

EXÁMEN SELECTIVIDAD FÍSICA. MADRID. JUNIO 2016

OPCIÓN A:

Pregunta 1.- El planeta Marte, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica. El punto de la órbita más cercano al Sol, perihelio, se encuentra a $206,7 \cdot 10^6$ km, mientras que el punto de la órbita más alejado del Sol, afelio, está a $249,2 \cdot 10^6$ km. Si la velocidad de Marte en el perihelio es de $26,50 \text{ km s}^{-1}$, determine:

- La velocidad de Marte en el afelio.
- La energía mecánica total de Marte en el afelio.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de Marte, $M_M = 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$; Masa del Sol $M_s = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

a) T. Conservación del momento cinético $m \cdot v \cdot r = \text{constante}$

$$(m \cdot v \cdot r)_{\text{afelio}} = (m \cdot v \cdot r)_{\text{perihelio}} \rightarrow m \cdot v_{\text{afelio}} \cdot 249'2 \cdot 10^6 = m \cdot 26'5 \cdot 206'7 \cdot 10^6$$

$$v_{\text{afelio}} = \dots = 21'98 \text{ km/s}$$

b) $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot M \cdot m / r =$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6'42 \cdot 10^{23} \cdot 21980^2 - 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 1'99 \cdot 10^{30} \cdot 6'42 \cdot 10^{23} / 249'2 \cdot 10^9 = -1'87 \cdot 10^{32} \text{ J}$$

Pregunta 2.- Un bloque de 2 kg de masa, que descansa sobre una superficie horizontal, está unido a un extremo de un muelle de masa despreciable y constante elástica $4,5 \text{ N m}^{-1}$. El otro extremo del muelle se encuentra unido a una pared. Se comprime el muelle y el bloque comienza a oscilar sobre la superficie. Si en el instante $t = 0$ el bloque se encuentra en el punto de equilibrio y su energía cinética es de $0,90 \cdot 10^{-3} \text{ J}$, calcule, despreciando los efectos del rozamiento:

- La ecuación del movimiento $x(t)$ si, en $t = 0$, la velocidad del bloque es positiva.
- Los puntos de la trayectoria en los que la energía cinética del bloque es $0,30 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

$$a) \quad E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2, \quad E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2, \quad E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2 \text{ constante}$$

$$\text{en } x = 0 \rightarrow E_p = 0 \rightarrow E_m = 0'9 \cdot 10^{-3} + 0 = \frac{1}{2} \cdot 4'5 \cdot A^2 \rightarrow A = \dots = 0'02 \text{ m}$$

si para $t = 0$ $x = 0$ como $x = A \cdot \sin(w \cdot t + \phi) \rightarrow \sin \phi = 0 \rightarrow \phi = 0$ ó $\phi = \pi$

como $v = A \cdot w \cdot \cos(w \cdot t + \phi) > 0 \rightarrow \cos \phi > 0 \rightarrow \phi = 0$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4'5}{2}} = 1'5 \text{ rad/s}$$

$$x = 0'02 \cdot \sin(1'5 \cdot t)$$

$$v = 0'02 \cdot 1'5 \cdot \cos(1'5 \cdot t) = 0'03 \cdot \cos(1'5 \cdot t)$$

$$a = -0'02 \cdot 1'5^2 \cdot \sin(1'5 \cdot t) = 0'045 \cdot \sin(1'5 \cdot t)$$

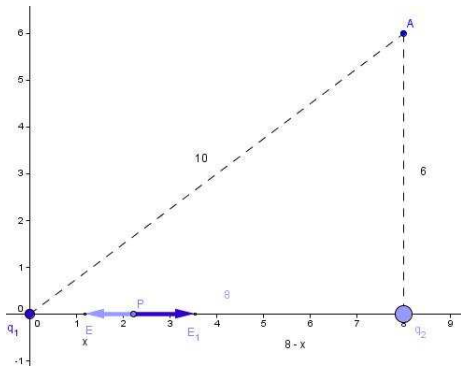
b) $E_m = \frac{1}{2} k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 4'5 \cdot 0'02^2 = 0'9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

$$E_m = E_c + E_p \rightarrow 0'9 \cdot 10^{-3} = 0'3 \cdot 10^{-3} + \frac{1}{2} \cdot 4'5 \cdot x^2 \rightarrow x = \sqrt{\dots} = \pm 0'01633 \text{ m}$$

Pregunta 3.- Dos cargas puntuales, $q_1 = 3 \text{ } \mu\text{C}$ y $q_2 = 9 \text{ } \mu\text{C}$, se encuentran situadas en los puntos (0,0) cm y (8,0) cm. Determine:

- El potencial electrostático en el punto (8,6) cm.
- El punto del eje X, entre las dos cargas, en el que la intensidad del campo eléctrico es nula.

Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.



distancia $q_1 A = 10 \text{ cm}$ (Pitágoras)

$$V_A = V_1 + V_2 = k \cdot q_1 / r_1 + k \cdot q_2 / r_2 =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} / 10 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-6} / 6 \cdot 10^{-2} =$$

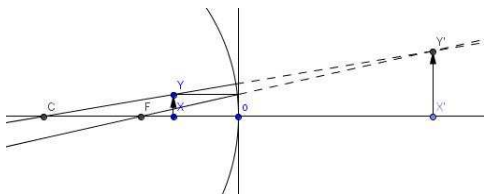
$$= 16 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ Voltios}$$

$$E = 0 \rightarrow E_1 = E_2 \rightarrow k \cdot 3 \cdot 10^{-6} / x^2 = k \cdot 9 \cdot 10^{-6} / (0'08 - x)^2 \rightarrow (0'08 - x)^2 = 3 \cdot x^2$$

$$x = \dots = 0'029 \text{ m} \rightarrow P = (0'029, 0)$$

Pregunta 4.- Se sitúa un objeto de 2 cm de altura 30 cm delante de un espejo cóncavo, obteniéndose una imagen virtual de 6 cm de altura.

- Determine el radio de curvatura del espejo y la posición de la imagen.
- Dibuje el diagrama de rayos.



El espejo cóncavo solo produce imágenes virtuales cuando el objeto está entre el foco y el polo.

Si $y' = 6 \text{ cm}$ e $y = 2 \text{ cm}$

$$A = y' / y = -x' / x \rightarrow 6 / 2 = -x' / (-30) \rightarrow x' = +90 \text{ cm}$$

$$1/x' + 1/x = 1/f \rightarrow 1/90 + 1/(-30) = 1/f \rightarrow f = -45 \text{ cm}$$

$$\rightarrow R = 2 \cdot f = 90 \text{ cm}$$

Pregunta 5.- El isótopo radiactivo ^{131}I es utilizado en medicina para tratar determinados trastornos de la glándula tiroides. El periodo de semidesintegración del ^{131}I es de 8,02 días. A un paciente se le suministra una pastilla que contiene ^{131}I cuya actividad inicial es $55 \cdot 10^6 \text{ Bq}$. Determine:

- Cuántos gramos de ^{131}I hay inicialmente en la pastilla.
- La actividad de la pastilla transcurridos 16 días.

Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; Masa atómica del ^{131}I , $M_I = 130,91 \text{ u}$.

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda \rightarrow \lambda = \ln 2 / 8'02 = 0'08643 \text{ días}^{-1} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$A = \lambda \cdot N \rightarrow$$

$$N = A / \lambda = 55 \cdot 10^6 / 1 \cdot 10^{-6} = 55 \cdot 10^{12} \text{ átomos} = 9'14 \cdot 10^{-11} \text{ moles} = 1'196 \cdot 10^{-8} \text{ gr}$$

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 55 \cdot 10^6 \cdot e^{-0'08643 \cdot 16} = 1'38 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

OPCIÓN B:

Pregunta 1.- Un astronauta utiliza un muelle de constante elástica $k = 327 \text{ N m}^{-1}$ para determinar la aceleración de la gravedad en la Tierra y en Marte. El astronauta coloca en posición vertical el muelle y cuelga de uno de sus extremos una masa de 1 kg hasta alcanzar el equilibrio. Observa que en la superficie de la Tierra el muelle se alarga 3 cm y en la de Marte sólo 1,13 cm.

- Si el astronauta tiene una masa de 90 kg, determine la masa adicional que debe añadirse para que su peso en Marte sea igual que en la Tierra.
- Calcule la masa de la Tierra suponiendo que es esférica.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$\text{peso} = F_{\text{muelle}} \rightarrow m \cdot g = k \cdot x \rightarrow 1 \cdot g = 327 \cdot x \rightarrow$$

$$g_T = 327 \cdot 0,03 = 9,81 \text{ N/m}$$

$$g_M = 327 \cdot 0,0113 = 3,6951 \text{ N/m}$$

$$m = 90 \text{ kg} \rightarrow p_T = 90 \cdot 9,81 = 882,9 \text{ N}$$

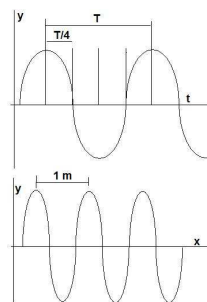
sea M la masa adicional:

$$(90 + M) \cdot g_M = 882,9 \rightarrow (90 + M) \cdot 3,6951 = 882,9 \rightarrow M = \dots = 148,94 \text{ kg}$$

$$g_T = G \cdot M_T / R^2 \rightarrow M_T = g_T \cdot R^2 / G = \dots = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Pregunta 2.- Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda tensa. En un cierto instante se observa que la distancia entre dos máximos consecutivos es de 1 m. Además, se comprueba que un punto de la cuerda pasa de una elongación máxima a nula en 0,125 s y que la velocidad máxima de un punto de la cuerda es de $0,24 \pi \text{ m s}^{-1}$. Si la onda se desplaza en el sentido positivo del eje X, y en $t = 0$ la velocidad del punto $x = 0$ es máxima y positiva, determine:

- La función de onda.
- La velocidad de propagación de la onda y la aceleración transversal máxima de cualquier punto de la cuerda.



$$\lambda = 1 \text{ m} \rightarrow k = 2\pi / \lambda = 2\pi / 1 = 2\pi \text{ rad/m}$$

$$T = 4 \cdot 0,125 = 0,5 \text{ s} \rightarrow \omega = 2\pi / T = 2\pi / 0,5 = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \phi)$$

$$v = dy/dt = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \phi) \rightarrow v_{\text{max}} = A \cdot \omega$$

$$\text{si } v_{\text{max}} = 0,24\pi \rightarrow 0,24\pi = A \cdot 4\pi \rightarrow A = 0,06 \text{ m}$$

$$y = 0,06 \cdot \sin(4\pi \cdot t - 2\pi \cdot x + \phi)$$

$$\text{en } x = 0 \text{ y } t = 0 \rightarrow v = 0,06 \cdot 4\pi \cdot \cos(4\pi \cdot 0 - 2\pi \cdot 0 + \phi) = 0,06 \cdot 4\pi \cdot \cos \phi = v_{\text{max}} = 0,24\pi \rightarrow \cos \phi = 1 \rightarrow \phi = 0$$

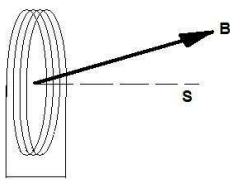
La ecuación de la onda es : $y = 0,06 \cdot \sin(4\pi \cdot t - 2\pi \cdot x)$

$$v_{\text{onda}} = \lambda / T = 1 / 0,5 = 2 \text{ m/s}$$

$$a = dv/dt = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x) \rightarrow a_{\text{max}} = A \cdot \omega^2 = 0,06 \cdot (4\pi)^2 = 9,47 \text{ m/s}^2$$

Pregunta 3.- Un campo magnético variable en el tiempo de módulo $B = 2 \cos(3\pi t - \pi/4) \text{ T}$, forma un ángulo de 30° con la normal al plano de una bobina formada por 10 espiras de radio $r = 5 \text{ cm}$. La resistencia total de la bobina es $R = 100 \Omega$. Determine:

- El flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo.
- La fuerza electromotriz y la intensidad de corriente inducidas en la bobina en el instante $t = 2 \text{ s}$.



$$\phi = B \cdot N \cdot S \cdot \cos \theta = 2 \cdot \cos(3\pi t - \pi/4) \cdot 10 \cdot \pi \cdot 0'05^2 \cdot \cos 30^\circ = 0'136 \cdot \cos(3\pi t - \pi/4)$$

$$\varepsilon = -d\phi/dt = -0'136 \cdot 3\pi \cdot (-\sin(3\pi t - \pi/4)) = 1'282 \cdot \sin(3\pi t - \pi/4)$$

$$i = \varepsilon / R = 1'282 \cdot \sin(3\pi t - \pi/4) / 100 = 0'01282 \cdot \sin(3\pi t - \pi/4)$$

en el instante $t = 2$:

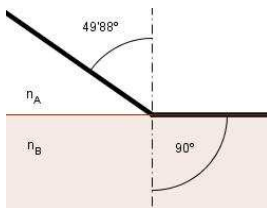
$$\varepsilon = 1'282 \cdot \sin(3\pi \cdot 2 - \pi/4) = -0'91 \text{ voltios}$$

$$i = 0'01282 \cdot \sin(3\pi \cdot 2 - \pi/4) = -0'009 \text{ amperios}$$

Pregunta 4.- Un rayo de luz incide desde un medio A de índice de refracción n_A a otro B de índice de refracción n_B . Los índices de refracción de ambos medios cumplen la relación $n_A + n_B = 3$. Cuando el ángulo de incidencia desde el medio A hacia el medio B es superior o igual a $49,88^\circ$ tiene lugar reflexión total.

a) Calcule los valores de los índices de refracción n_A y n_B .

b) ¿En cuál de los dos medios la luz se propaga a mayor velocidad? Razone la respuesta.



$$n_A \cdot \sin i = n_B \cdot \sin r \rightarrow n_A \cdot \sin 49'88 = n_B \cdot \sin 90 \rightarrow n_B = 0'765 \cdot n_A$$

$$n_A + n_B = 3 \rightarrow n_A + 0'765 \cdot n_A = 3 \rightarrow n_A = 1'7 \rightarrow n_B = 1'3$$

$$n = c / V \rightarrow V = c / n \rightarrow \text{a menor } n \text{ mayor } V \rightarrow V_B > V_A$$

Pregunta 5.- Al incidir luz de longitud de onda $\lambda = 276,25 \text{ nm}$ sobre un cierto material, los electrones emitidos con una energía cinética máxima pueden ser frenados hasta detenerse aplicando una diferencia de potencial de 2 V . Calcule:

a) El trabajo de extracción del material.

b) La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con energía cinética máxima.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; Masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

$$E_c = q \cdot V = 1'6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 = 3'2 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad , \quad F = c / \lambda = 3 \cdot 10^8 / 276'25 \cdot 10^{-9} = 1'086 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$E_{\text{fotón}} = W_o + E_c$$

$$W_o = E_{\text{fotón}} - E_c = h \cdot F - E_c = 6'63 \cdot 10^{-34} \cdot 1'086 \cdot 10^{15} - 3'2 \cdot 10^{-19} = 4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow 2 \cdot m \cdot E_c = m^2 \cdot v^2 = (m \cdot v)^2 \rightarrow$$

$$m \cdot v = \sqrt{(2 \cdot m \cdot E_c)} = \sqrt{(2 \cdot 9'1 \cdot 10^{-31} \cdot 3'2 \cdot 10^{-19})} = 7'63 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\lambda = h / (m \cdot v) = 6'63 \cdot 10^{-34} / 7'63 \cdot 10^{-25} = 8'69 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$