ALUMNO: ____

1.- Dada la función $f(x)=x^2+x+1$. Calcular f´(2) utilizando la definición de derivada.

(1,5 puntos)

2.- Dada la parábola de ecuación $y=-x^2+4x$ y la recta secante a ella por los puntos de abscisa $x_1=1$ y $x_2=4$, halla la ecuación de la tangente a la parábola que sea paralela a la recta secante dada. Hallar también la ecuación de la normal por ese punto (por el de tangencia).

(1,5 puntos)

3.- Hallar la ecuación de la tangente a la curva de ecuación $y=Ln(x^2-3)$ en el punto de abscisa $x=2$

(1 punto)

4.- Deriva las siguientes funciones:

a) $y=\dfrac{Ln\,x+4}{e^x}$ (1 punto)

b) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-3}{x^3}}$ (1 punto)

c) $y=\dfrac{x}{sen(\cos x)}$ (1 punto)

d) $y=Ln\left(\dfrac{Ln\,x}{x}\right)$ (1 punto)

e) $y=\dfrac{1}{(x^2+x+1)^5}$ (1 punto)

f) $y=arc\,tg\dfrac{1+x}{1-x}-arc\,tg\,x$ (1 punto)

SOLUCIÓN

1. $$f'(2) = \lim_{h\to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(2+h)^2+(2+h)+1-7}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{4+4h+h^2+2+h+1-7}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h^2+5h+\cancel{7}-\cancel{7}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}(h+5)}{\cancel{h}} = \lim_{h\to 0} h+5 = 5$$

—— o ——

2. $y = -x^2+4x$

Calculemos la recta secante

$x_1 = 1 \to y_1 = 3 \quad P(1,3)$

$x_2 = 4 \to y_2 = 0 \quad Q(4,0)$

$\vec{PQ} = (3,-3)$

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{-3} \to -3x+3 = 3y-9 \to 3y = -3x+12 \to$$

$\to \boxed{y = -x+4} \to m = -1$ pendiente igual por ser paralelas.

La recta tangente será:

$$f'(x_0) = -2x_0+4 = -1 \quad x_0 = \frac{5}{2} \to y_0 = -\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4\cdot\frac{5}{2} = \frac{15}{4}$$

$$y - y_0 = m(x-x_0) \to \boxed{y - \frac{15}{4} = (-1)\left(x-\frac{5}{2}\right)}$$

../..

La recta normal será: $y-y_0=\frac{-1}{m}(x-x_0)$

$$\boxed{y-\frac{15}{4}=+1\left(x-\frac{5}{2}\right)}$$

———o———

3. $y=Ln(x^2-3)$, $x_0=2$

$$y'=\frac{2x}{x^2-3} \qquad y'(2)=\frac{4}{4-3}=4=m$$

$$y_0=\ln(2^2-3)=\ln 1=0 \qquad P(2,0)$$

$\Rightarrow$ recta tangente $\boxed{y-0=4(x-2)}$

———o———

4. a) $y=\frac{Ln x+4}{e^x}$

$$y'=\frac{\frac{1}{x}\cdot e^x-(\ln x+4)\cdot e^x}{(e^x)^2}=\frac{\cancel{e^x}\left[\frac{1}{x}-\ln x-4\right]}{(e^x)^{\cancel{2}}}=$$

$$=\frac{\frac{1}{x}-\ln x-4}{e^x}=\frac{1-x\ln x-4x}{x\cdot e^x}.$$

4. b) $y = \sqrt{\dfrac{x^2-3}{x^3}}$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{\dfrac{x^2-3}{x^3}}} \cdot \frac{2x\cdot x^3 - (x^2-3)3x^2}{(x^3)^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x^3}{x^2-3}} \cdot \frac{\cancel{x^2}[2x^2 - 3x^2+9]}{x^{\cancel{6}4}} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x^3}{x^2-3}} \cdot \frac{9-x^2}{x^4}$$

c) $y = \dfrac{x}{\operatorname{sen}(\cos x)}$

$$y' = \frac{1\cdot \operatorname{sen}(\cos x) - x\ \cos(\cos x)(-\operatorname{sen} x)}{\operatorname{sen}^2(\cos x)}$$

d) $y = \ln\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)$

$$y' = \frac{1}{\ln x/\cancel{x}} \cdot \frac{\frac{1}{\cancel{x}}\cdot \cancel{x} - \ln x\cdot 1}{x^{\cancel{x}}} = \frac{1}{\ln x}\cdot\frac{1-\ln x}{x} =$$

$$= \frac{1-\ln x}{x\cdot \ln x}$$

e) $$y = \frac{1}{(x^2+x+1)^5} = (x^2+x+1)^{-5}$$

$$y' = (-5)(x^2+x+1)^{-6}(2x+1) = \frac{-10x-5}{(x^2+x+1)^6}$$

f) $$y = \operatorname{arctg}\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - \operatorname{arctg} x$$

$$y' = \frac{1}{1+\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2} \cdot \frac{1(1-x)-(1+x)(-1)}{(1-x)^2} - \frac{1}{1+x^2} =$$

$$= \frac{1}{1+\frac{(1+x)^2}{(1-x)^2}} \cdot \frac{1-x+1+x}{(1-x)^2} - \frac{1}{1+x^2} =$$

$$= \frac{1}{\frac{(1-x)^2+(1+x)^2}{\cancel{(1-x)^2}}} \cdot \frac{2}{\cancel{(1-x)^2}} - \frac{1}{1+x^2} =$$

$$= \frac{2}{1-\cancel{2x}+x^2+1+\cancel{2x}+x^2} - \frac{1}{1+x^2} = \frac{2}{2+2x^2} - \frac{1}{1+x^2} =$$

$$= \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}(1+x^2)} - \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2} = 0$$

— o —