OPCIÓN A**PROBLEMAS**

1.- El movimiento de un oscilador armónico se ajusta a la siguiente ecuación:

$$x = 3 \cos(3\pi t + \pi/3) \text{ m}$$

- ¿Cuánto valen la amplitud, la frecuencia angular, la constante de fase, el período y la frecuencia de oscilación?
- Calcula la elongación, su velocidad y aceleración en $t = 3\text{s}$.
- Determina la elongación, la velocidad y la aceleración máximas del MAS.

2.- Una onda armónica transversal que se propaga a lo largo de la dirección positiva del eje X tiene una amplitud de 0,1 m, una longitud de onda de 1,25 m y una velocidad de propagación de 1,4 m/s. Si la elongación del punto $x=0$ en el instante $t=0$ es -0,1 m, determina:

- a) El número de ondas y la pulsación de la onda.
- b) La ecuación del MAS que describe la partícula situada en el punto $x=0$.
- c) La ecuación de la onda, expresada en unidades del SI.

CUESTIONES

- Dibuja en una misma gráfica dos ondas, de manera que una tenga doble amplitud que la primera, su frecuencia sea doble que la de la otra y presente un desfase de π radianes respecto a la primera.
- Dos partículas de masas m y m' efectúan oscilaciones armónicas de amplitud unidas a resortes de la misma k . Si $m' > m$: a) ¿qué partícula tiene mayor energía mecánica?; b) ¿Cuál de las dos tiene mayor energía cinética al pasar por el punto más bajo?; c) ¿Son iguales sus velocidades en el punto más bajo?; d) ¿Son iguales sus períodos de oscilación?
- Explica el fenómeno de la resonancia en la amplitud.
- ¿Qué es la interferencia entre ondas armónicas y cuándo tiene lugar una interferencia constructiva entre ondas idénticas? ¿Y destructiva?

OPCION B**PROBLEMAS**

1.- Un péndulo simple de 2 m de longitud tiene un período de 2,84 s para pequeñas oscilaciones:

- Determina la intensidad del campo gravitatorio en el lugar de la medición.
- Si la velocidad de la bolita del péndulo cuando pasa por la posición de equilibrio es de 0,4 m/s, calcula la amplitud de la oscilación.
- Si la oscilación comienza en uno de los extremos, escribe la ecuación de la posición y represéntala en función del tiempo.

2.- Un foco emite ondas cuya amplitud es 2 m, siendo su frecuencia angular $\pi/3$ rad y su longitud de onda 36 m. Determina:

- La ecuación de la onda.
- La velocidad de propagación de la onda en el medio.
- La elongación y la velocidad de vibración de un punto que dista 24 m del foco en el instante $t=4$ s

CUESTIONES

- Dibuja dos ondas armónicas tales que una tenga el triple de frecuencia y la mitad de amplitud que la otra y que entre las dos exista un desfase de $\pi/2$.
- Deduces la expresión de la velocidad y de la aceleración de un MAS en función de la elongación.
- Enuncia el principio de Huygens y utilízalo para explicar el fenómeno de la difracción de ondas.
- Dos objetos, de la misma masa, se encuentran unidos a sendos muelles idénticos. Se estiran a la vez, el primero 10 cm y el segundo 5 cm, y se dejan en libertad. ¿Cuál de los dos objetos alcanzará primero la posición de equilibrio?

SOLUCIONES

OPCIÓN A

PROBLEMAS

1.- a) Comparando con la ecuación del MAS, obtenemos:

$$A = 3 \text{ m}; \omega = 3\pi \text{ rad/s}; \varphi_0 = \pi/3 \text{ rad}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,66 \text{ s}; f = 1/T = 1,5 \text{ Hz}$$

b) Sustituimos directamente para calcular la elongación:

$$x = 3 \cdot \cos(3\pi \cdot 3 + \pi/3) = -1,5 \text{ m}$$

es decir está a 1,5 m de la posición de equilibrio, pero en el lado negativo de las x.

Para calcular la velocidad, derivamos respecto del tiempo t:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [3\cos(3\pi t + \pi/3)] = -9\pi \sin(3\pi t + \pi/3) \text{ m/s}$$

En t = 3s, queda v = **24,47 m/s**

Y la aceleración se calcula volviendo a derivar en la velocidad:

$$a = -27 \pi^2 \cos(3\pi t + \pi/3) \text{ m/s}^2$$

y en t = 3 s, vale a = **133,10 m/s²**

c) Para calcular la elongación, velocidad y aceleración máximas, recordamos que las funciones seno y coseno son acotadas en módulo, de valor ± 1 , y quedarán como valores máximos los correspondientes a esos valores:

$$x_{\text{Max}} = \pm 3 \text{ m (justo la amplitud)}$$

$$v_{\text{Max}} = \pm 9\pi \text{ m/s}$$

$$a_{\text{Max}} = \pm 27\pi^2 \text{ m/s}^2$$

2.- a) Calculamos el número de ondas aplicando la definición:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 5 \text{ m}^{-1}$$

Para calcular la pulsación hacemos uso de la velocidad de la onda:

$$v = \frac{\lambda}{T} \rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1,25}{1,4} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 7 \text{ rad/s}$$

b) La ecuación del MAS que describe una partícula será

$$y(t, x=0) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

e imponiendo las condiciones iniciales puedo calcular la fase inicial:

$$-0,1 = 0,1 \cdot \sin(7 \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$-1 = \sin \varphi_0$$

$$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

Y la ecuación quedará:

$$y(t) = 0,1 \sin(7t + 3\pi/2) \text{ m.}$$

c) La ecuación de onda es:

$$y(x, t) = 0,1 \sin(7t - 5x + 3\pi/2) \text{ en unidades del SI}$$

OPCIÓN B

PROBLEMAS

1.- a) La ecuación para un péndulo simple bajo pequeñas oscilaciones vale:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

y puedo sustituir los valores y despejar g,

$$g = 9,78 \text{ m/s}^2$$

b) La posición de equilibrio corresponde a $x = 0$; utilizamos la expresión de la velocidad en función de la elongación:

$$v = -\omega \sqrt{A^2 - x^2}$$
$$v = \frac{2\pi}{T} \sqrt{A^2} = \frac{2\pi A}{T} \rightarrow A = \frac{vT}{2\pi} = 0,18 \text{ m}$$

c) La ecuación general de un MAS:

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$
$$x = 0,18 \cdot \sin(2,21 \cdot t + \varphi_0)$$

Para calcular la constante inicial, impongo la condición que me da el enunciado: el movimiento comienza desde uno de los extremos, es decir, para $t = 0$, $x = A$.

$$0,18 = 0,18 \cdot \sin \varphi_0$$
$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Y la ecuación queda:

$$x = 0,18 \cdot \sin(2,21 \cdot t + \pi/2)$$

2.- a) La ecuación general del movimiento ondulatorio:

$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

Sustituyendo,

$$y(x, t) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} t - \frac{\pi}{18} x\right)$$

Aunque también se puede escribir:

$$y(x, t) = 2 \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{6} - \frac{x}{36}\right)\right]$$

b) La velocidad de propagación de la onda:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{36}{6} = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

con $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6 \text{ s}$

c) La elongación en ese punto y ese instante se obtiene sustituyendo en la ecuación de ondas:

$$y(24, 4) = 2 \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{4}{6} - \frac{24}{36}\right)\right] = 0 \text{ m}$$

y la velocidad la obtenemos derivando respecto a t;

$$v(x, t) = \frac{dy}{dt} = 2 \frac{2\pi}{6} \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{6} - \frac{x}{36}\right)\right]$$
$$v(24, 4) = \frac{dy}{dt} = 2 \frac{2\pi}{6} \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{4}{6} - \frac{24}{36}\right)\right] = \frac{2\pi}{3} \cos 0 = 2,1 \text{ m/s}$$