

# 5 Ecuaciones racionales

Una **ecuación es racional** cuando alguno de sus términos es una **fracción algebraica**. Para resolverlas, se utiliza el mismo procedimiento que se aplica a las ecuaciones con denominadores numéricos.

## PASO A PASO

**33** Resuelve la ecuación  $\frac{3}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{2 \cdot (x+2)}{x^2-1}$ .

1.º Eliminamos los paréntesis:  $\frac{3}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{2x+4}{x^2-1}$

2.º Hallamos el mínimo común múltiplo:  $m.c.m. (x-1, x+1, x^2-1) = x^2-1$

3.º Reducimos a común denominador:  $\frac{3 \cdot (x+1)}{x^2-1} + \frac{(x-1) \cdot (x-1)}{x^2-1} = \frac{2x+4}{x^2-1}$

4.º Eliminamos los denominadores:  $3 \cdot (x+1) + (x-1)^2 = 2x+4$

5.º Operamos y resolvemos la ecuación:  $3x+3+x^2-2x+1=2x+4 \Rightarrow x^2+x+4=2x+4 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x^2-x=0 \Rightarrow x \cdot (x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$

6.º Comprobamos los resultados:  $x=0 \Rightarrow \frac{3}{-1} + \frac{-1}{1} = \frac{4}{-1} \Rightarrow -4 = -4 \Rightarrow x=0$  es solución.

$x=1 \Rightarrow \frac{3}{1-1} + \frac{1-1}{1+1} = \frac{2 \cdot 1+4}{1^2-1} \Rightarrow \frac{3}{0} + \frac{0}{2} \neq \frac{6}{0} \Rightarrow x=1$  no es solución.

**34** Resuelve las siguientes ecuaciones racionales.

a)  $\frac{3}{x} - \frac{x+1}{2x} - \frac{5}{2} = 2$

b)  $\frac{6}{x} + \frac{7}{x^2} = -\frac{2}{x^3}$

## UN PASO MÁS

35 Resuelve las siguientes ecuaciones racionales.

$$\text{a) } \frac{3}{x-2} + \frac{2x}{x+2} - \frac{x}{x^2-4} = 2$$

$$\text{b) } \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2+x} = \frac{1}{x+1}$$

$$\text{c) } \frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-1} = \frac{x}{x^2+x-2}$$

$$\text{d) } \frac{3x}{x-1} + \frac{1}{x^3-1} = \frac{x^2-1}{x^2+x+1}$$

$$\text{e) } \frac{2-x}{1-x^2} = \frac{1}{1-x} + \frac{3+x}{x-1}$$

$$\text{f) } \frac{1}{x + \frac{2}{1 - \frac{x+3}{x-1}}} = x$$

# 6 Ecuaciones radicales

Las **ecuaciones radicales** son aquellas en las que la incógnita aparece en alguno de sus términos bajo el signo radical.

## PASO A PASO

**36** Resuelve la ecuación radical  $\sqrt{x} = x - 2$ .

1.º Elevamos al cuadrado los dos miembros de la ecuación:

$$(\sqrt{x})^2 = (x - 2)^2$$

2.º Simplificamos, operamos y resolvemos la ecuación obtenida:

$$x = x^2 + 4 - 4x \Rightarrow -x^2 + 5x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{-2} = \frac{-5 \pm 3}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

3.º Comprobamos los resultados:  $x = 1 \Rightarrow (\sqrt{1})^2 = (1 - 2)^2; 1 = 1 \Rightarrow$   $x = 1$  es solución.

$x = 4 \Rightarrow (\sqrt{4})^2 = (4 - 2)^2; 2^2 = 2^2 \Rightarrow$   $x = 4$  es solución.

Para eliminar los radicales, se **elevan al cuadrado** los dos miembros de la ecuación, pudiendo aparecer nuevas soluciones.

**37** Resuelve las siguientes ecuaciones radicales y comprueba en cada caso si los valores obtenidos son o no soluciones de las mismas.

a)  $\sqrt{x} = x - 20$

**RECUERDA**  
 $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$   
 $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

b)  $\sqrt{x + 1} = 2x - 4$

## UN PASO MÁS

**38** Resuelve la ecuación radical  $\sqrt{4x+1} + 3 = 3x$ .

1.º Aislamos el radical en uno de los miembros de la ecuación:  $\sqrt{4x+1} = 3x - 3$

2.º Elevamos al cuadrado los dos miembros de la ecuación:  $(\sqrt{4x+1})^2 = (3x-3)^2$

3.º Operamos y resolvemos la ecuación obtenida:

$$4x + 1 = 9x^2 + 9 - 18x \Rightarrow 9x^2 - 22x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{22 + \sqrt{484 - 288}}{18} = \frac{22 \pm 14}{18} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{8}{18} \Rightarrow x = \frac{4}{9} \end{cases}$$

4.º Comprobamos los resultados:  $x = 2 \Rightarrow \sqrt{4 \cdot 2 + 1} + 3 = 3 \cdot 2 \Rightarrow 3 + 3 = 6 \Rightarrow x = 2$  es solución.

$$x = \frac{4}{9} \Rightarrow \sqrt{4 \cdot \frac{4}{9} + 1} + 3 = 3 \cdot \frac{4}{9} \Rightarrow \sqrt{\frac{25}{9}} + 3 = \frac{12}{9} \Rightarrow \frac{5}{3} + 3 = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{14}{3} \neq \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{9} \text{ no es solución.}$$

**39** Resuelve las siguientes ecuaciones radicales.

a)  $\sqrt{x} + x = 6$

c)  $\sqrt{x+3} + 1 = 3x$

b)  $\sqrt{3x+6} = x$

d)  $\sqrt{x+6} - x = -6$