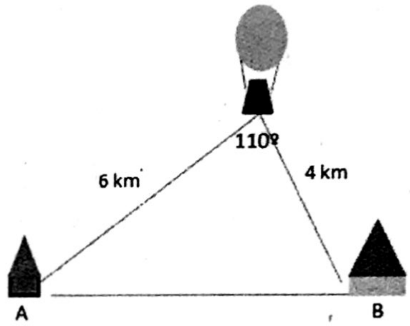
1. (1 punto). Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el suelo?

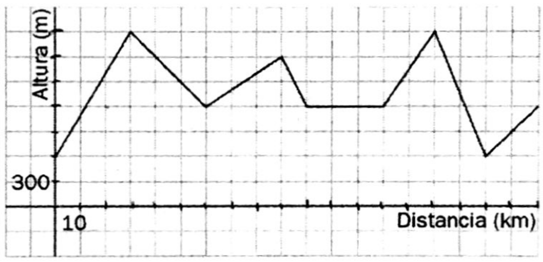
2. (1 punto) Calcular sen α, sabiendo que tg α = 3/2 y que α es un ángulo del tercer cuadrante. Demuestra que sabes resolver el problema sin calculadora. Puedes utilizarla para comprobar tus resultados.

3. (1,5 puntos) Desde lo alto de un globo se observa un pueblo A con un ángulo de 50°. Otro pueblo, B, situado al lado y en línea recta se observa desde un ángulo de 60°. El globo se encuentra a 6 km del pueblo A y a 4 km de B. Calcula la distancia entre A y B.



4. (1,25 puntos). La gráfica muestra el perfil de una etapa de una vuelta ciclista. Contesta a las siguientes preguntas:

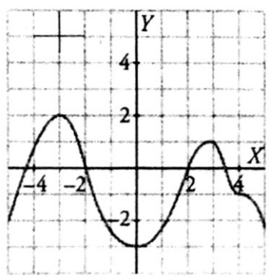
   a) ¿Qué longitud tiene la etapa?
   b) ¿A qué distancia de la salida se encuentra el puerto de 1800 m de altura?
   c) ¿Durante cuántos kilómetros el perfil de la etapa fue llano?
   d) ¿A qué altura se encuentra el punto más bajo de la etapa?
   e) ¿A qué altura se encuentra la salida? ¿Y la meta?



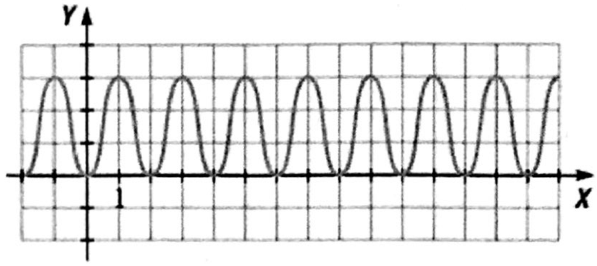
5. (2 puntos) Calcula el **dominio** de las siguientes funciones:
   a) $f(x) = 3x + 2$
   b) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2 - 3x - 10}$
   c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$
   d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

6. (1 punto). De la función *f(x)* que aparece representada en la figura, define:

   a) El dominio.
   b) El recorrido.
   c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
   d) Los extremos relativos.



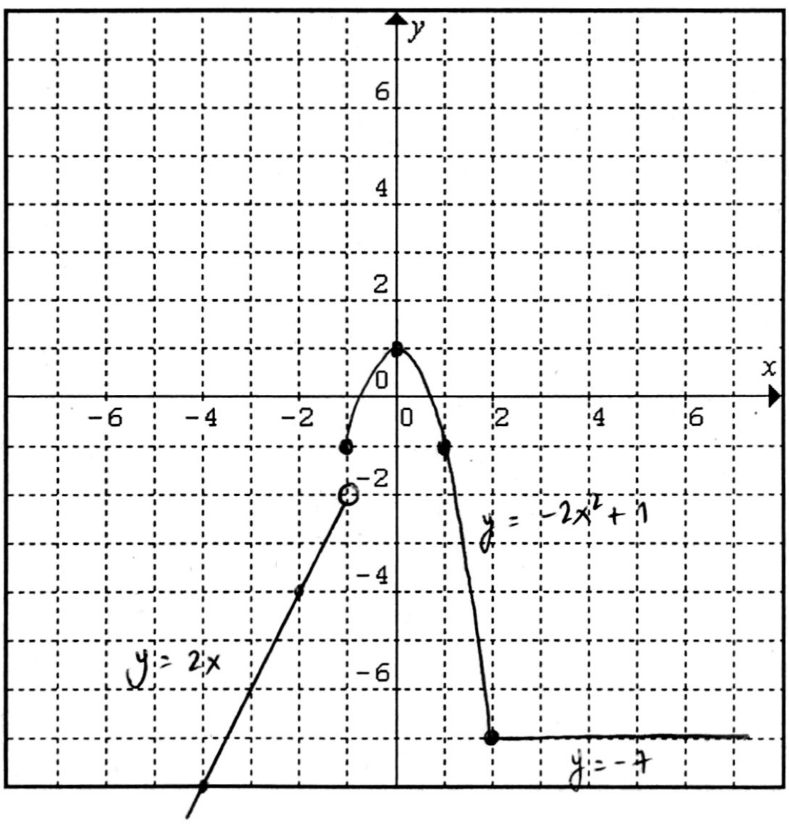
7. (0,75 puntos). Indica el **recorrido**, la **simetría** y la **periodicidad** de la siguiente función:



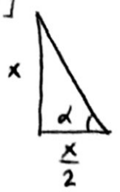
8. (1,5 puntos) Dada la función a trozos:

$$f(x)=\begin{cases}2x \quad si \quad x<-1\\ -2x^2+1 \quad si \quad -1\leq x\leq 2\\ -7 \quad si \quad x>2\end{cases}$$

a) Represéntala gráficamente.
b) Define su dominio y su recorrido.
c) Analiza su continuidad, indicando el tipo de discontinuidad que presenta, si es el caso.



① Datos :
[1p]



¿α?

$$tg\,\alpha = \frac{c.op}{c.cont} = \frac{x}{x/2} = 2$$

$$\alpha = arctg\,2 = 63{,}435°$$

$$\boxed{\alpha = 63{,}435°}$$

② Datos :
[1p]
$tg\,\alpha = \frac{3}{2}$
$\alpha \in III$
¿sen α?

$$tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha} \quad ; \quad \frac{3}{2} = \frac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha} \quad ; \quad sen\,\alpha = \frac{3}{2} cos\,\alpha$$

$$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1$$ Relación fundamental de la Trigonometría

$$\left(\frac{3}{2}cos\,\alpha\right)^2 + cos^2\alpha = 1$$

$$\frac{9}{4}cos^2\alpha + cos^2\alpha = 1$$

$$\frac{13}{4}cos^2\alpha = 1$$

$$cos^2\alpha = \frac{4}{13} \quad ; \quad cos\,\alpha = \sqrt{\frac{4}{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$ 0,6

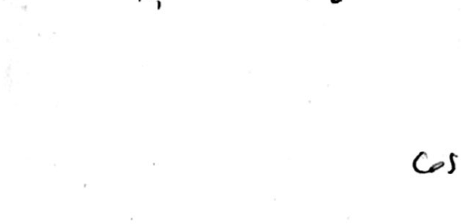
$\alpha \in III$

$$sen\,\alpha = \frac{3}{2} \cdot cos\,\alpha = \frac{3}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$ 0,3

$sen\,\alpha < 0$ 0,1

$$\Rightarrow \boxed{sen\,\alpha = -\frac{3}{\sqrt{13}}}$$

③
[1,5p]



$$sen\,\alpha = \frac{c.op}{h}$$

$$sen\,40 = \frac{h}{6\,km} \quad ; \quad h = 6 \cdot sen\,40 = 3{,}86\,km$$

altura del globo (no lo preguntan)

$$cos\,\alpha = \frac{cat.cont}{h}$$

$$cos\,40 = \frac{x_1}{6} \quad ; \quad x_1 = 6\,cos\,40 = 4{,}6\,km$$ 0,5

$$cos\,30 = \frac{x_2}{4} \quad ; \quad x_2 = 4\,cos\,30 = 3{,}46\,km$$ 0,5

Distancia entre A y B $= x_1 + x_2 = 4{,}6 + 3{,}46 = 8{,}06\,km$ 0,5

$$\boxed{\overline{AB} = 8{,}06\,km}$$

④ [1,25 p]

a) Tiene una longitud de 190 km medida en línea recta — 0,25 p cada aptdo.

b) se encuentra a 90 km de la salida

c) Fue llano desde los 100 km hasta los 130 km, es decir 30 km

d) El punto más bajo se encuentra a 600 m

e) La salida se encuentra a 600 m y la meta a 1200 m.

⑤ [2p]

a) $f(x) = 3x+2$ F. polinómica — 0,25

$\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

b) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2-3x-10}$ F. racional

$x^2-3x-10=0$ — 0,5

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2-4\cdot1\cdot(-10)}}{2\cdot1} = \frac{3\pm7}{2} \quad x_1 = \frac{10}{2} = 5 \quad x_2 = \frac{-4}{2} = -2$$

$\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-2, 5\} = (-\infty,-2)\cup(-2,5)\cup(5,+\infty)$

c) $f(x) = \sqrt{x^2+2x-3}$ F. irracional

$x^2+2x-3=0$ — 0,75

$$x = \frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot(-3)}}{2\cdot1} = \frac{-2\pm4}{2} \quad x_1 = \frac{2}{2} = 1 \quad x_2 = \frac{-6}{2} = -3$$

	-3		1
$(x-1)$	$-$	$-$	$+$
$(x+3)$	$-$	$+$	$+$
$(x-1)(x+3)$	$+$	$\cancel{-}$	$+$

$\text{Dom } f(x) = (-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$

se incluyen porque el radicando puede valer cero.

d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$ F. irracional

$x+1>0$

$x>-1$

$\text{Dom } f(x) = (-1, +\infty)$ — 0,5

⑥ [1 p]

a) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$

b) $\text{Rec } f(x) = (-\infty, 2]$

c) $f(x)$ creciente: $(-\infty,-3)\cup(0,3)$

$f(x)$ decreciente: $(-3,0)\cup(3,+\infty)$

d) Extremos relativos

Mínimo relativo $(0,-3)$

Máximos relativos $(-3,2)$; $(3,1)$

0,25 p. cada aptdo.

(7) [0,75 p]

Rec $f(x) = [0, 3]$ 0,25

Simetría PAR → la función es simétrica con respecto al eje y 0,25

$f(-x) = f(x)$

$f(x)$ es periódica con $T = 2$ 0,25

(8) [1,5p]

a) Representación gráfica

$y = 2x$ Recta

x	y
-4	-8
-2	-4

$y = -2x^2 + 1$ Parábola

$a < 0 \rightarrow$ Máximo 0,75

x	y
-1	-1
0	1
1	-1
2	-7

b) Dom $f(x) = \mathbb{R}$

Rec $f(x) = (-\infty, 1]$ 0,5

c) $x = -1$. Discontinuidad inevitable de salto finito 0,25

En $x = 2$, a pesar de cambiar la forma de la función, no hay ningún problema de continuidad.