

Ejercicio 1. (3 puntos). Dada la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x - 5 & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- Estúdiense la continuidad y derivabilidad de la función en su dominio.
- Representar de forma esquemática la función.
- Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en $x=1$.

Ejercicio 2. (3 puntos).

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = 24x - 15x^2 + 2x^3 + 2$$

- Determinense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Hállense sus extremos relativos y sus puntos de inflexión.
- Estudiar su curvatura (concavidad-convexidad)

Ejercicio 3. (2 puntos).

Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-4}{x+2} - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- Estudia si $f(x)$ es continua y derivable en el punto $x = 0$.
- Determinar las asíntotas de la función y los puntos de corte con los ejes.

Ejercicio 4. (2 puntos).

Supongamos que el consumo eléctrico de un país (expresado en gigavatios) entre las 0 y las 8 horas viene dado por la función $c(x) = 10x - x^2 + 16$, con $0 \leq x \leq 8$. Determinense cuáles son el consumo máximo y el mínimo en ese intervalo de tiempo, y los instantes en los que se alcanzan.

$$\textcircled{1} f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x - 5 & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$a) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 3x - 5 = 1 + 3 - 5 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} -x^2 = -1^2 = -1$$

$$\exists \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1 = f(1) \quad f(x) \text{ continua en todo } \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ -2x & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} f'(1^-) = 2 + 3 = 5 \\ f'(1^+) = -2 \end{matrix}$$

$f'(1^-) \neq f'(1^+)$ $f(x)$ no es derivable en $x = 1$

$$b) f'(x) = 0 \quad \begin{matrix} 2x + 3 = 0 \\ -2x = 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x = -\frac{3}{2} \quad f''(x) = 2 \\ x = 0 \quad (\text{No se deriva}) \end{matrix}$$

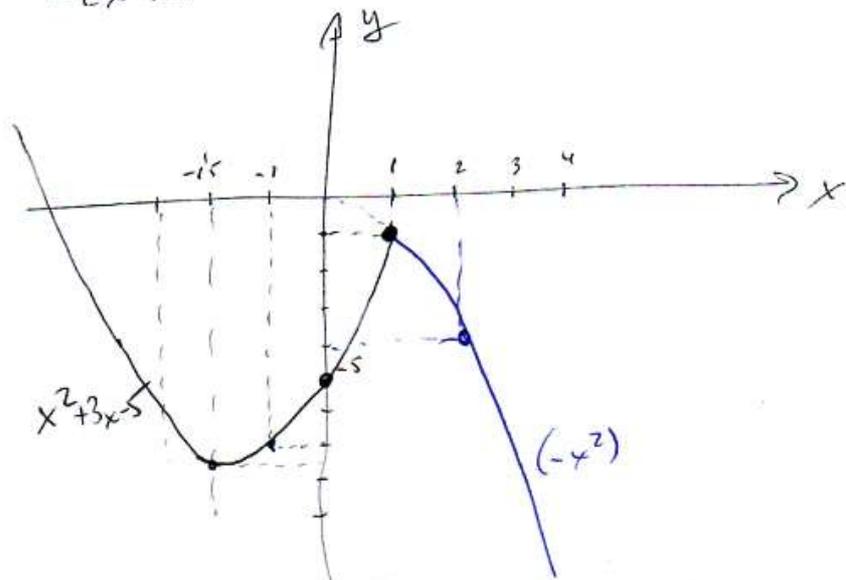
$$f(-\frac{3}{2}) = -7.25$$

$$f(-1) = -4$$

$$f(0) = -5$$

$$f(1) = -1$$

$$f(2) = -4$$



c) $x=1 \quad f(x) = x^2 + 3x - 5$

$f(1) = -1$

$y - f(1) = f'(1) \cdot (x - 1)$

$f'(x) = 2x + 3$

$y + 1 = 5(x - 1)$

$f'(1) = 2 + 3 = 5$

$y = 5x - 5 - 1 \quad \boxed{y = 5x - 6}$

Ejercicio 2

$f(x) = 24x - 15x^2 + 2x^3 + 2$

$f'(x) = 24 - 30x + 6x^2$

$f'(x) = 0$

Máximo

$24 - 30x + 6x^2 = 0$

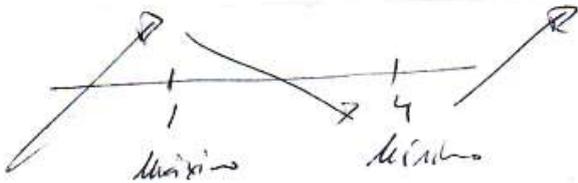
$x=1 \rightarrow (1, f(1)) = (1, 13)$
 $x=4 \rightarrow (4, f(4)) = (4, 74)$

Máximo

$f''(x) = -30 + 12x$

$f''(1) = -30 + 12 = -18 \quad x=1$ Máximo

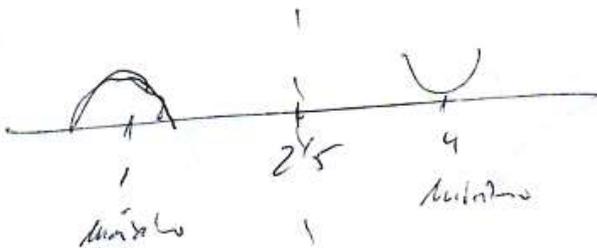
$f''(4) = -30 + 48 = +18 \quad x=4$ Mínimo



$f(x) \begin{cases} \text{CRECE } (-\infty, 1) \cup (4, \infty) \\ \text{DECRECE } (1, 4) \end{cases}$

$f''(x) = 0 \quad -30 + 12x = 0$

$x = \frac{30}{12} = 2\frac{1}{2}$ pto inflexión



$(2\frac{1}{2}, -0.5)$

CONCAVA

CONVEXA

$(-\infty, 2\frac{1}{2})$

$(2\frac{1}{2}, \infty)$

3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-4}{x+2} - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

a) Continuidad en $x=0$ Discontinua No evitable

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-4}{x+2} - 1 = -\frac{4}{2} - 1 = -2 - 1 = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1} = 1 \neq$$

$\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Si no es continua en $x=0$

No puede ser derivada en dicho punto.

b) Puntos de corte

$$x=0 \quad f(0) = \frac{-4}{0+2} - 1 = -\frac{4}{2} - 1 = -3$$

$(0, -3)$

$$y=0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{-4}{x+2} - 1 \Rightarrow 1 = \frac{-4}{x+2} \\ 0 = \frac{1}{x+1} \Rightarrow 0 = 1? \end{array} \right.$$

$$x+2 = -4$$

$$x = -6$$

$(-6, 0)$

③

b) Asintotas :

Domain: $f(x) = \{x - 2\}$

$x = -2$ A. Vertical

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-4}{x+2} - 1 = \infty$$

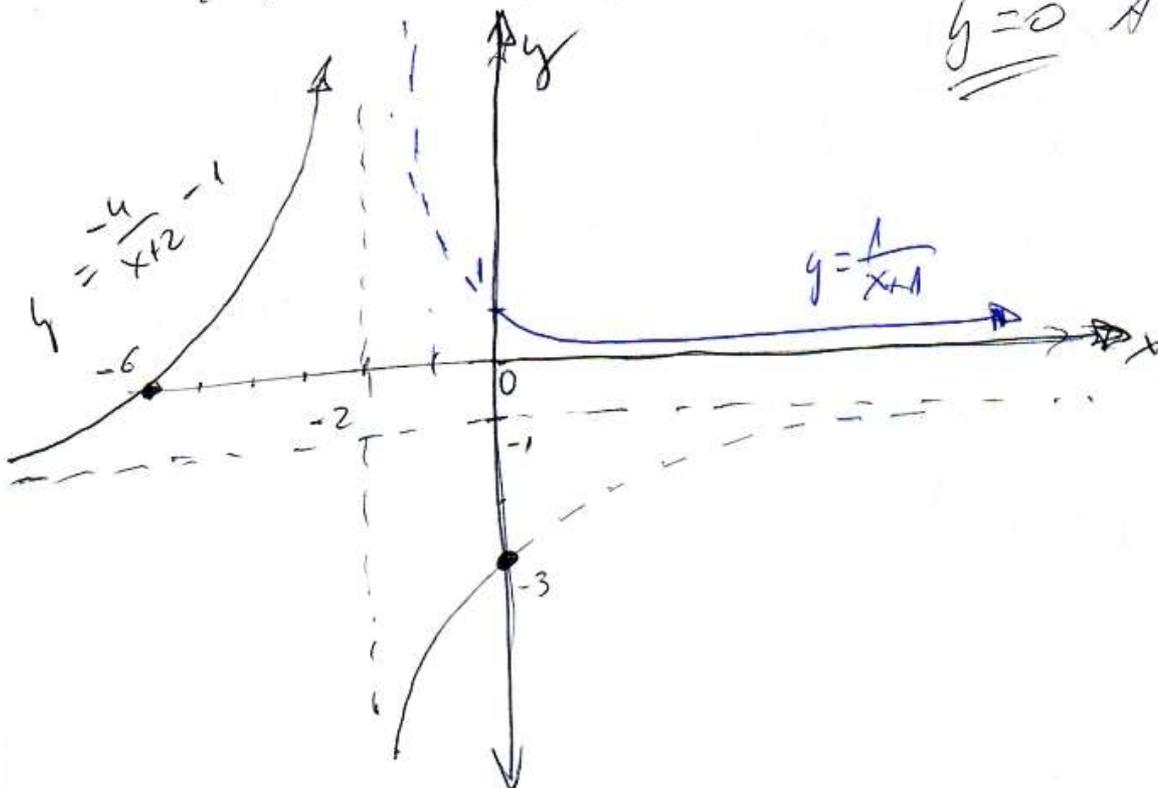
$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-4}{x+2} - 1 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4}{x+2} - 1 = -1$$

$y = -1$ A. Horizontal

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x+1} = 0$$

$y = 0$ A. Horizontal



④

$$0 \leq x \leq 8$$

$$C(x) = 10x - x^2 + 16$$

$$C'(x) = 10 - 2x \quad C'(x) = 0 \quad 10 - 2x = 0$$

$$C''(x) = -2 \quad \rightarrow \quad x = 5 \text{ Máximo} \quad x = 5$$

$$(5, 41) \quad f(5) = 41$$

Máximo 41 gijavados a las 5h.

$$C(0) = 16$$

$$C(8) = 32$$

Mínimo valor $C(0) = 16$

Mínimo 16 gijavados a las 0h

