

1.- Dada la función $f(x)$:

$$d) f(x) = \begin{cases} 2x+9 & \text{si } x \leq -4 \\ \frac{-2}{x+3} & \text{si } -4 < x \leq 0 \\ -x^2 + 2x & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \log_2(x-2) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Se pide: a) Representación; b) Dominio; c) Recorrido d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento; e) ¿Dónde $f(x) > 0$?; f) $f(-4)$; g) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$;

h) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$; i) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$; j) $f(-3)$; k) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$;

(4 puntos)

2.- Cómo se llaman cada una de las siguientes funciones. Calcular su dominio.

a) $f(x) = 3x^4 + 3x^2 + 7x - 3$; b) $f(x) = \frac{-2}{-x+3}$ c) $f(x) = \frac{x^5 - 3x^3 + 2x}{2x^2 - x - 6}$

d) $f(x) = 2^{-x}$ e) $f(x) = \log_2(x+4)$ f) $f(x) = \sqrt{x-3}$

(1 puntos)

3.- Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x^2 + 1}{x} + \frac{3 - x^2}{x + 2} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 11x + 14}{4x^2 - 16x + 16}$

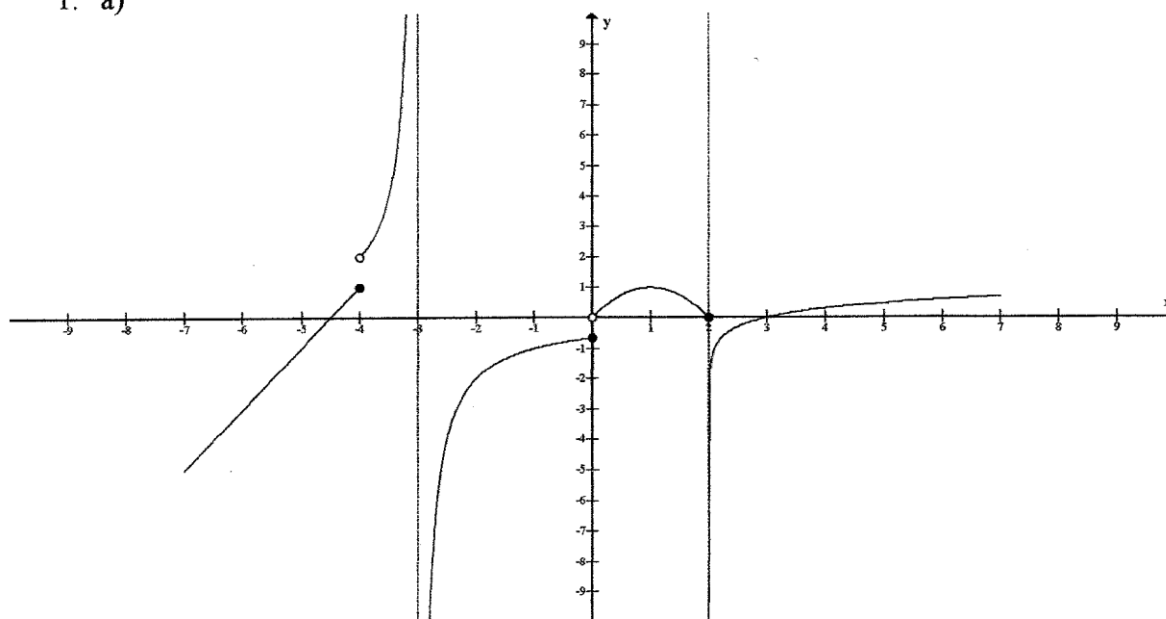
d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 + 2x} - \sqrt{4x^2 - 3} \right)$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+3}{2x+1} \right)^{\frac{3}{x-2}}$

(Cada límite 1 punto)

SOLUCIONES

1. a)



b) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-3\}$

c) $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}$

d) Crece $(-\infty, -4) \cup (-4, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, 1) \cup (2, +\infty)$; Decrece $(1, 2)$

e) $f(x) > 0$ en $(-4, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, 2) \cup (3, +\infty)$

f) $f(-4) = 1$

g) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = 1$

h) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = 2$

i) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$ = no existe

j) $f(-3)$ = no existe

k) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \pm \infty$

2. a) Polinómica, $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$

b) Racional de proporcionalidad inversa, $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{3\}$

c) Racional polinómica, $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{2, -3/2\}$

d) Exponencial, $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$

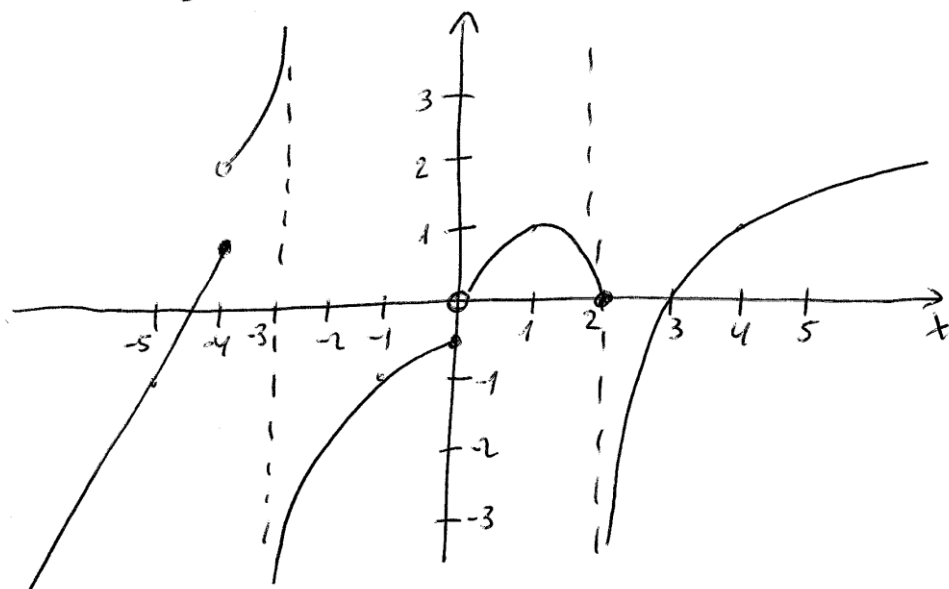
e) Logarítmica, $\text{Dom } f(x) = \{x \in \mathbb{R} / x > -4\}$

f) Radical, $\text{Dom } f(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 3\}$

3. a) $-\infty$; b) $-1/4$; c) $\pm \infty$; d) $1/2$; e) $e^{-3/7}$

ver los límites desarrollados a continuación:

1/a) $y = 2x + 9$ $\frac{x|-5|-4|}{y|-1|1|}$
 $y = \frac{-2}{x+3}$ $\frac{x|-4|-3|-1|0|}{y|2|\infty|-1|-\frac{2}{3}|}$
 $y = -x^2 + 2x$ $\frac{x|0|1|2|}{y|0|1|0|}$
 $y = \log_2(x-2)$ $\frac{x|2|3|4|}{y|-\infty|0|1|}$



b) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-3\}$

c) $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}$

d) Crece $(-\infty, -4) \cup (-4, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, 1) \cup (2, \infty)$
 Decrece $(1, 2)$

e) $f(x) > 0$ en $(-\frac{9}{2}, -4) \cup (-4, -3) \cup (0, 2) \cup (3, \infty)$

f) $f(-4) = 1$

g) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f = 1$

h) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f = 2$

i) $\lim_{x \rightarrow -4} f = \#$

j) $f(-3) = \#$

k) $\lim_{x \rightarrow -3} f = \pm \infty$

— o —

①

2)

a) Polinómica, $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

b) Racional, de proporcionalidad inversa.
 $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{3\}$

c) Racional polinómica, $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{2, \frac{-3}{2}\}$

$$2x^2 - x - 6 = 0 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4} < \begin{matrix} 2 \\ -\frac{3}{2} \end{matrix}$$

d) Exponencial, $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

e) Logarítmica, $\text{Dom } f = \{x \in \mathbb{R} / x > -4\}$
 $x + 4 > 0 \rightarrow x > -4$

f) Radical, $\text{Dom } f = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 3\}$
 $x - 3 \geq 0 \quad x \geq 3$

————— 0 —————

$$3) a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^4 + 1}{x} + \frac{3 - x^2}{x + 2} \right) = (\infty - \infty) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^3 + 10x^2 + x + 2 + 3x - x^3}{x^2 + 2x} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 10x^2 + 4x + 2}{x^2 + 2x} = -\infty$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 - \sqrt{x+4})(2 + \sqrt{x+4})}{x(2 + \sqrt{x+4})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - (x+4)}{x(2 + \sqrt{x+4})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(2 + \sqrt{x+4})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{2 + \sqrt{x+4}} = \frac{-1}{4}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 11x + 14}{4x^2 - 16x + 16} = \left(\frac{0}{0} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-7)(x-2)}{4(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-7)}{4(x-2)} =$$

$$= \frac{-3}{0} = \pm \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(2x-7)}{4(x-2)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x-7)}{4(x-2)} = -\infty$$

$$3) d) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+2x} - \sqrt{4x^2-3}) = (\infty - \infty) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{4x^2+2x} - \sqrt{4x^2-3}) (\sqrt{4x^2+2x} + \sqrt{4x^2-3})}{(\sqrt{4x^2+2x} + \sqrt{4x^2-3})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4x^2+2x) - (4x^2-3)}{\sqrt{4x^2+2x} + \sqrt{4x^2-3}} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{\sqrt{4x^2+2x} + \sqrt{4x^2-3}} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{x}}{\sqrt{\frac{4x^2+2x}{x^2}} + \sqrt{\frac{4x^2-3}{x^2}}} = \frac{2+0}{\sqrt{4} + \sqrt{4}} = \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+3}{2x+1} \right)^{\frac{3}{x-2}} = [1^\infty] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(1 + \frac{x+3}{2x+1} - 1 \right)^{\frac{3}{x-2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \left(1 + \frac{-x+2}{2x+1} \right)^{\frac{3}{x-2}} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left(1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{-x+2}} \right)^{\frac{3}{x-2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{-x+2}} \right)^{\frac{2x+1}{-x+2} \cdot \frac{3}{x-2}} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} e^{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(-x+2) \cdot 3}{(2x+1)(x-2)}} = e^{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3(x-2)}{(2x+1)(x-2)}} =$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3}{2x+1}} = e^{\frac{-3}{7}}$$

(4)