

3 Ecuaciones de segundo grado y bicuadradas

La expresión $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$, es una **ecuación de segundo grado**. La ecuación se llama completa si $b \neq 0$ y $c \neq 0$, y se resuelve con la fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Se llama **discriminante** de la ecuación al término $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Si $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.
- Si $\Delta = 0$, la ecuación tiene una solución real doble.
- Si $\Delta < 0$, la ecuación no tiene solución real.

PASO A PASO

17 Resuelve la ecuación de segundo grado $2x^2 + 7x + 6 = 0$.

Aplicamos la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{-7 \pm 1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-7+1}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2} \Rightarrow x = \frac{-3}{2} \\ x = \frac{-7-1}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

18 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

c) $x^2 - 2x - 3 = 0$

b) $x^2 + 8x + 15 = 0$

d) $3x^2 - 16x + 5 = 0$

19 Indica cuántas soluciones tienen estas ecuaciones sin resolverlas.

a) $6x^2 - 2x + 1 = 0$

c) $x^2 + x + 1 = 0$

b) $x^2 + 2x + 1 = 0$

d) $2x^2 - 7x + 2 = 0$

20 Resuelve estas ecuaciones de segundo grado incompletas.

a) $6x^2 - 216 = 0 \Rightarrow 6x^2 = 216 \Rightarrow x^2 = \frac{216}{6} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$

b) $x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$

Las ecuaciones de segundo grado **incompletas** tienen la forma $ax^2 + c = 0$ ó $ax^2 = 0$.

21 Resuelve estas ecuaciones de segundo grado incompletas.

a) $x^2 - 3x = 0$

d) $2x^2 - 8 = 0$

b) $3x^2 - 12x = 0$

e) $56x^2 = 0$

c) $16x^2 - 25 = 0$

f) $2x^2 - 1 = 0$

UN PASO MÁS

Una **ecuación bicuadrada** es una ecuación de grado 4 a la que le faltan los términos de grados 3 y 1.

22 Resuelve la ecuación bicuadrada $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$.

1.º Hacemos un cambio de variable: $x^2 = z$, $x^4 = z^2$

2.º Sustituimos en la ecuación: $z^2 - 6z + 8 = 0$

3.º Resolvemos la ecuación obtenida: $z = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} z = 4 \\ z = 2 \end{cases}$

4.º Calculamos los valores de x : $\begin{cases} z = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm \sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2 \\ z = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$

Soluciones: $x = 2, x = -2, x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}$

23 Resuelve las ecuaciones bicuadradas siguientes.

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

d) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

e) $x^4 - 6x^2 - 27 = 0$

c) $2x^4 - 5x^2 + 3 = 0$

f) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

24 Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas incompletas.

a) $2x^4 - 50x^2 = 0$

c) $x^4 + 16 = 0$

b) $x^4 - 81 = 0$

d) $x^4 - 1\,296 = 0$

25 Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas.

a) $x^2 \cdot (x - 4) = 9x^2 - 36$

b) $2x^4 = 27x^2 - 25 + x \cdot (x^3 - x)$

c) $\frac{x^2 \cdot (x^2 + 1)}{3} = \frac{12 \cdot (x + 1)}{3} - 4x$

d) $\frac{(x^2 - 3)^2}{2} + x^4 = x - (x + 3)$