1. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 2}\frac{3+2x}{x-3}$; b) $\lim_{x\to 5}\sqrt{x^2-5x+4}$; c) $\lim_{x\to 0}(3-\operatorname{sen}2x)$; d) $\lim_{x\to -1}e^{3x+3}$; e) $\lim_{x\to -1}\frac{x^3-2x^2+2x+5}{x^2-6x-7}$;

f) $\lim_{x\to 4}\frac{x^3-5x+1}{x^3+2x^2-3x}$; g) $\lim_{x\to -3}\frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{\sqrt[3]{x^3+3x^2}}$; h) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[4]{x^3-x}}{\sqrt{x^2+x-2}}$; i) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2-5x+2}{x^2+2x}-\frac{x^3+2x+1}{x^3+x}\right)$;

j) $\lim_{x\to 7}\left(\frac{x^2-7x+4}{x-3}\right)^{\frac{x+1}{x-7}}$; k) $\lim_{x\to -1}\frac{x^3+2x^2+x}{x^3+x^2-x-1}$; l) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{-x}+x-1}{x^2}$; m) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x(1+\cos x)}{x\cos x}$;

n) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\operatorname{sen}x}$; ñ) $\lim_{x\to 0}(\cos x+\operatorname{sen}x)^{\frac{1}{x}}$; o) $\lim_{x\to +\infty}\left(1-2^{\frac{1}{x}}\right)x$; p) $\lim_{x\to 2}(3-x)^{\frac{2}{x^2-4}}$;

q) $\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x^2-9}-4}{x-5}$; r) $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{4x-2}{3x}\right)^{2x-1}$; s) $\lim_{x\to +\infty}(\ln x)^{1-3x}$; t) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{2x-3}-1}$; u) $\lim_{x\to 4}\left(\frac{x+2}{6}\right)^{\frac{1}{x-4}}$;

v) $\lim_{x\to -\infty}\frac{x^2-1}{|x-1|}$; w) $\lim_{x\to +\infty}\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$; x) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)}$; y) $\lim_{x\to 0}(\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$; z) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{e}{e^x-e}-\frac{1}{x-1}\right)$

2. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{2x^2-x-1}{7-x}\right)^{\frac{1}{x-2}}$; b) $\lim_{x\to -1}\frac{x^3+1}{x^2-3x-4}$; c) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(e^x+x^3)}{x}$; d) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}x}{1-\cos x}$; e) $\lim_{x\to 0}\frac{a^x-b^x}{x}$;

f) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg}x-x}{x-\operatorname{sen}x}$; g) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{\operatorname{sen}x}}{1-\cos x}$; h) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos 3x)}{x^2}$; i) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{\sqrt[4]{x^3}}$; j) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2 2x}{3x^2}$;

k) $\lim_{x\to 0}\frac{x-\operatorname{sen}x}{x\operatorname{sen}x}$; l) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{e^x-1}$; m) $\lim_{x\to \pi/2}\frac{\operatorname{tg}x-8}{\sec x+10}$; n) $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{2x^3+x^2-3}{5x^3-2x^2}\right)^{1-x}$; ñ) $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{2x-5}{2x+3}\right)^{\frac{x+1}{2}}$;

o) $\lim_{x\to 0}\frac{x\operatorname{sen}x}{1-\cos x}$; p) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{13-x^2}-3}{x-2}$; q) $\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{(x-1)^2}$; r) $\lim_{x\to -\infty}x^2e^{-x}$; s) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\operatorname{sen}x}\right)$;

t) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-x\cos x-1}{\operatorname{sen}x-x+1-\cos x}$; u) $\lim_{x\to (\pi/2)^-}\cos x\ln(\operatorname{tg}x)$; v) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg}x}$; w) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2+1}{2x+1}\right)^{\frac{1-x}{x}}$;

x) $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{\operatorname{sen}x}\right)^{\frac{1}{x}}$; y) $\lim_{x\to +\infty}x\ln\left(\frac{1+x}{x}\right)$; z) $\lim_{x\to 0}(1-\operatorname{sen}2x)^{\operatorname{cotg}3x}$

3. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 0}\frac{\cos 2x-1}{\ln(\cos x^2+x)}$; b) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}x-x}{x-\operatorname{sen}x}$; c) $\lim_{x\to 0}\frac{x-\operatorname{tg}x}{x^3}$; d) $\lim_{x\to 0^+}x\left(e^{1/x}-1\right)$; e) $\lim_{x\to 0}(1+x^2)^{\frac{1}{1-\cos x}}$

4. Calcular el dominio de la función $f(x)=x^{\frac{1}{\ln x-1}}$. Estudiar el comportamiento de f en 0, e y $+\infty$; o dicho de otro modo, calcular los siguientes límites: $\lim_{x\to 0^+}f(x)$, $\lim_{x\to e}f(x)$ y $\lim_{x\to +\infty}f(x)$.

Soluciones

1. a) -7 ; b) 2 ; c) 3 ; d) 1 ; e) $-\frac{9}{8}$; f) $\frac{15}{28}$; g) 0 ; h) No existe si $x \to 1^-$. $+\infty$ si $x \to 1^+$; i) -5 ; j) e^{12} ; k) $\frac{1}{2}$; l) $\frac{1}{2}$; m) 2 ; n) 2 ; ñ) e ; o) $-\ln 2$; p) $e^{-1/2}$; q) $\frac{5}{4}$; r) $+\infty$; s) 0 ; t) $\frac{1}{4}$; u) $e^{1/6}$; v) $+\infty$; w) 1 ; x) $\frac{9}{4}$; y) e^{-6} ; z) $-\frac{1}{2}$

2. a) $e^{8/5}$; b) $-\frac{3}{5}$; c) 1 ; d) $-\infty$ si $x \to 0^-$, $+\infty$ si $x \to 0^+$; e) $\ln a - \ln b$; f) -2 ; g) 0 ; h) $-\frac{9}{2}$; i) 0 ; j) $\frac{4}{3}$; k) 0 ; l) 0 ; m) 1 ; n) $+\infty$; ñ) e^{-2} ; o) 2 ; p) $-\frac{2}{3}$; q) $-\infty$ si $x \to 1^-$, $+\infty$ si $x \to 1^+$; r) $+\infty$; s) 0 ; t) 1 ; u) 0 ; v) 1 ; w) e^{-2} ; x) $+\infty$; y) 1 ; z) $e^{-2/3}$

3. a) 0 ; b) 2 ; c) $-\frac{1}{3}$; d) $+\infty$; e) e^2

4. $\mathrm{Dom}\, f = \mathbb{R}^+ - \{e\}$. $\lim_{x\to 0^+} f(x) = e$, $\lim_{x\to e} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x \to e^- \\ +\infty & \text{si} \quad x \to e^+ \end{cases}$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = e$.