

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = 0'3; \quad P(B) = 0'8; \quad P(A \cup B) = 0'9.$$

Calcúlese:

- a) $P(\bar{A} | B)$.
- b) $P(A | \bar{B})$.

Nota: $\bar{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Una empresa fabrica dos modelos de ordenadores portátiles A y B, siendo la producción del modelo A el doble que la del modelo B. Se sabe que la probabilidad de que un ordenador portátil del modelo A salga defectuoso es de 0'02, mientras que esa probabilidad en el modelo B es de 0'06. Calcúlese la probabilidad de que un ordenador fabricado por dicha empresa elegido al azar:

- a) No salga defectuoso.
- b) Sea del modelo A, si se sabe que ha salido defectuoso.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En una bolsa hay 10 caramelos de fresa, 15 de menta y 5 de limon. Se extraen sucesivamente de la bolsa dos caramelos. Se pide:

- a) Determinar la probabilidad de que el segundo de ellos sea de fresa.
- b) Sabiendo que el segundo ha sido de fresa, calcular la probabilidad de que lo haya sido también el primero.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El consumo de combustible, en litros cada 100 kilómetros (l/100km), de los vehículos nuevos matriculados en España se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 1'2$ l/100km. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 49.

- a) Calcúlese el nivel de confianza con el que se ha obtenido el intervalo de confianza (4'528 ; 5'2) para la media.
- b) Supóngase ahora que $\mu = 4'8$ l/100km. Calcúlese la probabilidad de que la media de la muestra, $\bar{X}$, esté comprendida entre 4'5 y 5'1 l/100km.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Un determinado partido político desea estimar la proporción de votantes, p , que actualmente se decantaría por él.

- a) Asumiendo que $p = 0'5$, determínese el tamaño mínimo necesario de una muestra de votantes para garantizar que, con una confianza del 90 %, el margen de error en la estimación no supere el 2 %.
- b) Se tomó una muestra aleatoria simple de 1200 votantes de los cuales 240 afirmaron que votarían por el partido en cuestión. Obténgase un intervalo de confianza del 95 % para la proporción de votantes de ese partido en la población.

$$① \quad a) P(\bar{A}/B) = 1 - P(A/B) = 1 - 0.25 = 0.75$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.8} = 0.25$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.3 + 0.8 - 0.9 = 0.2$$

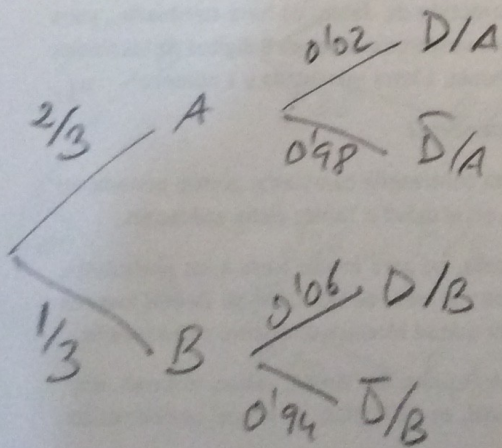
$$b) P(A/\bar{B}) = \frac{P(\bar{B}/A) \cdot P(A)}{P(\bar{B})} = \frac{0.33 \cdot 0.3}{1 - 0.8} = 0.5$$

Bayes

$$P(\bar{B}/A) = 1 - P(B/A) = 1 - 0.67 = 0.33$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.2}{0.3} = 0.67$$

②



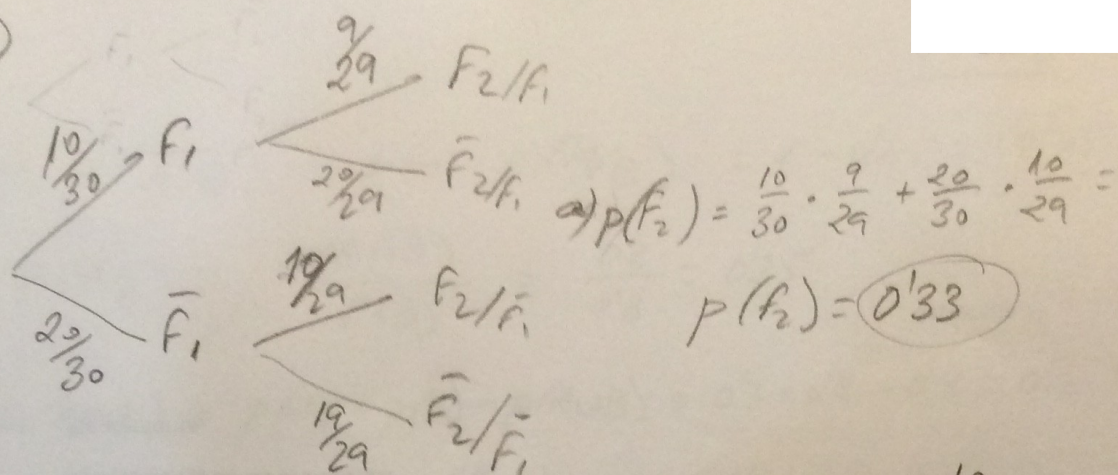
$$a) P(D) = 0.97$$

$$P(D) = \frac{2}{3} \cdot 0.98 + \frac{1}{3} \cdot 0.94 = 0.97$$

$$b) P(A/D) = \frac{P(D/A) \cdot P(A)}{P(D)} = \frac{0.62 \cdot \frac{2}{3}}{1 - 0.97} = 0.44$$

Bayes

3



$$a) P(F_2) = \frac{10}{30} \cdot \frac{9}{29} + \frac{20}{30} \cdot \frac{10}{29} =$$

$$P(F_2) = 0.33$$

$$b) P(F_1/F_2) = \frac{P(F_2/F_1) \cdot P(F_1)}{P(F_2)} = \frac{\frac{9}{29} \cdot \frac{10}{30}}{0.33} = 0.313$$

4) $S = 1.2$ $n = 49$

a) $IC(4.528; 5.2)$

$$A = 5.2 - 4.528 = 0.672$$

$$E = A/2 = 0.336$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.336 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{1.2}{\sqrt{49}} \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$\frac{(1-\alpha) + 1}{2} = 0.975 \leftarrow 0.975 \text{ TABLE}$$

$$(1-\alpha) = 2 \cdot 0.975 - 1 = 0.95$$

b) $\mu = 4.8$ $n = 49$ $P(4.5 \leq X \leq 5.1) \Rightarrow P(X \leq 5.1) - P(X \leq 4.5)$

$$s = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{1.2}{\sqrt{49}} = 0.1714$$

$$z = \frac{4.5 - 4.8}{0.1714} = -1.75$$

$$z = \frac{5.1 - 4.8}{0.1714} = 1.75$$

$$0.9599 - (1 - 0.9599) =$$

$$= 0.9198$$

5) a) $p = 0.5$ $1 - \alpha = 0.90$ $E = 0.02$

$$\Delta = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} \Rightarrow \Delta^2 = \frac{p \cdot q}{n} \Rightarrow n = \frac{p \cdot q}{\Delta^2}$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \Delta = 1.645 \cdot \Delta \Rightarrow 0.02 = 1.645 \cdot \Delta$$

$$p(z_{\alpha/2}) = \frac{0.90 + 1}{2} = 0.95 \rightarrow \text{TABLE} \quad z_{\alpha/2} = 1.645$$

$$\Delta = 0.0122$$

$$n = \frac{0.5 \cdot 0.5}{(0.0122)^2}$$

$$n = 1679.7 = 1680$$

b) $n = 1200$ $\Delta = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} = \sqrt{\frac{0.2 \cdot 0.8}{1200}} = 0.0116$

$$p = \frac{240}{1200} = 0.2$$

$$q = 1 - 0.2 = 0.8$$

$$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \frac{0.95 + 1}{2} = 0.975 \rightarrow \text{TABLE} \quad z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \Delta = 1.96 \cdot 0.0116 = 0.0227$$

$$IC(\mu - E; \mu + E) \Rightarrow IC(0.2 - 0.0227; 0.2 + 0.0227)$$

$$IC(0.1773; 0.2227)$$