FUNCIONES. DOMINIO DE UNA FUNCIÓN

Ejercicio nº1

¿Para qué valores de x tienen sentido las siguientes funciones?

a) $f(x)=\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}-2\sqrt{2}$

b) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}$

Ejercicio nº3

Hallar el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4x+4}$

b) $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-1}$

c) $f(x)=\dfrac{x}{1-\sqrt{x+1}}$

d) $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{x+1}}{x}$

Ejercicio nº4

Halla lel dominio de las siguientes funciones a trozos:

a) $$f(x)=\begin{cases} -x & \text{si } x \le 1 \\ -\dfrac{1}{x} & \text{si } 1 < x \le 3 \\ 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

b) $$f(x)=\begin{cases} -1 & \text{si } -8 \le x < -4 \\ x+2 & \text{si } -4 \le x < 2 \\ \dfrac{8}{x} & \text{si } 2 \le x \end{cases}$$

Ejercicio nº5

Halla el dominio de las siguientes funciones.

a) $\left(2x-\sqrt{4x^2-x}\right)$

b) $\sqrt{(x+2)(x+3)}-x$

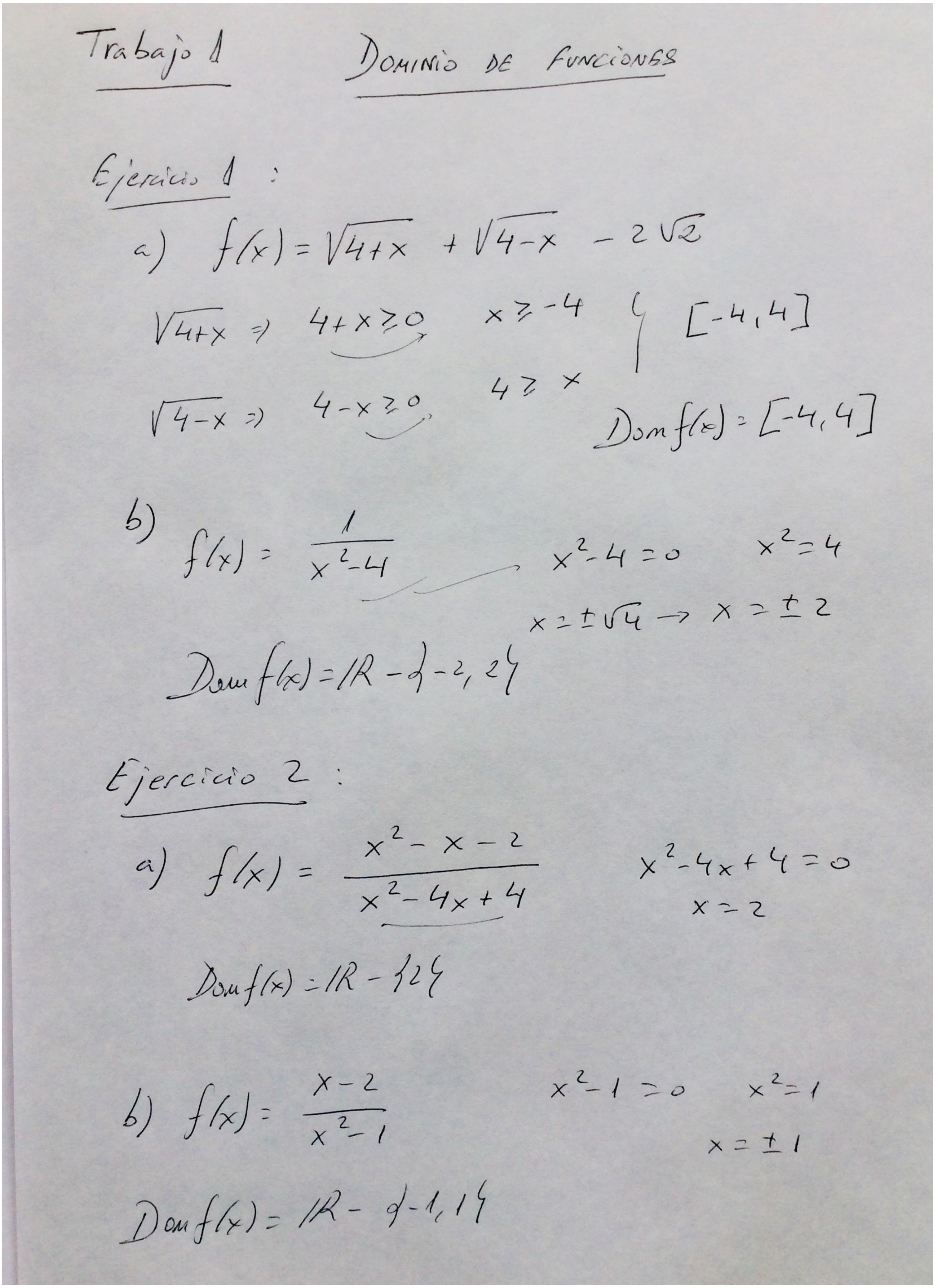
c) $\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4}$

d) Ln (x – 3)

e) $\ln\dfrac{x+2}{x+1}$

d) $\ln\sqrt{x^2-9}$

SOLUCIONES:



Trabajo 1 — DOMINIO DE FUNCIONES

Ejercicio 1:

a) $f(x)=\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}-2\sqrt{2}$

$$\left.\begin{array}{lll} \sqrt{4+x} \Rightarrow & 4+x\geq 0 & x\geq -4 \\ \sqrt{4-x} \Rightarrow & 4-x\geq 0 & 4\geq x \end{array}\right\} [-4,4]$$

$\mathrm{Dom}\, f(x) = [-4,4]$

b) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4} \longrightarrow x^2-4=0 \quad x^2=4$

$x=\pm\sqrt{4} \rightarrow x=\pm 2$

$\mathrm{Dom}\, f(x) = \mathbb{R}-\{-2,2\}$

Ejercicio 2:

a) $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4x+4}$ $\quad x^2-4x+4=0$

$x=2$

$\mathrm{Dom}\, f(x) = \mathbb{R}-\{2\}$

b) $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-1}$ $\quad x^2-1=0 \quad x^2=1$

$x=\pm 1$

$\mathrm{Dom}\, f(x) = \mathbb{R}-\{-1,1\}$

c) $f(x) = \dfrac{x}{1-\sqrt{x+1}}$

$1-\sqrt{x+1} = 0 \Rightarrow 1 = \sqrt{x+1}$ $\quad 1^2 = x+1$

$1 = x+1$

$\boxed{x=0}$

$\sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 \geq 0 \quad \underline{\underline{x \geq -1}}$

$Dom\, f(x) = [-1, \infty) - \{0\}$

$Dom\, f(x) = [-1, 0) \cup (0, \infty)$

d) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}}{\underline{x}}$

$\underline{x=0}$

$\sqrt{1-x} \Rightarrow \underbrace{1-x \geq 0} \quad 1 \geq x$

$\sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 \geq 0 \quad x \geq -1$

$Dom\, f(x) = [-1, 1] - \{0\}$

$Dom\, f(x) = [-1, 0) \cup (0, 1]$

Ejercicio 3:

a)

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 1 \rightarrow (-\infty, 1] \\ \boxed{-\frac{1}{x}} & \text{si } 1 < x \leq 3 \rightarrow (1, 3] \\ 1 & \text{si } x > 3 \rightarrow (3, \infty) \end{cases}$$

$x = 0$?

$$\text{Dom} f(x) : (-\infty, 1] \cup (1, 3] \cup (3, \infty) =$$

$$\text{Dom} f(x) = \mathbb{R}.$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } -8 \leq x < -4 \quad [-8, -4) \\ x + 2 & \text{si } -4 \leq x < 2 \quad [-4, 2) \\ \frac{8}{\boxed{x}} & \text{si } 2 \leq x \quad [2, \infty) \end{cases}$$

$x = 0$?

$$\text{Dom} f(x) : [-8, -4) \cup [-4, 2) \cup [2,$$

$$\text{Dom} f(x) = \mathbb{R}$$

Ejercicio 4

a) $2x - \sqrt{4x^2 - x}$

$\sqrt{4x^2 - x} \Rightarrow 4x^2 - x \geq 0 \Rightarrow 4x^2 - x = 0$

$x(4x-1) = 0$

$x = 0$

$4x - 1 = 0 \quad x = \frac{1}{4}$

$-\infty \quad 0 \quad \frac{1}{4} \quad \infty$

x	$-$	$+$	$+$
$4x-1$	$-$	$-$	$+$
	$+$	$-$	$+$

$-\infty \quad 0 \quad \frac{1}{4} \quad \infty$

$4x^2 - x \geq 0 \Rightarrow (-\infty, 0] \cup [\frac{1}{4}, \infty)$

$\mathrm{Dom}\, f(x) = (-\infty, 0] \cup [\frac{1}{4}, \infty)$

b) $\sqrt{(x+2)(x+3)} - x$

$\sqrt{(x+2)(x+3)} \Rightarrow (x+2)(x+3) \geq 0$

$\nearrow x + 2 = 0 \quad x = -2$

$\searrow x + 3 = 0 \quad x = -3$

$-\infty \quad -3 \quad -2 \quad +\infty$

$(x+2)$	$-$	$-$	$+$
$(x+3)$	$-$	$+$	$+$
	$+$	$-$	$+$

$-\infty \quad +\infty$

$\mathrm{Dom}\, f(x) = (-\infty, -3] \cup [-2, \infty)$

Ejercicio 4

c) $\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4}$

$\sqrt{x+16}-4=0$

$\sqrt{x+16}=4$

$x+16=4^2$

$x=0$

$\sqrt{x+9} \rightarrow x+9 \geq 0$

$x \geq -9$

$\sqrt{x+16} \rightarrow x+16 \geq 0$

$x \geq -16$

$\text{Dom } f(x) = [-9, \infty) - \{0\}$

$\text{Dom } f(x) = [-9, 0) \cup (0, \infty)$

d) $\ln(x-3)$ $\quad x-3>0 \quad x>3$

$\text{Dom } f(x) = (3, \infty)$

e) $\ln \dfrac{x+2}{x+1}$

$x+1=0 \quad x=-1$

$\dfrac{x+2}{x+1}>0$

	$-\infty$ … -2	-2 … -1	-1 … $+\infty$
$x+2$	$-$	$+$	$+$
$x+1$	$-$	$-$	$+$
	$+$	$-$	$+$

$\text{Dom } f(x) = (-\infty, -2) \cup (-1, \infty)$

f) $Ln \sqrt{x^2-9}$

$x^2-9 > 0 \quad \underbrace{x^2 > 9} \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{array}{l} x = -3 \\ x = 3 \end{array}$

$Dom\, f(x) = (-\infty, -3) \cup (3, \infty)$