1.- a) **(1 pto)** Demuestra la propiedad de los logaritmos que dice que:

$$log_a(M^n) = n \cdot log_a M$$

b) **(1 pto)** Calcula "x" en: B1) $log_{\frac{1}{a}} a^2 = x$ B2) $log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x = -2$

2.- a) **(1 pto)** Resolver la ecuación: $2\binom{2x}{x} = 7\binom{2x-2}{x-1}$

b) **(2 ptos)** Hallar el término independiente del desarrollo: $\left(2y^3 - \frac{3}{y^4}\right)^{14}$

3.- a) **(1 pto)** Simplifica la expresión: $\left(\frac{2x-8x^2}{16x^2-1} \cdot \frac{16x^2+8x+1}{6x}\right) : \left(\frac{16\,x^2-4x-2}{48\,x^2+12\,x}\right) =$

b) **(1 pto)** Resuelve la siguiente ecuación: $3^{x^2+5x-4} \cdot 9^{2x+3} = 27^{x-1}$

4.- a) **(1 pto)** Sabiendo que $\log_2 V = p$ calcular dejando el resultado en función de "p" : $\log_2 \frac{V}{8} - \log_2 \frac{16}{\sqrt[4]{V^3}} + \log_2 (32V)$

b) **(2 ptos)** Resuelve por el método de Gauss y clasifica el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + y + 4z = 1 \\ -x + 3y + z = -3 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

① a) $\log_a(M^n) = n \cdot \log_a M$ (ver apuntes de teoría)

b1) $\log_{\frac{1}{a}} a^2 = x \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^x = a^2 = \left(\frac{1}{a}\right)^{-2} \Rightarrow \boxed{x=-2}$

b2) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x = -2 \Rightarrow \boxed{x = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-2} = (\sqrt{2})^2 = 2}$

② a) $2 \cdot \binom{2x}{x} = 7 \cdot \binom{2x-2}{x-1} \Rightarrow 2 \cdot \frac{(2x)!}{x! \cdot x!} = 7 \cdot \frac{(2x-2)!}{(x-1)!\,(x-1)!}$

Multiplicamos en cruz: $2 \cdot (2x)! \cdot (x-1)! \cdot (x-1)! = 7 \cdot (2x-2)! \cdot x! \cdot x!$

$2 \cdot (2x) \cdot (2x-1) \cdot \cancel{(2x-2)!} \cdot \cancel{(x-1)!} \cdot \cancel{(x-1)!} = 7 \cdot \cancel{(2x-2)!} \cdot x \cdot \cancel{(x-1)!} \cdot x \cdot \cancel{(x-1)!}$

Como $x > 1$ por como estan definidos los nºs combinatorios de partida (2x-2 ≠ 0) entonces podemos dividir los 2 miembros por $(x-1)!$ y $(2x-2)!$

$2 \cdot 2x(2x-1) = 7 \cdot x \cdot x \Rightarrow 8x^2 - 4x = 7x^2 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow \text{NO VALE !! } (\nexists \binom{-2}{-1}) \\ x - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 4} \end{cases}$

b) ¿T. indep? $T_k = (-1)^{k-1} \binom{n}{k-1} a^{n-k+1} \cdot b^{k-1}$ pues $\left(2y^3 - \frac{3}{y^4}\right)^{14}$

$T_k = (-1)^{k-1} \binom{14}{k-1} (2y^3)^{15-k} \cdot \left(\frac{3}{y^4}\right)^{k-1}$

Como T. indep tiene y^0, solo trabajamos con y:

$(y^3)^{15-k} \cdot \left(\frac{1}{y^4}\right)^{k-1} = y^{45-3k} \cdot (y^{-4})^{k-1} = y^{45-3k} \cdot y^{-4k+4} = y^{49-7k}$

$y^0 = y^{49-7k} \Rightarrow 0 = 49 - 7k \Rightarrow 7k = 49 \Rightarrow \underline{k=7}$

T. indep $= T_7 = \underbrace{(-1)^6}_{+} \cdot \binom{14}{6} 2^8 \cdot 3^6 \cdot \underbrace{y^0}_{\text{se sabe}} = 3003 \cdot 256 \cdot 729 = \boxed{560.431.872}$

③ a) $\left(\frac{2x-8x^2}{16x^2-1}\cdot\frac{16x^2+8x+1}{6x}\right):\left(\frac{16x^2-4x-2}{48x^2+12x}\right)=$

$=\left(\frac{2x\overset{(-1)}{\cancel{(1-4x)}}}{(4x+1)\cancel{(4x-1)}}\cdot\frac{16\cdot(x+\frac{1}{4})^2}{6x}\right):\left(\frac{16\cdot(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{4})}{12x\,(4x+1)}\right)=$

$=\left(\frac{-2x}{4x+1}\cdot\frac{4^2\cdot(x+\frac{1}{4})^2}{6x}\right):\left(\frac{4\,(x-\frac{1}{2})\cdot 4\,(x+\frac{1}{4})}{12x\,(4x+1)}\right)=$

$=\left(\frac{\cancel{-2x}}{\cancel{4x+1}}\cdot\frac{(4x+1)^{\cancel{2}}}{\underset{3}{\cancel{6x}}}\right):\left(\frac{(4x-2)(4x+1)}{12x\,\cancel{(4x+1)}}\right)=$ $\boxed{\frac{-2x(4x+1)}{(2x-1)}}$

$=\frac{(-1)\,(4x+1)}{3}:\frac{4x-2}{12x}=\frac{-\overset{4}{\cancel{12}}x\,(4x+1)}{\cancel{3}\,(4x-2)}=\frac{-\overset{2}{\cancel{4}}x(4x+1)}{\cancel{2}(2x-1)}$

b) $3^{x^2+5x-4}\cdot 9^{2x+3}=27^{x-1}\Rightarrow 3^{x^2+5x-4}\cdot(3^2)^{2x+3}=(3^3)^{x-1}\Rightarrow$

$\Rightarrow 3^{x^2+5x-4}\cdot 3^{4x+6}=3^{3x-3}\Rightarrow 3^{x^2+9x+2}=3^{3x-3}\Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+9x+2=3x-3\Rightarrow x^2+6x+5=0\quad \begin{matrix}S=-6\\ P=5\end{matrix}\Bigg\}\ \boxed{\begin{matrix}x_1=-5\\ x_2=-1\end{matrix}}$

No hace falta comprobar por ser exponencial sin logaritmos.

④ a) $\log_2 V=p$

$\log_2\frac{V}{8}-\log_2\frac{16}{\sqrt[4]{V^3}}+\log_2(32V)=\log_2 V-\log_2 8-(\log_2 16-\log_2 V^{3/4})+$

$+\log_2 32+\log_2 V=p-3-(4-\frac{3}{4}\cdot\log_2 V)+5+p=$

$=p-3-4+\frac{3}{4}\cdot p+5+p=2p+\frac{3}{4}p-2=\boxed{\frac{11}{4}p-2}$

b) $\begin{cases}2x+y+4z=1\\-x+3y+z=-3\\x-2y+z=0\end{cases}\xrightarrow{E_1\leftrightarrow E_3}\begin{cases}x-2y+z=0\\-x+3y+z=-3\\2x+y+4z=1\end{cases}\xrightarrow[E_3-2E_1]{E_2+E_1}\begin{cases}x-2y+z=0\\y+2z=-3\\5y+2z=1\end{cases}\xrightarrow{E_3-5E_2}$

$\rightarrow\begin{cases}x-2y+z=0\\y+2z=-3\\-8z=16\Rightarrow z=\frac{16}{-8}=-2\end{cases}\longrightarrow y+2\cdot(-2)=-3\Rightarrow y-4=-3\Rightarrow y=1$

$x-2\cdot1-2=0\Rightarrow x-4=0\Rightarrow x=4$

$\boxed{S:(4,1,-2)}$

Sist. Compatible Determinado