1.- a) Hallar un punto de la recta $r:\begin{cases} x=1+2t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$, equidiste de los puntos P(-1, 2, 1) y Q (0, 3, 1).

b) Calcular la ecuación implícita de un plano π de modo que el simétrico del punto P respecto del plano π sea el punto Q

2.- Dados la recta $r:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{4}$ y el punto $P=(1,2,1)$, calcular:

a) La ecuación de la recta *s* que pasa por *P* y corta perpendicularmente a *r*.

b) Hallar el punto de intersección de *r* y *s*

c) Hallar las coordenadas del punto simétrico de *P* respecto de *r*.

3.- Consideremos el plano $\pi: x-z=0$ y la recta $r:\begin{cases} x=1+at \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}, \ t\in\Re$

SI a) Determina el parámetro $a\in\Re$ para que la recta r y el plano π sean paralelos.

NO b) Para el valor a determinado, obtén las ecuaciones paramétricas de una recta s paralela al plano π y que corte perpendicularmente a r en el punto $P(1,1,0)$

4.- Consideremos las rectas $r:\begin{cases} x=1-at \\ y=b+t \\ z=2t \end{cases}, \ t\in\Re$ y $s: x-2=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+6}{2}$

a) Determinar los parámetros $a,b\in\Re$ para que las dos rectas se corten perpendicularmente en un punto.

b) Calcula, para los valores de los parámetros obtenidos en el apartado anterior, las coordenadas del punto de corte.

Nota: El valor de cada ejercicio es de 2,5 puntos.

1.a) $r \equiv \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$, sea $A \in r \to A = (1+2t, -t, -1)$

$P = (-1,2,1)$, $Q = (0,3,1)$

$\Rightarrow d(A,P) = d(A,Q)$

$$\sqrt{(1+2t+1)^2 + (-t-2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{(1+2t)^2 + (-t-3)^2 + (-1-1)^2}$$

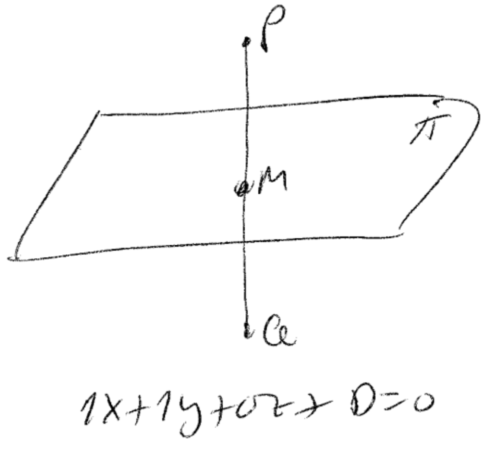
$$(2t+2)^2 + (t+2)^2 + \cancel{2^2} = (1+2t)^2 + (t+3)^2 + \cancel{2^2}$$

$$\cancel{4t^2} + 8t + 4 + \cancel{t^2} + 4t + 4 = 1 + 4t + \cancel{4t^2} + \cancel{t^2} + 6t + 9$$

$12t + 8 = 10t + 10 \quad \to 2t = 2 \quad t = 1$

$$\Rightarrow A = (3, -1, -1)$$

b)



$M = \frac{P+Q}{2} = \frac{(-1,5,2)}{2} = (-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 1)$

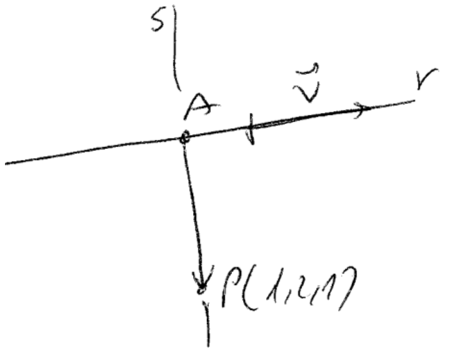
$\vec{n} = \vec{PQ} = (1,1,0)$

$M \in \pi$

$1x + 1y + 0z + D = 0 \qquad -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} + D = 0 \qquad D = -2$

$$\boxed{\pi \equiv x + y - 2 = 0}$$

2) $r \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4} \equiv \begin{cases} x = -1+\lambda \\ y = 2+\lambda \\ z = 3+4\lambda \end{cases} \rightarrow \vec{v} = (1,1,4)$



$A \in r \rightarrow A(-1+\lambda, 2+\lambda, 3+4\lambda)$

$\vec{AP} = (2-\lambda, -\lambda, -2-4\lambda)$

$\vec{AP} \perp \vec{v} \rightarrow \vec{AP} \cdot \vec{v} = 0 \quad (2-\lambda, -\lambda, -2-4\lambda) \cdot (1,1,4) = 0$

$2-\lambda-\lambda-8-16\lambda = 0 \quad -6 = 18\lambda \quad \lambda = \frac{-1}{3}$

$\vec{AP} = \left(\frac{7}{3}, \frac{1}{3}, \frac{-2}{3}\right) \simeq (7,1,-2)$

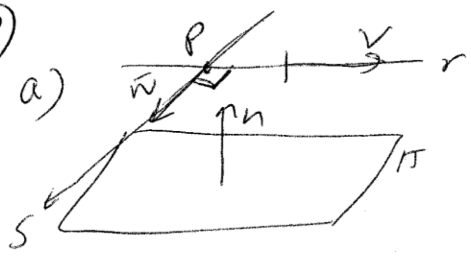
a) $s \equiv \frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-2}$

b) $A = \left(-1-\frac{1}{3}, 2-\frac{1}{3}, 3+4\left(\frac{-1}{3}\right)\right) = \left(\frac{-4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right)$

c) $P' = 2A - P = 2\left(-\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right) - (1,2,1) = \left(-\frac{11}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}\right)$

3)

a)



a) $\bar n \perp \bar v \to \bar n \cdot \bar v = 0$

$(1,0,-1)\cdot(a,-1,2) = a-2=0$

$a=2$

b) $\bar w \perp \bar v$ y $\bar w \perp \bar n \to \bar w = \bar v \times \bar n =$

$$\bar w = \begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \vec i(1-0) - \vec j(-2-2) + \vec k(1) = (1,4,1)$$

$$s \equiv \begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = 1+4\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

---

4) $r \equiv \begin{cases} x = 1-at \\ y = b+t \\ z = 2t \end{cases} \qquad s \equiv x-2 = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+6}{2} \equiv \begin{cases} x = 2+\lambda \\ y = 2-\lambda \\ z = -6+2\lambda \end{cases}$

a) $r \equiv \begin{cases} A = (1,b,0) \\ \bar v = (-a,1,2) \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} B = (2,2,-6) \\ \bar w = (1,-1,2) \end{cases}$

$\bar v \cdot \bar w = 0 \quad (-a,1,2)\cdot(1,-1,2)=0 \quad -a-1+4=0 \quad \boxed{a=3}$

Por otro lado los vectores $\bar v, \bar w$ y $\overline{AB}$ deben ser coplanarios.

$$(\bar v, \bar w, \overline{AB}) = 0 \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2-b & -6 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \qquad 2+4-2b-18+6+2+12-6b=0$$

$8-8b=0 \quad \boxed{b=1}$

$$r \equiv \frac{x-1}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = -3y+3 \\ 2y-2 = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3y=4 \\ 2y-z=2 \end{cases}$$

$$s \equiv \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+6}{2} \Rightarrow \begin{cases} -x+2 = y-2 \\ 2y-4 = -z-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y+x=4 \\ 2y+z=-2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{2} & \cancel{-4} \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{matrix} x+3y=4 \\ 2y-z=2 \\ -z=2 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \longrightarrow x=4 \\ \longrightarrow y=0 \\ z=-2 \end{matrix} \qquad P=(4,0,-2)$$