

BLOQUE 3: GEOMETRÍA Y CÓNICAS

NOMBRE

EJERCICIO 1 Los puntos A(1, -2) y B(4, 3) son los extremos del lado desigual de un triángulo isósceles cuyo tercer vértice, C, está sobre la recta de ecuación $3x - y + 8 = 0$. Halla el vértice C y el área del triángulo.

EJERCICIO 2 DEDUCE la ecuación de la hipérbola con focos $F_1(0, 1)$, $F_2(0, -1)$ y excentricidad $e = 2$. Halla sus vértices y asíntotas y haz una representación.

EJERCICIO 3 Calcula m para que las rectas $r: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -t \end{cases}$ y $s: mx - y + 2 = 0$, formen un ángulo de 45° .

EJERCICIO 4 Halla la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en la intersección de las rectas $r: 2x - 3y + 4 = 0$ y $s: x + y - 3 = 0$ y es tangente a la recta de ecuación $x + y = 6$.

EJERCICIO 5 *(Se pide sólo el gráfico y el guión del ejercicio en el que hay que especificar, en caso de que haya que hallar ecuaciones de rectas, los vectores directores y los puntos que determinan las mismas)*

Los puntos A(0, 4) y B(1, 1) son dos vértices de un trapecio rectángulo ABCD cuyo lado oblicuo CD se encuentra sobre la recta r de ecuación $x + 2y - 14 = 0$. Determina los vértices C y D.

EJERCICIO 6 Dadas las rectas de ecuaciones:

$$r: \frac{x-0.5}{a} = \frac{y}{2}$$

$$s: ax + (a - 1)y + 3 = 0$$

halla el valor de a para que las rectas sean a) Paralelas b) Perpendiculares.

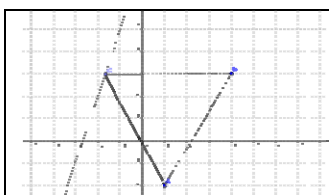
=====

Ejercicio	1	2	3	4	5	6	TOTAL
Valor	2	2	1,5	1,5	1,5	1,5	
Calificación							

Media actual del curso

SOLUCIONES

EJERCICIO 1



Por pertenecer a la recta $3x - y + 8 = 0$, C es de la forma $C(c, 3c + 8)$. Si el triángulo ha de ser isósceles con AB lado desigual, $d(A, C) = d(B, C) \rightarrow$

$$\sqrt{(c - 1)^2 + (3c + 10)^2} = \sqrt{(c - 4)^2 + (3c + 5)^2}$$

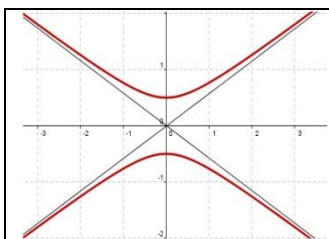
$$c^2 - 2c + 1 + 9c^2 + 100 + 60c = c^2 + 16 - 8c + 9c^2 + 25 + 30c$$

$$-2c + 60c + 8c - 30c = 16 + 25 - 1 - 100$$

Resolviendo, $c = -5/3$ y $C(-5/3, 3)$

NOTA : Otra forma de resolver el ejercicio es calcular la mediatriz del segmento AB. C es el punto de intersección de la mediatriz con la recta $3x - y + 8 = 0$. Para hallar el área basta con encontrar el punto medio M de A y B por ser el triángulo isósceles. $A = |\overrightarrow{AB}| \cdot \frac{|\overrightarrow{CM}|}{2} = 85/6$

EJERCICIO 2



$$||\vec{F}_1\vec{x}| - |\vec{F}_2\vec{x}|| = 2a \quad c = 1 \quad e = 2 = 1/a \rightarrow a = 1/2$$

$$\sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = 1 + \sqrt{x^2 + (y + 1)^2}$$

$$x^2 + y^2 - 2y + 1 = 1 + x^2 + y^2 + 2y + 1 + 2\sqrt{x^2 + (y + 1)^2}$$

$$2\sqrt{x^2 + (y + 1)^2} = -1 - 4y$$

$$4x^2 + 4y^2 + 4 + 8y = 1 + 16y^2 + 8y$$

$$3 = 12y^2 - 4x^2 \rightarrow 1 = 4y^2 - 4/3x^2 \rightarrow 1 = \frac{y^2}{1/4} - \frac{x^2}{3/4}$$

$$a = 1/2 \quad b = \sqrt{3}/2 \quad \text{Asíntotas: } y = \pm\sqrt{3}x$$

EJERCICIO 3

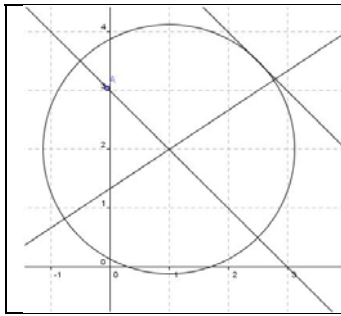
El vector director de r es $(2, -1)$ y el de s es $(1, m)$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2 - m}{\sqrt{5}\sqrt{1 + m^2}} = \frac{2 - m}{\sqrt{5 + 5m^2}}; \frac{1}{2} = \frac{4 + m^2 - 4m}{5 + 5m^2}$$

$$5 + 5m^2 = 8 + 2m^2 - 8m \rightarrow 3m^2 + 8m - 3 = 0$$

$$m = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 36}}{6} = -\frac{1}{3} \text{ y } -3$$

EJERCICIO 4



Resolvemos el sistema para encontrar el centro:

$$2x - 3y = -4 \quad 2x - 3y = -4$$

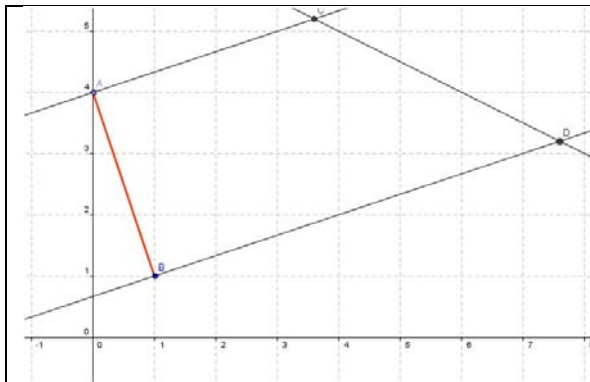
$$x + y = 3 \quad 3x + 3y = 9$$

Sumamos: $5x = 5 \rightarrow x = 1 \quad y = 2 \quad C(1, 2)$

El radio es la distancia de C a la recta $x + y - 6 = 0$

$$r = \frac{|1+2-6|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \quad (x-1)^2 + (y-2)^2 = \frac{9}{2}$$

EJERCICIO 5



PASO1 Trazamos el segmento AB

$$\vec{AB} = (1, -3)$$

PASO 2 Ecuación de la recta r perpendicular a AB por A:

$$A(0, 4) \quad \vec{u}(3, 1)$$

PASO 3 El vértice C es la solución del sistema formado por r y la recta dada.

PASO 4 Ecuación de la recta s perpendicular a AB por B:

$$B(1, 1) \quad \vec{u}(3, 1)$$

PASO 5 El vértice D es la solución del sistema formado por s y la recta dada.

EJERCICIO 6

Escribimos r en forma general:

$$r: 2x - ay - 1 = 0$$

$$s: ax + (a - 1)y + 3 = 0$$

$$\text{PARALELAS: } \frac{2}{a} = \frac{-a}{a-1} \rightarrow 2a - 2 = -a^2 \rightarrow a^2 + 2a - 2 = 0 \quad a = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$\text{PERPENDICULARES: } 2a - a(a - 1) = 0 \quad 2a - a^2 + a = 0 \quad 3a - a^2 = 0 \quad a = 0, 3$$