

1. Juan pierde los $\frac{3}{8}$ de las canicas que tenía, con lo cual le quedan 10. ¿Cuántas canicas tenía al principio?
(Sol: 16 canicas)

Pierde $\frac{3}{8}$, le quedan $\frac{5}{8}$ de x

$$\frac{5}{8} \text{ de } x = 10$$

$$x = \frac{8 \cdot 10}{5} = 16$$

Tenía 16 canicas

2. De un depósito se gasta primero la mitad del agua, y luego la cuarta parte de lo que quedaba. Al final, quedan 12 litros. Hallar la capacidad del depósito. (Sol: 32 l)

x
$\frac{x}{2}$
$x/8$
12

Quedan

$$1^\circ = \frac{x}{2} \rightarrow \text{le queda } \frac{x}{2}$$

$$2^\circ = \frac{1}{4} \text{ de } \frac{x}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{8}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{8} = \frac{4x+x}{8} = \frac{5x}{8} \text{ (se gasta)}$$

$$\frac{3x}{8} = 12 \quad x = \frac{8 \cdot 12}{3} = \underline{\underline{32 \text{ litros}}}$$

3. Comenzamos un viaje con el depósito del coche lleno hasta la mitad. Supongamos que al llegar hemos gastado $\frac{1}{3}$ del combustible que llevábamos. Si al final quedaron 20 l, ¿cuál es la capacidad del depósito?
(Sol: 60 l)

x
$x/6$
20 l

$$\text{Gastamos } \frac{1}{3} \text{ de } \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{6}$$

$$\text{Quedan } \frac{2}{3} \text{ de } \frac{x}{2} = \frac{2}{6} x$$

$$\frac{2}{6} x = 20 \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 6}{2} = \underline{\underline{60 \text{ l}}}$$

4. Dos tinajas tienen la misma cantidad de vino. Si se pasan 37 litros de una a otra, ésta contiene ahora el triple que la primera ¿Cuántos litros de vino había en cada tinaja al principio? (Sol: 74 l)

x	x
$x-37$	$x+37$

$$x+37 = 3(x-37)$$

$$x+37 = 3x - 111$$

$$148 = 2x$$

$$x = \frac{148}{2} = \underline{\underline{74 \text{ litros}}}$$

5. Juan gasta los $\frac{3}{5}$ del dinero que tenía y le sobran 30 euros. ¿Cuánto dinero gastó? (Sol: 45 €)

Gasta $\frac{3}{5}$, le quedan $\frac{2}{5}$

$$\frac{2}{5}x = 30 \quad x = \frac{150}{2} = 75€$$

Cmo tenía 75€ y le quedan 30€, ha gastado

$$75 - 30 = \underline{\underline{45€}}$$

6. Tres hermanos se reparten un premio de 350 €. Si el mayor recibe la mitad de lo que recibe el mediano; y el mediano la mitad de lo que recibe el pequeño, ¿cuánto dinero tendrá cada hermano al final?

(Sol: 50 € el mayor, 100 € el mediano y 200 € el pequeño)

Mayor $\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{4}$

Mediano $\frac{x}{2}$

Pequeño x

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 350$$

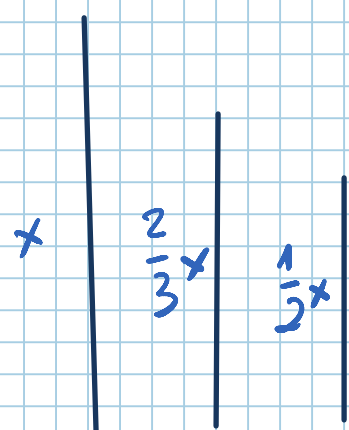
$$\frac{4x + 2x + x}{4} = \frac{1400}{4}$$

$$7x = 1400 \rightarrow$$

$$x = \frac{1400}{7} = 200€$$

Pequeño 200€ Mediano 100€ Mayor 50€

7. Lanzamos una pelota al aire y cuando cae rebota hasta los $\frac{2}{3}$ de la altura que ha caído; vuelve a rebotar y llega hasta los $\frac{3}{4}$ de la anterior altura. Si la primera vez llegó a 10 metros de altura, ¿qué altura alcanza la pelota en el segundo bote? ¿Desde qué altura se lanzó al principio? (Sol: 7,5 m; 15m)



$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}x = 10 \quad x = \frac{30}{2} = 15m \text{ (altura inicial)}$$

$$2^\circ \text{ bote} \rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{15}{2} = \underline{\underline{7'5m}}$$

8. Encontrar dos números consecutivos cuya suma sea 77 (Sol: 38 y 39)

x y $x+1$

$$x + x + 1 = 77$$

$$2x = 76 \quad x = \frac{76}{2} = 38$$

son el 38 y el 39

9. Los alumnos de un curso van a visitar un museo durante el fin de semana, repartiéndose de la siguiente forma: el sábado acuden la cuarta parte, y el domingo van los $\frac{2}{3}$ de los que quedaban. ¿Qué fracción de alumnos se queda sin ver el museo? (Sol: $\frac{1}{4}$)

Sábado $\boxed{\frac{1}{4}}$ $\rightarrow$ quedan $\frac{3}{4}$

Domingo $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \boxed{\frac{1}{2}}$

Aquedan sin ver el museo $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{13+2}{44} = \frac{3}{4}$

Aquedan sin ver el museo $\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

10. Hallar dos números sabiendo que su suma es 36 y que al dividir el mayor entre el menor el cociente es 2 y el resto 3. (Soluc: 11 y 25)

x

$36 - x$

Dividendo = divisor $\times$ Cociente + Resto

$36 - x = x \cdot 2 + 3$

$36 - 3 = 2x + x$

$33 = 3x \rightarrow x = 11 \rightarrow 36 - 11 = 25$

Son el 11 y el 25

11. Carlos es 6 años mayor que Javier y éste tiene la mitad de años que Pablo. Hallar la edad de cada uno, sabiendo que suman 70 años. (Soluc: 16, 22 y 32 años)

Carlos $\frac{x}{2} + 6$

Javier $\frac{x}{2}$

Pablo x

$\frac{x}{2} + 6 + \frac{x}{2} + x = 70$

$\frac{x + 12 + x + 2x}{2} = \frac{140}{2} \Rightarrow 4x = 128$

$x = \frac{128}{4} = 32$

Pablo 32 Javier 16 y Carlos 22

12. Juan ha leído ya la quinta parte de un libro. Cuando lea 90 páginas más, todavía le quedará la mitad del libro. ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuántas páginas lleva leídas? (Sol: 300 págs.; 60 págs.)

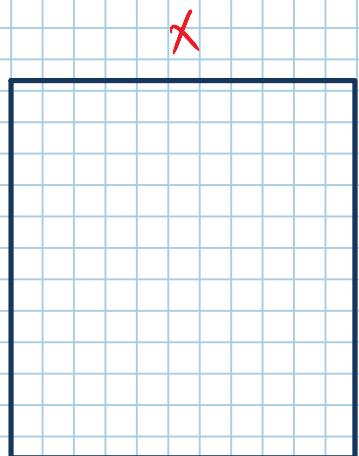
x		
$\frac{1}{5}$	90	$\frac{1}{2}$

$\frac{x}{5} + 90 + \frac{x}{2} = x \Rightarrow \frac{2x + 900 + 5x}{10} = \frac{10x}{10}$

$7x + 900 = 10x \Rightarrow 900 = 3x \Rightarrow x = \frac{900}{3} = \underline{\underline{300 \text{ págs.}}}$

Lleva leídas $\frac{1}{5}$ de 300 = $\frac{300}{5} = 60 \text{ págs.}$

13. Paloma vendió los dos quintos de una colección de cómics que tenía y luego compró 100 más. Tras esto tenía el mismo número que si hubiese comprado desde el principio 40 cómics. ¿Cuántos cómics tenía Paloma al principio? (Sol: 150 cómics)



$$\frac{3}{5}x + \frac{100}{1} = \frac{x + 40}{1}$$

$$\frac{3x + 500}{5} = \frac{5x + 200}{5}$$

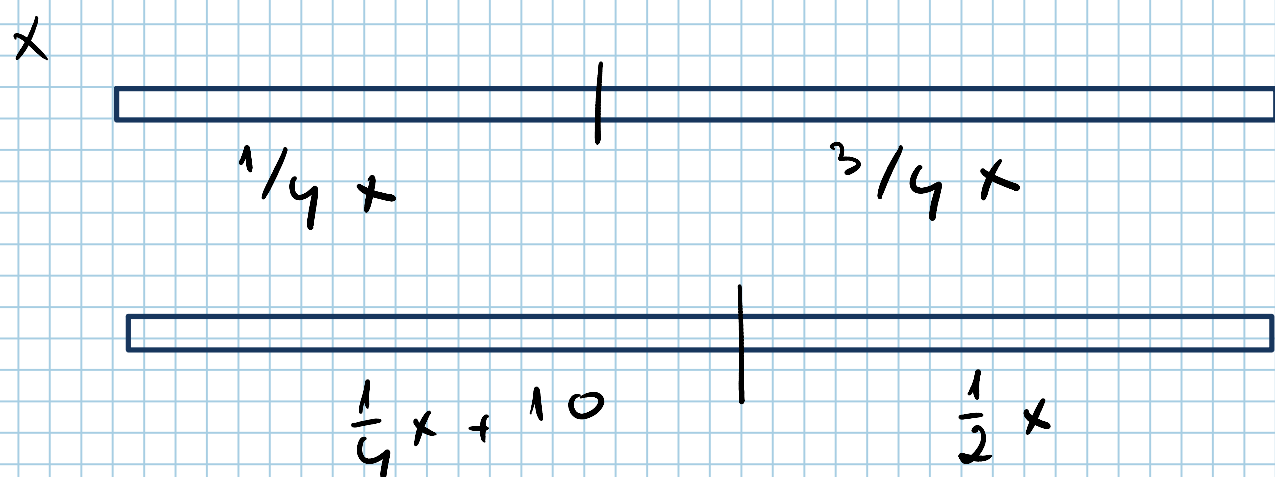
$$300 = 2x$$

$$\rightarrow x = \frac{300}{2} = \underline{\underline{150 \text{ cómics}}}$$

Vende $\frac{2}{5}$ de x

le quedan $\frac{3}{5}$ de x

14. Un automovilista que se detiene a repostar observa que para llegar a su destino todavía le queda el triple de lo que ya ha recorrido. Además, se da cuenta de que, si recorre 10 km más, estará justo en la mitad del trayecto. ¿Cuántos km ha recorrido y cuál es la longitud del viaje? (Sol: 10 km; 40 km)



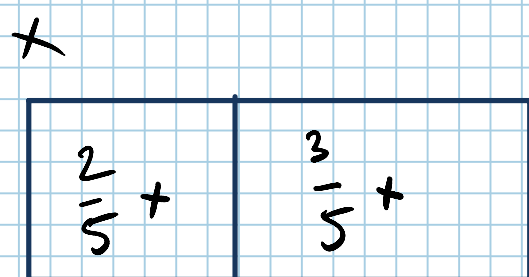
$$\frac{x}{4} + 10 = \frac{x}{2}$$

$$\frac{x + 40}{4} = \frac{2x}{4}$$

$$40 = x$$

El viaje es de 40 km lleva = $\frac{1}{4} \cdot 40 = \underline{\underline{10 \text{ km}}}$

15. Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio? (Sol: 80 kg)



le quedan $\frac{3}{5}$ de x

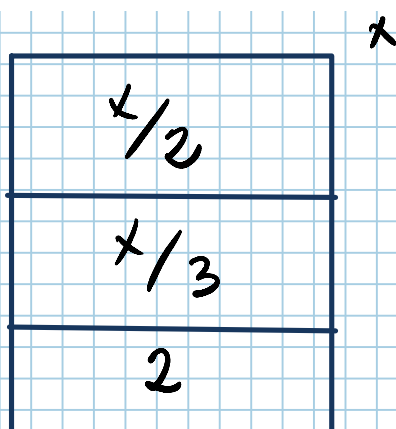
$$\frac{3}{5}x - 8 = \frac{x}{2}$$

$$6x - 5x = 80$$

$$\Rightarrow \frac{6x - 80}{10} = \frac{5x}{10}$$

$$x = 80$$

16. Un grupo de personas se encuentra en una sala de multicines. La mitad se dirige a la sala A, la tercera parte opta por la sala B y una pareja decide ir a la cafetería. ¿Cuántas personas componían el grupo? (Sol: 12 personas)



$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 2 = x \Rightarrow$$

$$12 = 6x - 2x - 3x$$

$$\frac{3x + 2x + 12}{6} = \frac{6x}{6}$$

$$x = \underline{\underline{12 \text{ personas}}}$$

17. Un padre reparte entre sus tres hijos respectivamente un tercio, un cuarto y un quinto de lo que tenía, y aún le quedan 26 €. ¿Cuánto dinero tenía al principio? (Sol: 120 €)

$\frac{x}{3}$	$\frac{x}{4}$	$\frac{x}{5}$	26
---------------	---------------	---------------	----

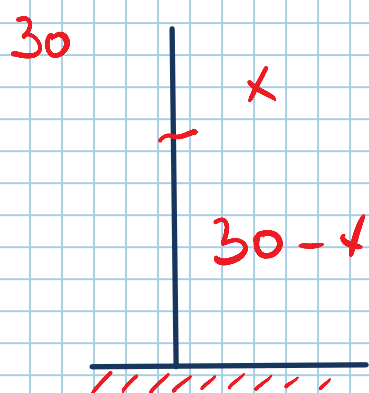
$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + 26 = x$$

$$\frac{20x + 15x + 12x + 1560}{60} = \frac{60x}{60}$$

$$1560 = 60x - 47x \Rightarrow 13x = 1560 \Rightarrow x = \frac{1560}{13}$$

$$x = \underline{\underline{120 \text{ €}}}$$

18. Problema del bambú (texto indio del siglo IX): Un bambú que mide 30 codos y que se eleva sobre un terreno plano se rompe en un punto por la fuerza del viento, de forma que la punta se queda ahora colgando a 16 codos del suelo. ¿A qué altura se ha roto? (Sol: 23 codos)



$$x - (30 - x) = 16 \Rightarrow x - 30 + x = 16$$

$$2x = 46 \quad x = 23 \text{ codos}$$

19. Un profesor llevaba corregidos al mediodía la $\frac{1}{3}$ parte del total de exámenes de un grupo. Si corrige 6 más, habrá corregido la mitad ¿Cuántos exámenes son? ¿Cuántos llevaba corregidos al mediodía? (Sol: 36; 12)

$$\frac{x}{3} + 6 = \frac{x}{2}$$

$$\frac{2x + 36}{6} = \frac{3x}{6}$$

$$36 = x$$

Donde 36 exámenes y lleva corregidos $\frac{36}{3} = 12$ exámenes

20. Según una noticia publicada en la prensa, una determinada ciudad fue visitada en 2010 por dos millones de turistas, lo cual supuso un 20 % más que en 2008. ¿Cuál fue la afluencia de turistas en este último año? (Sol: 1,6 millones)

$$2010 \rightarrow 2.000.000$$

$$2008 \rightarrow x$$

$$1'20 \cdot x = 2.000.000$$

$$x = \frac{2.000.000}{1'20} = \underline{\underline{1,6 \text{ millones}}}$$

21. Nada se sabe de la vida del matemático griego **Diofanto** (siglo III d.C.), excepto su edad al morir. Ésta se sabe por una cuestión planteada en una colección de problemas del siglo V o VI, que reza así: «La juventud de Diofanto duró $\frac{1}{6}$ de su vida... se dejó barba después de $\frac{1}{12}$ más. Después de $\frac{1}{7}$ de su vida se casó. Cinco años después tuvo un hijo. Éste vivió exactamente la mitad de tiempo que su padre, y Diofanto murió cuatro años después». Hallar la edad de Diofanto. (Sol: 84 años)

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

$$\frac{14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336}{84} = \frac{84x}{84}$$

$$75x + 756 = 84x$$

$$756 = 9x$$

$$x = \frac{756}{9} = \underline{\underline{84 \text{ años}}}$$

22. Hallar dos números positivos consecutivos cuyo producto sea 380 (Sol: 19 y 20)

$$x(x+1) = 380$$

$$x^2 + x - 380 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 1520}}{2} = \frac{-1 \pm 39}{2}$$

$$\frac{38}{2} = 19$$

$$\frac{-40}{2} = -20$$

Son el 19 y el 20

23. Calcular un número positivo sabiendo que su triple más el doble de su cuadrado es 119 (Sol: 7)

$$3x + 2x^2 = 119 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 119 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{901}}{4} = \frac{-3 \pm 31}{4}$$

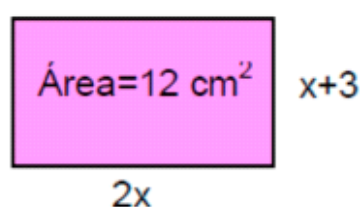
$$\frac{28}{4} = 7$$

$$\frac{-34}{4}$$

el número 7

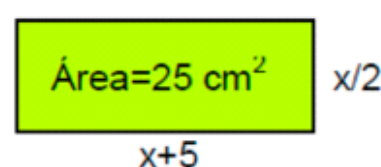
24. Hallar en cada caso el valor de x para que los rectángulos tengan el área que se indica:

a)



(Sol: $x \approx 1,37 \text{ cm}$)

b)



(Sol: $x = 5 \text{ cm}$)

$$a) 2x(x+3) = 12$$

$$2x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{132}}{4} = \begin{cases} 1,37 \\ -4,37 \end{cases}$$

$$x = \underline{\underline{1,37 \text{ cm}}}$$

b)

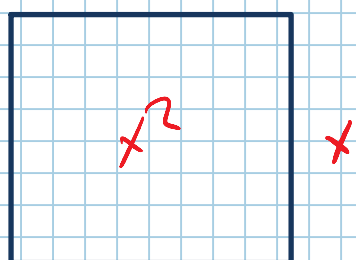
$$\frac{x}{2}(x+5) = 25 \Rightarrow x^2 + 5x = 50$$

$$x^2 + 5x - 50 = 0 \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{225}}{2}$$

$$= \begin{cases} 5 \\ -10 \end{cases}$$

$$x = \underline{\underline{5 \text{ cm}}}$$

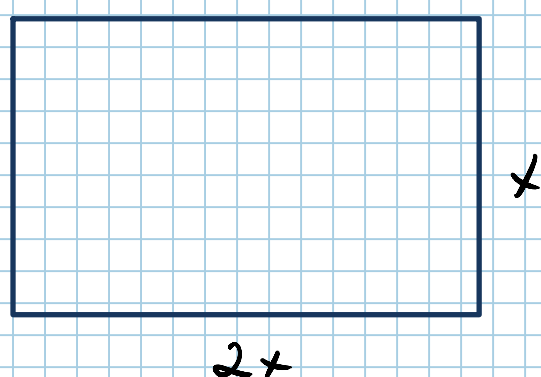
25. En un texto matemático babilónico que se conserva en una tablilla en el Museo Británico de Londres se lee: «Restamos al área de un cuadrado su lado y obtenemos 870». Hallar el lado de dicho cuadrado. (Sol: 30)



$$x^2 - x = 870 \quad x^2 - x - 870 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3481}}{2} = \frac{1 \pm 59}{2} = \underline{\underline{30}}$$

26. Uno de los lados de un rectángulo es doble que el otro y el área mide 50 m^2 . Calcular las dimensiones del rectángulo. (Sol: $5 \times 10 \text{ m}$)



$$A = 2x \cdot x = 50 \quad 2x^2 = 50$$

$$x^2 = 25 \quad x = \sqrt{25} = \underline{\underline{5 \text{ m}}}$$

los lados son de 5 m y 10 m

27. Hallar una fracción irreducible sabiendo que su denominador es igual al cuadrado del numerador menos 4, y ambos términos suman 86 (Soluc: $9/77$)

$$\frac{x}{x^2 - 4}$$

$$x + x^2 - 4 = 86$$

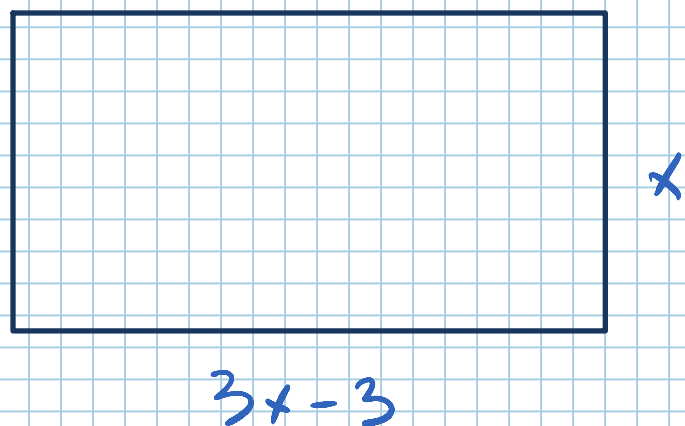
$$x^2 + x - 90 = 0 \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 360}}{2} = \frac{-1 \pm 19}{2}$$

numerador = 9

denominador = $81 - 4 = 77$

$9/77$

28. Uno de los lados de un rectángulo es 3 m más pequeño que el triple del otro. Si el perímetro y área coinciden numéricamente, hallar ambos lados. (Soluc: 3 y 6 m)



$$P = 2x + 2(3x - 3) = 8x - 6$$

$$A = x(3x - 3) = 3x^2 - 3x$$

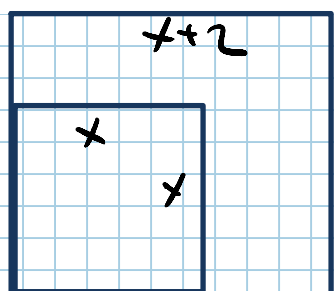
$$A = P \Rightarrow 3x^2 - 3x = 8x - 6$$

$$3x^2 - 11x + 6 = 0 \quad x = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{11 \pm 7}{6}$$

base = 6
altura = 3

$\frac{2}{3}$ no es posible porque la base sería $3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$

29. Si el lado de un cuadrado aumenta 2 cm, su área aumenta 28 cm^2 ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado menor? (Sol: Se trata de un cuadrado de lado 6 cm)



$$(x+2)^2 - x^2 = 28$$

$$\cancel{x^2} + 4 + 4 + \cancel{x^2} = 28 \rightarrow 4x = 24 \quad x = 6$$

el lado es de 6 cm

30. Preguntada una persona por su edad contestó: "Sumad 25 al producto del número de años que tenía hace 5 años por el de los que tendré dentro de 5 años y os resultará un número igual al cuadrado de la edad que tengo hoy". Hallar la edad de la persona en el momento actual. (Sol: se verifica para cualquier edad)

$$(x-5)(x+5) + 25 = x^2$$

$$\cancel{x^2} - 25 + 25 = \cancel{x^2}$$

$$x^2 = x^2$$

Tiene infinitas soluciones

x puede ser cualquier valor

31. Si multiplicamos la tercera parte de cierto número por sus tres quintas partes, obtenemos 405. ¿Cuál es ese número? (Sol: 45)

$$\cancel{\frac{x}{3}} \cdot \frac{3x}{5} = 405$$

$$x^2 = 5 \cdot 405$$

$$x^2 = 2025$$

$$x = \sqrt{2025} = \underline{\underline{\pm 45}}$$

32. Calcular dos números naturales impares consecutivos cuyo producto sea 195 (Sol: 13 y 15)

x

x+2

$$x(x+2) = 195$$

$$x^2 + 2x - 195 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{784}}{2} = \frac{-2 \pm 28}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

Son el 13 y el 15