y que $a_1=6$, calculamos la diferencia primero:

$$a_7=a_1+6d \Rightarrow 12=6+6d \Rightarrow 6=6d \Rightarrow d=1$$

A continuación calculamos el término pedido:

$$a_5=a_1+4d=6+4.1=10$$

5.- Calculamos la diferencia, que por ejemplo se puede calcular como

$$d=\frac{a_{10}-a_1}{10-1}=\frac{5-\frac{3}{2}}{9}=\frac{\frac{7}{2}}{9}=\frac{7}{18}$$

Calculamos a_4 y a_{12}:

$$a_4=a_1+3d=\frac{3}{2}+3.\frac{7}{18}=\frac{13}{2}$$

$$a_{12}=a_{10}+2d=5+2.\frac{7}{18}=\frac{52}{9}$$

6.- Calculamos primero la diferencia, por ejemplo despejando en la fórmula del término general:

$$a_7=a_1+6d \Rightarrow \frac{2}{7}=-16+6d \Rightarrow d=\frac{\frac{2}{7}+16}{6}=\frac{19}{7}$$

Para calcular a_{15}, por ejemplo, a partir de a_1,

$$a_{15}=a_1+14\,.\,d=-16+14\,.\,\frac{19}{7}=22$$

7.- Calculamos la diferencia en primer lugar:

$$d=\frac{a_5-a_1}{5-1}=\frac{4-(-6)}{4}=\frac{5}{2}$$

A continuación calculamos a_{15}

$$a_{15}=a_5+10d=4+10\,.\,\frac{5}{2}=29$$

8.- Podemos calcular la diferencia como sigue:

$$d=\frac{a_9-a_7}{9-7}=\frac{12-2}{2}=5$$

Esta formula resulta de despejar en la fórmula del término general.

9.- La diferencia la calculamos como sigue:

$$d=\frac{a_9-a_3}{9-3}=\frac{14-7}{6}=\frac{7}{6}$$

Ahora calculamos a_{12}:

$$a_{12}=a_9+3d=14+3\,.\,\frac{7}{6}=14+\frac{7}{2}=\frac{35}{2}$$

10.- Primero averguaremos el valor de la diferencia, para luego calcular el valor de a_7:

$$d=\frac{4-\frac{1}{3}}{12-3}=\frac{\frac{11}{3}}{9}=\frac{11}{27}$$

$$a_7=a_3+4d=\frac{1}{3}+4\,.\,\frac{11}{27}=\frac{53}{27}$$

11.- Debemos calcular el valor de la diferencia:

$$d=\frac{a_9-a_2}{9-2}=\frac{12+\frac{2}{3}}{7}=\frac{38}{21}$$

Una vez conocido el valor de la diferencia, calculamos el término pedido:

$$a_6=a_9-3d=12-3\,.\,\frac{38}{21}=\frac{46}{7}$$

12.- Calculamos el valor de la diferencia:

$$d=\frac{a_9-a_4}{9-4}=\frac{-4+12}{5}=\frac{8}{5}$$

El término pedido lo calculamos como sigue:

$$a_{11}=a_9+2d=-4+2\,.\,\frac{8}{5}=-\frac{4}{5}$$

13.- La diferencia vale

$$d=\frac{a_7-a_4}{7-4}=\frac{-11-7}{3}=-6$$

Por tanto el término pedido es

$$a_2=a_4-2d=7-2\,.\,(-6)=19$$

14.- Como la suma de los subíndices es 11 (7+4=10+1=11), las parejas de elementos suman lo mismo, es decir 17.

15.- Como la suma de los subíndices es 22 en las tres parejas de elementos, todas las parejas suman la misma cantidad, esto es, -4.

16.- Si nos fijamos en los subíndices de los elementos de la progresión, podemos plantear la igualdad siguiente:

$$a_{11}+a_{11}=a_{17}+a_5$$

$$2a_{11}=\frac{4}{3}+\frac{1}{2}\Rightarrow a_{11}=\frac{\frac{4}{3}+\frac{1}{2}}{2}=\frac{11}{3}$$

Ahora, como 10+12=22 y 11+11=22, tenemos que $a_{12}+a_{10}=a_{11}+a_{11}=\frac{22}{3}$

17.- Si nos fijamos en los subíndices de los términos que aparecen en el enunciado, podemos plantear:

$$a_4+a_7=a_3+a_8$$
$$14=-2+a_8\Rightarrow a_8=16$$

18.- Planteamos la igualdad siguiente, teniendo en cuenta los subíndices de los términos que aparecen implicados en el enunciado:

$$a_{12}+a_{15}=a_3+a_{24}$$

$$-14=10+a_{24} \Rightarrow a_{24}=-24$$

19.- Como conocemos a_3 y a_{24}, la diferencia la calculamos así:

$$d=\frac{a_{24}-a_3}{24-3}=\frac{\overset{=-24}{-14}-10}{21}=\cancel{-\frac{8}{7}} \quad -\frac{34}{21}$$

20.- Aplicamos la fórmula de la suma. Para ello calculamos primero el termino a_{20}:

$$a_{20}=a_1+19d=12+19.3=69$$

Aplicando la fórmula de la suma de los primeros términos de una progresión aritmética:

$$S_{20}=\frac{20(a_1+a_{20})}{2}=\frac{20(12+69)}{2}=810$$

21.- Primero calculamos a_{15}

$$a_{15}=a_1+14d=4+14\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{2}{3}$$

A continuación aplicamos la fórmula de la suma:

$$S_{15}=\frac{15(a_1+a_{15})}{2}=\frac{15\left(4+\left(-\frac{2}{3}\right)\right)}{2}=25$$

22.- Calculamos a_{32}, aplicando la fórmula correspondiente:

$$a_{32}=a_1+31.d=-4+31.(-2)=-66$$

Aplicando la fórmula de la suma de los términos de una progresión aritmética, se tiene:

$$S_{32}=\frac{32(a_1+a_{32})}{2}=\frac{32(-4-66)}{2}=-1120$$

23.- Escribiendo la fórmula de la suma de los 14 primeros términos,

$$S_{14}=\frac{14(a_1+a_{14})}{2}$$

Sustituimos los datos del problema, y despejamos:

$$400=\frac{14(-3+a_{14})}{2} \Rightarrow 800=14(-3+a_{14}) \Rightarrow \frac{800}{14}=-3+a_{14} \Rightarrow a_{14}=\frac{421}{7}$$

24.- Escribimos la fórmula de la suma de los 32 primeros términos de una progresión aritmética, sustituimos y despejamos:

$$S_{32}=\frac{32(a_1+a_{32})}{2}$$

$$320=\frac{32(a_1+21)}{2} \Rightarrow 640=32(a_1+21) \Rightarrow a_1=-1$$

25.- Tal y como está redactado es imposible resolverlo.

26.- Como el enunciado nos proporciona el valor de la suma de los 24 primeros términos de la progresión, vamos a escribir la fórmula y sustituir, para sacar alguna información más acerca de la progresión:

$$S_{24}=\frac{24(a_1+a_{24})}{2}$$

$$980=\frac{24(a_1+a_{24})}{2} \Rightarrow 1960=24(a_1+a_{24}) \Rightarrow a_1+a_{24}=\frac{245}{3}$$

Ahora bien, pide el problema la suma de los términos 10 y 15 de la progresión. Como 10+15=25 y 1+24=25, tenemos que

$$a_{10}+a_{15}=a_1+a_{24}=\frac{245}{3}$$

27.- Escribimos la fórmula de la suma de los 39 primeros términos de la progresión, y sustituimos para despejar:

$$S_{39}=\frac{39(a_1+a_{39})}{2}$$

$$234=\frac{39(a_1+a_{39})}{2} \Rightarrow 468=39(a_1+a_{39}) \Rightarrow a_1+a_{39}=13$$

Aplicamos la propiedad de los sibíndices, por lo que:

$$a_{20}+a_{20}=a_1+a_{39}=13$$

$$2a_{20}=13 \Rightarrow a_{20}=\frac{13}{2}$$

28.-

$$a_1=10 \qquad a_6=12$$

Ahora calculamos la diferencia:

$$d=\frac{a_6-a_1}{6-1}=\frac{12-10}{5}=\frac{2}{5}$$

Los medios aritméticos son $a_2,\ a_3,\ a_4\ y\ a_5$, que calculados:

$$a_2=a_1+d=10+\frac{2}{5}=\frac{52}{5}$$

$$a_3=a_2+d=\frac{52}{5}+\frac{2}{5}=\frac{54}{5}$$

$$a_4=a_3+d=\frac{54}{5}+\frac{2}{5}=\frac{56}{5}$$

$$a_5=a_4+d=\frac{56}{5}+\frac{2}{5}=\frac{58}{5}$$

29.- Calculemos $a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5\ y\ a_6$. Para ello calculemos la diferencia:

$$d=\frac{a_7-a_1}{7-1}=\frac{240-200}{6}=\frac{20}{3}$$

Los medios que resultan son:

$$a_2=200+\frac{20}{3}=\frac{620}{3}$$

$$a_3=\frac{620}{3}+\frac{20}{3}=\frac{640}{3}$$

$$a_4=\frac{640}{3}+\frac{20}{3}=220$$

$$a_5=\frac{680}{3}$$

$$a_6=\frac{700}{3}$$

30.- Primero calculamos la diferencia:

$$d=\frac{500-450}{4}=\frac{25}{2}$$

Los medios resultantes son:

$$a_2=\frac{925}{2}$$

$$a_3=475$$

$$a_4=\frac{975}{3}$$

31.- La suma pedida es la suma de los 14 primeros menos la suma del primero y el último, en símbolos:

$$S_{14}-(a_1+a_{14})$$

Sustituyendo,

$$\frac{14(a_1+a_{14})}{2}-(a_1+a_{14})=\frac{14(12+40)}{2}-(12+40)=312$$

32.- De forma análoga al 31. La suma vale -136.

33.- Hay que calcular el subíndice (n). Sustituyendo:

$$a_n=a_1+(n-1).d$$

$$28=12+(n-1).2 \Rightarrow 16=2(n-1) \Rightarrow n=9$$

por tanto, el lugar que ocupa el número 28 es el noveno.

34.- Hay que calcular el subíndice. Para ello sustituimos en la fórmula del término general:

$$a_n=a_1+(n-1).d$$

$$45=a_1+(n-1).d$$

$$45=-21+(n-1).3 \Rightarrow 66=3n-3 \Rightarrow 69=3n \Rightarrow n=23$$

De esta forma deducimos que el lugar que ocupaba el número 45 es el vigésimo tercero (23).