

Pregunta 1.-

- a) Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, obtenga una expresión para la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de un planeta esférico de radio R y masa M .
- b) Calcule la velocidad de escape desde la superficie de Mercurio sabiendo que posee una masa de $3,30 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ y una aceleración de la gravedad en su superficie de $3,70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Solución: P.C.E.M. : si $F_{\text{exterior}} = 0 \rightarrow E_{\text{mecanica}} = \text{constante} \rightarrow (E_c + E_p)_{\text{salida}} = (E_c + E_p)_{\text{llegada}}$

a) La velocidad de escape debe ser tal que partiendo de la superficie de un planeta se escape de su atracción gravitatoria, es decir alcance el infinito aunque llegue con velocidad nula:

$$(E_c + E_p)_{\text{salida}} = (E_c + E_p)_{\text{llegada}} \rightarrow (1/2 m \cdot v^2 - G \cdot M \cdot m / r)_{\text{salida}} = (1/2 m \cdot v^2 - G \cdot M \cdot m / r)_{\text{infinito}} \rightarrow$$

$$1/2 m \cdot v^2 - G \cdot M \cdot m / R = 1/2 m \cdot 0^2 - G \cdot M \cdot m / \infty \rightarrow 1/2 v^2 - G \cdot M / R = 0 \rightarrow v_e = \sqrt{(2GM/R)}$$

b) La gravedad en la superficie es $g_0 = G \cdot M / R^2 \rightarrow R = \sqrt{(G \cdot M / g_0)} = \sqrt{(6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3,30 \cdot 10^{23} / 3,70)} = 2,44 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$v_e = \sqrt{(2GM/R)} = v_e = \sqrt{(2g_0 R)} = \sqrt{(2 \cdot 3,70 \cdot 2,44 \cdot 10^6)} = 4248 \text{ m/s}$$

Pregunta 2.-

La perturbación asociada a una onda viene descrita por la expresión $\Psi(x, t) = 10^{-8} \sin(2765 t + 1,85 x)$, donde Ψ y x se expresan en metros y t en segundos.

- a) Indique su dirección y sentido de propagación, y calcule su longitud de onda y su frecuencia.
- b) Obtenga la velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de oscilación.

a) Se propaga según el eje x hacia valores menores de x

$$\Psi = A \cdot \sin(w \cdot t + k \cdot x) \rightarrow w = 2765 \text{ rad/s} \quad k = 1,85 \text{ rad/m} \quad \lambda = 2\pi / k = 2\pi / 1,85 = 3,4 \text{ m} \quad F = w / 2\pi = 2765 / 2\pi = 440 \text{ Hz}$$

b) $v_{\text{onda}} = \lambda \cdot F = 3,4 \cdot 440 = 1496 \text{ m/s}$

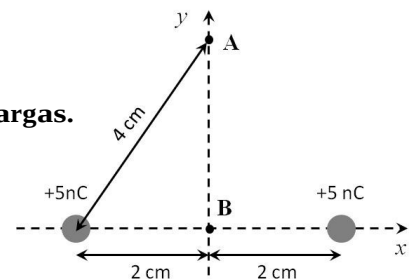
$$v_{\text{oscilación}} = A \cdot w \cdot \cos(w \cdot t + k \cdot x) \rightarrow v_{\text{oscilación máxima}} = A \cdot w = 10^{-8} \cdot 2765 = 2,765 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$

Pregunta 3.-

Dos cargas de $+5 \text{ nC}$ están separadas una distancia de 4 cm de acuerdo a la figura adjunta. Calcule:

- a) El campo eléctrico en el punto A y en el punto B creado por ambas cargas.
- b) El potencial eléctrico en el punto A y en el punto B, y el trabajo que hay que realizar sobre una carga de $+3 \text{ nC}$ para desplazarla desde el punto A al punto B.

Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.



$$E = K Q / r^2 \quad V = KQ / r$$

a) En el punto B el campo total es cero pues los campos creados por cada carga son iguales pero de sentidos opuestos.
En el punto A los campos individuales son iguales por ser iguales las cargas y distancias

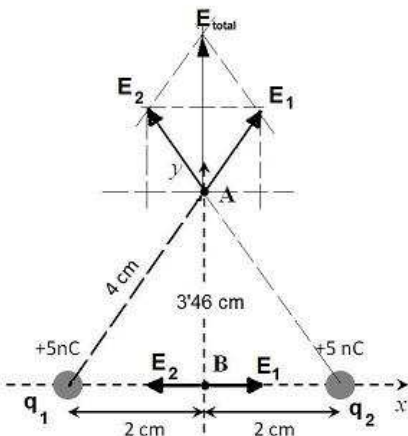
$$E_1 = E_2 = K Q / r^2 = 9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9} / 0,04^2 = 28125 \text{ N/C}$$

$$E_{1x} = E_{2x} = 28125 \cdot 2 / 4 = 19062,5 \quad E_{1y} = E_{2y} = 28125 \cdot 3,46 / 4 = 24357$$

$$E_1 = 19062,5 \mathbf{i} + 24357 \mathbf{j} \quad E_2 = -19062,5 \mathbf{i} + 24357 \mathbf{j}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 48714 \mathbf{j} \text{ N/C}$$

b) $V_A = V_{1A} + V_{2A} = K \cdot Q \cdot (1/0,04 + 1/0,04) = 9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 2/0,04 = 2250 \text{ Volts}$
 $V_B = V_{1B} + V_{2B} = K \cdot Q \cdot (1/0,02 + 1/0,02) = 9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 2/0,02 = 4500 \text{ Volts}$
 $W = q \cdot (V_B - V_A) = 3 \cdot 10^{-9} \cdot (4500 - 2250) = 6,75 \cdot 10^{-6} \text{ J}$



Pregunta 4.-

Sea una lente convergente de distancia focal de 5 cm.

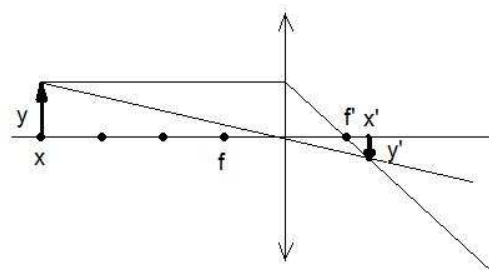
- a) Calcule la distancia entre la lente y la imagen formada para un objeto situado en el infinito, y para un objeto situado a 20 cm de la lente.
- b) Determine el tamaño de un objeto que está situado a 20 cm de la lente y forma una imagen de 30 mm de altura, y realice el diagrama de rayos correspondiente para la formación de la imagen.

$$1/x' - 1/x = 1/f'$$

a) si $x = -\infty \rightarrow 1/x' - 0 = 1/f' \rightarrow x' = f' = +5 \text{ cm}$

$$\text{si } x = -20 \text{ cm} \rightarrow 1/x' - 1/(-20) = 1/5 \rightarrow 1/x' = 1/5 - 1/20 = 3/20 \rightarrow x' = +20/3 = +6.67 \text{ cm}$$

b) $y'/y = x'/x \rightarrow y = y' \cdot x/x' = 30 \text{ mm} \cdot 20 \text{ cm} / 6.67 \text{ cm} = 90 \text{ mm}$



Pregunta 5.-

Un átomo de ^{238}U se desintegra a través de una cascada radioactiva y da lugar a un átomo de ^{206}Pb , siendo el periodo de semidesintegración del ^{238}U de $4.47 \cdot 10^9$ años. Una muestra mineral de monacita contiene 2,74 mg de ^{238}U y 1,12 mg de ^{206}Pb procedentes de la desintegración del uranio.

- a) Obtenga el número de átomos iniciales de ^{238}U en la muestra, a partir del cálculo del número de átomos de uranio y de plomo existentes en ella.
- b) Calcule la antigüedad del mineral y determine la actividad actual de la muestra.

Datos: Masa atómica del ^{238}U , $M_U = 238,05 \text{ u}$; Masa atómica del plomo ^{206}Pb , $M_{Pb} = 205,97 \text{ u}$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Números de átomos de Uranio en la muestra : $N_U = 2.74 \cdot 10^{-3} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} / 238.05 = 6.93 \cdot 10^{18}$ átomos

Números de átomos de Plomo en la muestra : $N_{Pb} = 1.12 \cdot 10^{-3} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} / 205.97 = 3.27 \cdot 10^{18}$ átomos

Si los átomos de U se transforman en átomos de Pb, al principio existirían

$$N_0 = 6.93 \cdot 10^{18} + 3.27 \cdot 10^{18} = 10.2 \cdot 10^{18} \text{ átomos de Uranio}$$

$$\lambda = \ln 2 / T = \ln 2 / 4.47 \cdot 10^9 = 1.55 \cdot 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow t = -\ln(N/N_0) / \lambda = -\ln(6.93 \cdot 10^{18} / 10.2 \cdot 10^{18}) / 1.55 \cdot 10^{-10} = 2.49 \cdot 10^9 \text{ años}$$

Pregunta 1.-

a) A partir de la ley fundamental de la dinámica, deduzca la expresión de la velocidad orbital de un satélite que gira en una órbita circular de radio R alrededor de un planeta de masa M.

b) Si un satélite de 21 kg gira alrededor del planeta Marte, calcule el radio de la órbita circular y la energía mecánica del satélite si su periodo es igual al de rotación del planeta.

Datos: Masa de Marte, $M_{\text{Marte}} = 6,42 \cdot 10^{23}$ kg; Periodo de revolución del planeta, $T_{\text{Marte}} = 24,62$ h; Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻².

$$\omega_{\text{Marte}} = 2\pi / T = 2\pi / (24 \cdot 60 \cdot 60) = 7,09 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

a) La fuerza gravitatoria es la que obliga a un objeto a describir una trayectoria curva:

$$F_{\text{grav}} = m \cdot a_{\text{centrípeta}} \rightarrow G.M.m / r^2 = m \cdot v^2 / r \rightarrow G.M / r = v^2 \rightarrow v_{\text{orbital}} = \sqrt{G.M / r}$$

$$b) G.M / r = v^2 \rightarrow G.M / r = (\omega.r)^2 \rightarrow G.M = \omega^2 \cdot r^3 \rightarrow$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G.M}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}}{(7,09 \cdot 10^{-5})^2}} = 2,04 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$E_m = E_c + E_p = \dots = -\frac{1}{2} G.M.m/r = -\frac{1}{2} 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23} \cdot 21 / 2,04 \cdot 10^7 = -2,17 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Pregunta 2.-

Una fuente puntual de 3 μW emite una onda sonora.

a) ¿Qué magnitud física “oscila” en una onda de sonido? ¿Es una onda longitudinal o transversal?

b) Calcule la intensidad sonora y el nivel de intensidad sonora a 5 m de la fuente. Determine a qué distancia del foco emisor se debe situar un observador para dejar de percibir dicho sonido.

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m⁻².

El sonido es una onda longitudinal que necesita un medio para propagarse pues lo que se propaga es una variación en la presión. La energía emitida por el foco se reparte por el espacio en todas direcciones conformando el frente de ondas esferas; la intensidad en un punto es la potencia por unidad de superficie:

$$I = P / S = 3 \cdot 10^{-6} / (4 \cdot \pi \cdot 5^2) = 9,55 \cdot 10^{-9} \text{ W/m}^2$$

$$\beta = 10 \lg(I/I_0) = 10 \cdot \lg(9,55 \cdot 10^{-9} / 10^{-12}) = 39,8 \text{ dB}$$

Para no oír el sonido la potencia recibida debe ser menor que la intensidad umbral.

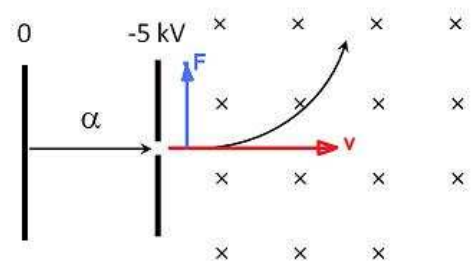
$$I < I_0 \rightarrow I = P / S = 3 \cdot 10^{-6} / (4 \cdot \pi \cdot r^2) < 10^{-12} \rightarrow r^2 > 3 \cdot 10^{-6} / (4 \cdot \pi \cdot 10^{-12}) = 238730 \rightarrow r > 489 \text{ m}$$

Pregunta 3.-

Una partícula alfa (núcleo de helio) inicialmente en reposo se acelera a través de una diferencia de potencial de 5 kV, y entra en una región con un campo magnético de 0,3 T perpendicular a su velocidad, como muestra la figura. Determine al penetrar en el campo magnético:

a) La energía cinética adquirida por la partícula y el módulo de su velocidad.

b) La fuerza magnética que experimenta la partícula y el radio de curvatura de la trayectoria.



Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C; Masa de la partícula alfa, $m_\alpha = 6,68 \cdot 10^{-27}$ kg.

Carga de la partícula α : $q = + 2 \cdot e = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,2 \cdot 10^{-19}$ C

Aceleración de la partícula α :

$$E_m = \text{constante} \rightarrow E_m \text{ salida} = E_m \text{ llegada} \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot 0^2 + q \cdot 0 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + q \cdot (-5000) \\ \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = q \cdot 5000 = 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 5000 = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ J} = \text{Energía cinética}$$

$$v^2 = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-15} / 6,68 \cdot 10^{-27} = 4,79 \cdot 10^{11} \rightarrow v = 6,92 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

La fuerza que ejerce el campo magnético es la fuerza centrípeta necesaria para describir la curva

$$\mathbf{F}_m = q (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) \rightarrow F_m = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 90 = 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 6,92 \cdot 10^5 \cdot 0,3 = 6,64 \cdot 10^{-14} \text{ N} \rightarrow \mathbf{F}_m = 6,64 \cdot 10^{-14} \mathbf{j}$$

$$F_m = F_c = m \cdot v^2 / R \rightarrow F_m = m \cdot v^2 / R \rightarrow R = m \cdot v^2 / F_m = 6,68 \cdot 10^{-27} \cdot 4,79 \cdot 10^{11} / 6,64 \cdot 10^{-14} = 0,48 \text{ m}$$

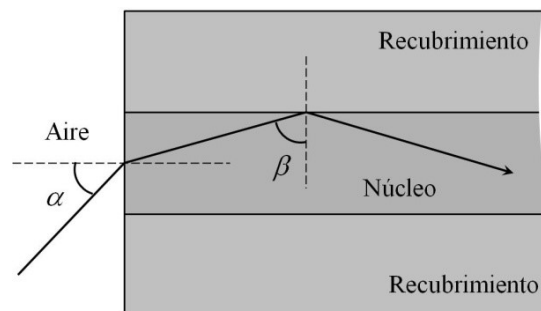
Pregunta 4.-

Una fibra óptica de vidrio posee un núcleo con un índice de refracción de 1,55, rodeado por un recubrimiento de índice de refracción de 1,45. Determine:

- El ángulo mínimo β que debe tener un rayo que viaja por la fibra óptica a partir del cual se produce reflexión total interna entre el núcleo y el recubrimiento.
- El ángulo máximo de entrada α a la fibra para que un rayo viaje confinado en la región del núcleo.

Dato: Índice de refracción del aire, $n_{\text{aire}} = 1$.

$$n_i \cdot \sin i = n_r \cdot \sin r$$



$$a) \text{ Si se refleja } r = 90^\circ \rightarrow n_i \cdot \sin \beta = n_r \cdot \sin 90 \rightarrow \sin \beta = n_r / n_i = 1,45 / 1,55 = 0,9355 \rightarrow \beta < 69,3^\circ$$

b) En la entrada se refracta:

$$n_{\text{aire}} \cdot \sin \alpha = n_{\text{núcleo}} \cdot \sin (90 - \beta) \rightarrow \sin \alpha = 1,55 \cdot \sin (90 - 69,3) / 1 = 0,5479 \rightarrow \alpha > 33,2^\circ$$

Pregunta 5.-

Para observar el efecto fotoeléctrico sobre un metal que posee una función de trabajo de 2,1 eV se utiliza una lámpara de Cd que emite en cuatro líneas espectrales de distinta longitud de onda: línea roja a 643,8 nm; línea verde a 538,2 nm; línea azul a 480,0 nm y línea violeta a 372,9 nm.

- ¿Qué líneas espectrales provocarán efecto fotoeléctrico en ese material? Justifique la respuesta. Calcule la energía cinética máxima de los fotoelectrones si se utiliza la línea espectral azul.
- Determine la longitud de onda de De Broglie asociada a los fotoelectrones con energía cinética máxima utilizando la línea azul. ¿Podrían ser considerados esos electrones como relativistas? Justifique la respuesta.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa en reposo del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

$$W_o = 2,1 \text{ eV} = 2,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,36 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{\text{foton}} = h \cdot F = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot$$

$$c = \lambda \cdot F \rightarrow F = c / \lambda$$

$$F_{\text{rojo}} = 3 \cdot 10^8 / 643,8 \cdot 10^{-9} = 4,66 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \rightarrow E_{\text{rojo}} = h \cdot F = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,66 \cdot 10^{14} = 3,09 \cdot 10^{-19} \text{ J} < W_o \rightarrow \text{No}$$

$$F_{\text{verde}} = 3 \cdot 10^8 / 538,2 \cdot 10^{-9} = 5,57 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \rightarrow E_{\text{verde}} = h \cdot F = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5,57 \cdot 10^{14} = 3,69 \cdot 10^{-19} \text{ J} > W_o \rightarrow \text{Si}$$

$$F_{\text{azul}} = 3 \cdot 10^8 / 480,0 \cdot 10^{-9} = 6,25 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \rightarrow E_{\text{azul}} = h \cdot F = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6,25 \cdot 10^{14} = 4,14 \cdot 10^{-19} \text{ J} > W_o \rightarrow \text{Si}$$

$$F_{\text{violeta}} = 3 \cdot 10^8 / 372,9 \cdot 10^{-9} = 8,05 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \rightarrow E_{\text{violeta}} = h \cdot F = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 8,05 \cdot 10^{14} = 5,33 \cdot 10^{-19} \text{ J} > W_o \rightarrow \text{Si}$$

La línea espectral roja no provoca el efecto fotoeléctrico pues la energía de sus fotones es inferior al trabajo de extracción de electrones.

$$\text{Si se ilumina con azul: } E_{\text{cinetica}} = E_{\text{foton}} - W_o = 4,14 \cdot 10^{-19} - 3,36 \cdot 10^{-19} = 7,8 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$p = m \cdot v \quad E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} p^2 / m \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m \cdot E_c} = \sqrt{(2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 7,8 \cdot 10^{-20})} = 8,68 \cdot 10^{-25} \text{ N.s}$$

$$v = p / m = 8,68 \cdot 10^{-25} / 9,1 \cdot 10^{-31} = 9,54 \cdot 10^5 \text{ m/s} \ll 3 \cdot 10^8 \text{ no son electrones "relativistas"}$$

$$\lambda = h / p = 6,63 \cdot 10^{-34} / 8,68 \cdot 10^{-25} = 7,64 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$