

Funciones definidas a trozos

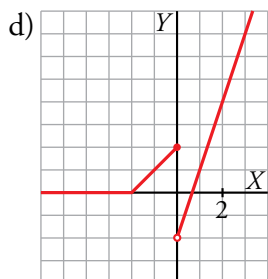
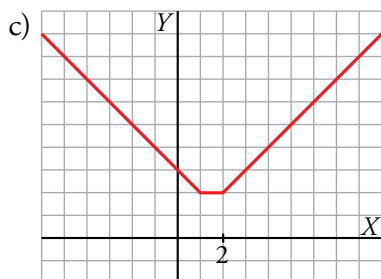
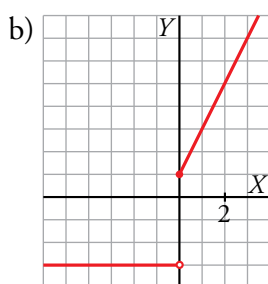
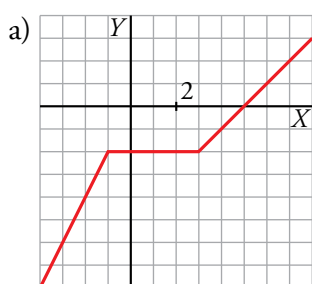
Representa estas funciones definidas a trozos:

$$a) y = \begin{cases} 2x & \text{si } x \leq -1 \\ -2 & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$b) y = \begin{cases} -3 & \text{si } x < 0 \\ 2x + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$c) y = \begin{cases} -x + 3 & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$d) y = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -2 \\ x + 2 & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ 3x - 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$



Escribe la ecuación de la función a trozos que corresponde a esta gráfica:

- El primer tramo pasa por $(-6, 0)$ y $(-4, 4)$:

$$m = \frac{4}{-4 + 6} = 2; y = 2(x + 6) = 2x + 12$$

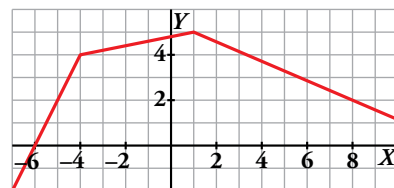
- El segundo tramo pasa por $(-4, 4)$ y $(1, 5)$:

$$m = \frac{5 - 4}{1 + 4} = \frac{1}{5}; y - 4 = \frac{1}{5}(x + 4) \rightarrow y = \frac{1}{5}x + \frac{24}{5}$$

- El tercer tramo pasa por $(1, 5)$ y $(8, 2)$:

$$m = \frac{2 - 5}{8 - 1} = -\frac{3}{7}; y - 5 = -\frac{3}{7}(x - 1) \rightarrow y = -\frac{3}{7}x + \frac{38}{7}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 12 & \text{si } x < -4 \\ \frac{1}{5}x + \frac{24}{5} & \text{si } -4 \leq x \leq 1 \\ -\frac{3}{7}x + \frac{38}{7} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$



Representa las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \begin{cases} -1-x & \text{si } x < -1 \\ 1-x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x-1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

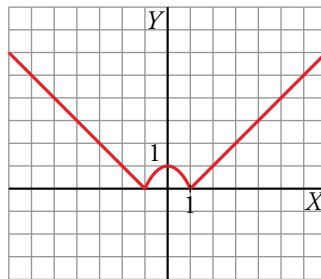
$$c) y = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 4x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$a) f(x) = \begin{cases} -1-x & \text{si } x < -1 \\ 1-x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x-1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- La recta $y = -1 - x$ está definida para $x < -1$:

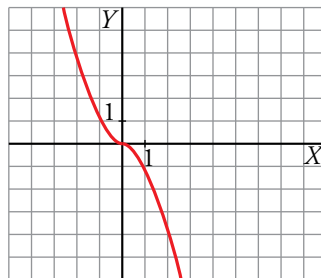
x	-2	-1,5
y	1	0,5

- La parábola $y = 1 - x^2$ definida si $-1 \leq x \leq 1$, corta al eje X en $(-1, 0)$ y $(1, 0)$, y al eje Y en $(0, 1)$, vértice a su vez de la parábola.
- La recta $y = x - 1$ está definida para $x > 1$ y pasa por $(2, 1)$ y $(3, 2)$.



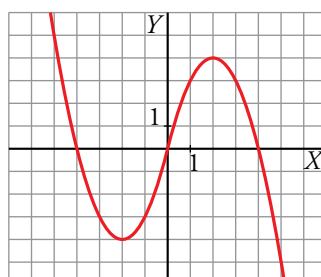
$$b) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- La parábola $y = x^2$, definida para $x < 0$, pasa por $(-1, 1)$ y $(-2, 4)$.
- La parábola $y = -x^2$, definida para $x \geq 0$, tiene su vértice en $(0, 0)$ y pasa por $(1, -1)$ y $(2, -4)$.



$$c) f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 4x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- La parábola $x^2 + 4x$, definida para $x < 0$, pasa por $(-4, 0)$, $(0, 0)$ y tiene vértice en $(-2, -4)$.
- La parábola $-x^2 + 4x$, definida para $x \geq 0$, pasa por $(0, 0)$, $(4, 0)$ y tiene vértice en $(2, 4)$.



16.  Sabemos que las ecuaciones de las parábolas que aparecen representadas en las gráficas son:

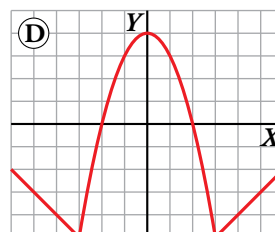
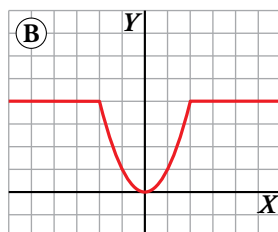
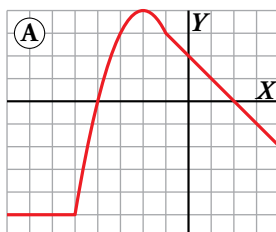
a) $y = -x^2 - 4x$

b) $y = x^2 - 6x + 5$

c) $y = x^2$

d) $y = 4 - x^2$

Escribe la expresión analítica de la función representada en cada gráfica.



GRÁFICA A:

Primer tramo: $y = -5$ si $x \leq -5$

Segundo tramo: $y = -x^2 - 4x$ si $-5 < x \leq -1$

Tercer tramo: Función lineal que pasa por $(-1, 3)$ y $(2, 0)$.

$$m = \frac{0 - 3}{2 - (-1)} = \frac{-3}{3} = -1 \rightarrow y = -x + n$$

$$\text{Pasa por } (2, 0) \rightarrow 0 = -2 + n \rightarrow n = 2$$

$$\text{Luego: } y = -x + 2 \text{ si } x > -1$$

Por tanto, la expresión analítica de la gráfica A es: $y = \begin{cases} -5 & \text{si } x \leq -5 \\ -x^2 - 4x & \text{si } -5 < x \leq -1 \\ -x + 2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$

GRÁFICA B:

Primer tramo: $y = 4$ si $x \leq -2$

Segundo tramo: $y = x^2$ si $-2 < x < 2$

Tercer tramo: $y = 4$ si $x \geq 2$

Por tanto, la expresión analítica de la gráfica B es: $y = \begin{cases} 4 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 & \text{si } -2 < x < 2 \\ 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

GRÁFICA C:

Primer tramo: $y = 5$ si $x \leq 0$

Segundo tramo: $y = x^2 - 6x + 5$ si $0 < x < 5$

Tercer tramo: Función lineal que pasa por $(5, 0)$ y $(6, -1)$.

$$m = \frac{-1 - 0}{6 - 5} = \frac{-1}{1} = -1 \rightarrow y = -x + n$$

$$\text{Pasa por } (5, 0) \rightarrow 0 = -5 + n \rightarrow n = 5$$

$$\text{Luego: } y = -x + 5 \text{ si } x \geq 5$$

Por tanto, la expresión analítica de la gráfica C es: $y = \begin{cases} 5 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 6x + 5 & \text{si } 0 < x < 5 \\ -x + 5 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$

GRÁFICA D:

Primer tramo: Función lineal que pasa por $(-3, -5)$ y $(-4, -4)$.

$$m = \frac{-4 - (-5)}{-4 - (-3)} = \frac{1}{-1} = -1 \rightarrow y = -x + n$$

$$\text{Pasa por } (-3, -5) \rightarrow -5 = 3 + n \rightarrow n = -8$$

$$\text{Luego: } y = -x - 8 \text{ si } x \leq -3$$

Segundo tramo: $y = 4 - x^2$ si $-3 < x < 3$

Tercer tramo: Función lineal que pasa por $(3, -5)$ y $(4, -4)$.

$$m = \frac{-4 - (-5)}{4 - 3} = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow y = x + n$$

$$\text{Pasa por } (3, -5) \rightarrow -5 = 3 + n \rightarrow n = -8$$

$$\text{Luego: } y = x - 8 \text{ si } x \geq 3$$

Por tanto, la expresión analítica de la gráfica D es:
$$y = \begin{cases} -x - 8 & \text{si } x \leq -3 \\ 4 - x^2 & \text{si } -3 < x < 3 \\ x - 8 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$