MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde soamente aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e C=$\begin{pmatrix} 0 & c \\ 0 & -c \end{pmatrix}$

Calcula as matrices B - C e A·B. Calcula os valores de a, b e c que verifican B - C =A·B

2. Dada a función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$,

a) Calcula a primitiva F de f verificando que F (2) = 1. **b)** Estuda o crecemento e decrecemento e representa graficamente a función f.

c) Calcula a área limitada pola curva f(x) e o eixe X entre x = 0 e x =2.

3. O peso (en gramos) das empanadas que saen dun forno segue unha distribución normal cunha desviación típica de 120 gramos. Se se estableceu o intervalo (1499,9; 1539,1) como intervalo de confianza para a media a partir dunha mostra de 144 empanadas **a)** cal é o valor da media mostral?, con que nivel de confianza se construíu o intervalo? **b)** Cantas empanadas, como mínimo, deberíamos pesar para que o nivel de confianza do intervalo anterior sexa do 99%?

4. Nunha empresa, o 20% dos traballadores son maiores de 30 anos, o 8% desempeña algún posto directivo e o 6% é maior de 30 anos e desempeña algún posto directivo. **a)** Que porcentaxe dos traballadores ten máis de 30 anos e non desempeña ningún cargo directivo? **b)** Que porcentaxe dos traballadores non é directivo nin maior de 30 anos? **c)** Se a empresa ten 100 traballadores, cantos son directivos e non teñen máis de 30 anos?

OPCIÓN B

1. Unha pastelería fai con fariña e nata dous tipos de biscoitos: suave e duro. Dispón de 160 quilogramos de fariña e 100 quilogramos de nata. Para fabricar un biscoito suave necesita 250 gramos de fariña e 250 gramos de nata e para fabricar un biscoito duro necesita 400 gramos de fariña e 100 gramos de nata. Ademais o número de biscoitos suaves fabricados debe exceder ao menos en 100 unidades o número de biscoitos duros. Se os biscoitos suaves se venden a 6 € e os biscoitos duros a 4,5€,

a) Formula un problema que controle a fabricación de biscoitos maximizando as vendas. **b)** Representa a rexión factible. **c)** Que cantidade se debe fabricar de cada tipo para maximizar ditas vendas? A canto ascenden?

2. O salario diario dun mozo durante os cinco primeiros anos en determinada empresa axústase á seguinte función, onde t representa o tempo, en anos, que leva contratado:

$$S(t)= \begin{cases} 35 \quad \text{se } 0 \le t < 1, \\ 25+10t \ \text{ se } 1 \le t < 2, \\ -0.5t^2+4t+39 \ \text{ se } 2 \le t \le 5 \end{cases}$$

a) Estuda o crecemento e decrecemento da función salario e represéntaa. **b)** En que momento tivo un salario máximo? E mínimo? Calcula ditos salarios.

3. O 30 % das estudantes dun instituto practica baloncesto. De entre as que practican baloncesto, o 40 % practica ademais tenis. De entre as que non practican baloncesto, un cuarto practica tenis. Elixida unha estudante dese instituto ao azar, **a)** Cal é a probabilidade de que practique ambos os deportes? **b)** Cal é a probabilidade de que practique tenis? **c)** Son independentes os sucesos “practicar tenis” e “practicar baloncesto”?

4. Un consumidor cre que o peso medio dun produto é distinto do que indica o envase. Para estudar este feito, o consumidor toma unha mostra aleatoria simple de 100 produtos nos que se observou un peso medio de 245 g. Suponse ademais que o peso do produto por envase segue unha distribución normal con desviación típica 9 g.

a) Constrúe un intervalo de confianza para o peso medio dese produto ao 95 % de confianza.

b) Cal sería o tamaño muestral mínimo necesario para estimar o verdadeiro peso medio a partir da media mostral cun erro de estimación máximo de 2 g e un nivel de confianza do 90 %?

ABAU

CONVOCATORIA DE XUÑO

Ano 2018

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II
(Cód. 40)

OPCIÓN A

1) a) 1,25 puntos

- 0,5 puntos pola obtención da matriz B-C
- 0,75 puntos pola obtención da matriz A·B

b) 1,75 puntos

- 0,75 puntos por formular sistema
- 1 punto resolver

2) a) 1 punto

b) 1 punto

- 0,5 puntos estudo crecemento e decrecemento
- 0,5 puntos pola representación gráfica

c) 1 punto

- 0,5 puntos por formular a integral
- 0,25 puntos por resolver a integral
- 0,25 puntos substituír

3) a) 1 punto

- 0,5 puntos calcular media mostral
- 0,5 puntos calcular nivel de confianza

b) 1 punto

- 0,5 puntos formular
- 0,5 puntos resolver

4) a) 0,75 puntos

b) 0,5 puntos

c) 0,75 puntos

OPCIÓN B

1) **a) 1 punto**

b) 1,25 puntos

- 0,75 puntos cálculo vértices
- 0,5 representar

c) 0,75 puntos

2) **a) 1,5 puntos:**

- 0,25 puntos estudo da función en (0,1)
- 0,25 puntos estudo da función en (1,2)
- 0,5 puntos estudo da función en (2,5)
- 0,5 representación gráfica

b) 1,5puntos:

- 0,5 puntos cálculo do máximo
- 0,5 puntos cálculo do mínimo
- 0,5 valores

3) **a) 0,75 puntos**

b) 0,75 puntos

c) 0,5 puntos

4) **a) 1 punto**

b) 1 punto

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 1:

$$B-C=\begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 0 & c \\ 0 & -c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} b & 1-c \\ 0 & -1+c \end{pmatrix}$$

A ·B= $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} b & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Entonces,

b=b

1-c=1-a ⇒a=c

-1+c=1 ⇒ c=2; a=2

Solución: a=2; b calquera número real; c=2

Exercicio 2:

a) F(x) = $\int f(x)dx=\int(x^3-3x^2+2x)dx=\frac{x^4}{4}-x^3+x^2+C$

Como F (2)=1 = $\frac{2^4}{4}-2^3+2^2+C\Rightarrow \boldsymbol{C=1}$

E po lo tanto a primitiva F de f será **F(x) =** $\boldsymbol{\frac{x^4}{4}-x^3+x^2+1}$

b) Dominio de f: todo $\mathbb{R}$

Puntos corte eixes: OY en (0,0)

OX: $x^3-3x^2+2x=0=x(x^2-3x+2)$ $\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{3\pm1}{2}= \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases} \end{cases}$

Corta a OX en (0,0), (0,1) e (0,2)

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

f'(x) = $3x^2 - 6x + 2$; f'(x)=0 $\Rightarrow$ x= $\frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6}$ =

$1+\sqrt{3}/3 \cong 1{,}58$

$1-\sqrt{3}/3 \cong 0{,}42$

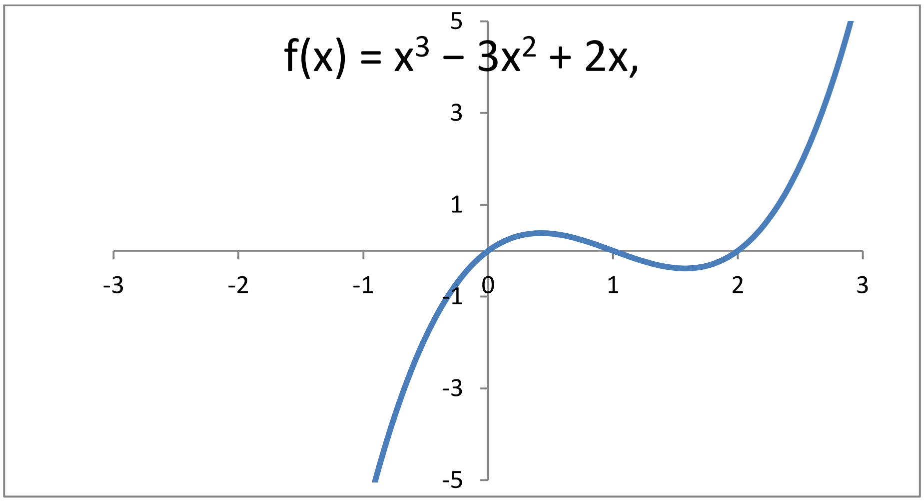
En $(-\infty, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3})$, f'(x) >0 $\Rightarrow$ f crecente

En $(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3})$, f'(x) < 0 $\Rightarrow$ f decrecente

En $(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$, f'(x) > 0 $\Rightarrow$ f crecente

$1-\sqrt{3}/3 \cong 0{,}42$ $\rightarrow$ máximo relativo

$1+\sqrt{3}/3 \cong 1{,}58$ $\rightarrow$ mínimo relativo



Área=$\left|\int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x)dx\right|$+$\left|\int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x)dx\right|$

Aplicamos a regra de Barrow:

Area=$\int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x)dx$+$\int_1^2 (-x^3 + 3x^2 - 2x)dx$=$\left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2\right]_0^1$+$\left(-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2\right]_1^2$=

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$ $\mathbf{u^2}$

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 3:

Peso = X $\sim$ N(μ, σ=120)

Intervalo de Confianza para μ (1499,9; 1539,1)

n = 144

a) Sabemos que $L_1 = 1499{,}9 = \bar{x} - Z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $L_2 = 1539{,}1 = \bar{x} + Z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Entón $\bar{x} = \dfrac{L_1+L_2}{2} = \dfrac{1499{,}9 + 1539{,}1}{2} = \dfrac{3039}{2} = \mathbf{1519{,}5}$ **grs , media mostral**

Para calcular o n. c (1 – α)

$\bar{x} + Z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1539{,}1 \Rightarrow 1519{,}5 + Z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{120}{\sqrt{144}} = 1539{,}1$

$10Z_{\alpha/2} = 19{,}6 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1{,}96$

$(1 - \dfrac{\alpha}{2} = 0{,}975 \Rightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 0{,}025 \Rightarrow \alpha = 0{,}05\,) \rightarrow$ **n.c 95%**

b) **para calcular n**

como n. c $1 - \alpha = 0{,}99 \Rightarrow \alpha = 0{,}01 \Rightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 0{,}005 \Rightarrow 1 - \dfrac{\alpha}{2} = 0{,}995 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 2{,}575$

$\bar{x} + Z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1539{,}1 \Rightarrow 1519{,}5 + 2{,}575\cdot\dfrac{120}{\sqrt{n}} = 1539{,}1$

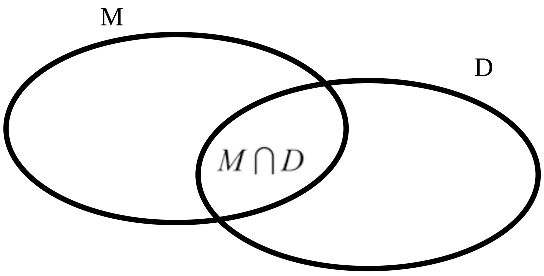
$2{,}575 + \dfrac{120}{\sqrt{n}} = 19{,}6 \Rightarrow n = \dfrac{120^2 \times 2{,}575^2}{19{,}6^2} = 248{,}54$

$n \geq 249 \rightarrow$ Deberíamos pesar **ao menos 249 empanadas**

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 4:



Sucesos: M = “maior de 30 anos”

D = “desempeña posto directivo”

Datos P(M) = 0,2; P(D) = 0,08; P(M$\cap$D) = 0,06

a) P($M \cap \overline{D}$) = P(M) – P(M$\cap$D) = 0,2 – 0,06 = 0,14 $\rightarrow$ **14%**

O 14% dos traballadores teñen mais de 30 anos e non desempeñan postos directivos.

b) P($\overline{D} \cap \overline{M}$) = P($\overline{D \cup M}$) = 1 – P($D \cup M$) = 1 – [P(D) + P(M) – P($D \cap M$)] =

= 1 – [0,2 + 0, 08 – 0,06] = **0,78** .

O 78% dos traballadores non son directivos nin maiores de 30 anos

c) P($D \cap \overline{M}$) = P(D) – P($D \cap M$) = 0,08 – 0,06 = 0,02 $\Rightarrow$ **2%**

$100 \times \frac{2}{100}$ = 2 $\rightarrow$ Dos 100 traballadores, **2 son directivos e non teñen mais de 30 anos**

Ou tamén a través de unha táboa:

	M	$\overline{M}$	
D	6	2	8
$\overline{D}$	14	78	92
	20	80	100

P($M \cap \overline{D}$) = $\frac{14}{100}$ $\rightarrow$ **14%**

P($\overline{D} \cap \overline{M}$) = $\frac{78}{100}$ $\rightarrow$ **78%**

P($D \cap \overline{M}$) = $\frac{2}{100}$ $\rightarrow$ 2% (2% de 100) = **2 persoas**

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 1:

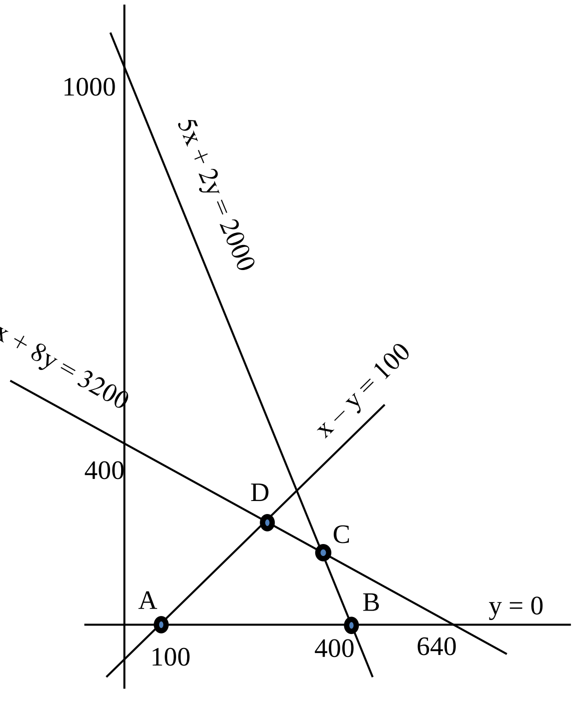
x = nº biscoitos tipo suave

y = nº biscoitos tipo duro

250 gr = $\frac{1}{4}$ Kg = 0,25

a) Función obxectivo **Máx f(x, y) = 6x + 4,5y** s.a

$$\left.\begin{array}{r} 0,25x + 0,40y \leq 160 \\ 0,25x + 0,10y \leq 100 \\ x \geq y + 100 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 5x + 8y \leq 3200 \\ 5x + 2y \leq 2000 \\ x - y \geq 100 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array}\right.$$



b) Vértices

A: $\left.\begin{array}{r} y = 0 \\ x - y = 100 \end{array}\right\} A(100, 0)$

B: $\left.\begin{array}{r} y = 0 \\ 5x + 2y = 2000 \end{array}\right\} B(400, 0)$

C: $\left.\begin{array}{r} 5x + 8y = 3200 \\ 5x + 2y = 2000 \end{array}\right\} C(320, 200)$

D: $\left.\begin{array}{r} x - y = 100 \\ 5x + 8y = 3200 \end{array}\right\} D(\frac{4000}{13}, \frac{2700}{13})$

c) Avaliamos a función obxectivo nos vértices

f(A) = 600

f(B) = 2400

f(C) = 6x320 + 4,5x200 = **2820** $\rightarrow$ Máximo, **solución óptima**

f(D) = $\frac{36150}{13}$ = 2780,77

Debe fabricar **320 biscoitos suaves** e **200 duros** para maximizar as vendas.

As vendas ascenden a 2820 €

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 2:

a) Estudamos o crecemento e decrecemento da función salario:

En (0, 1) $\rightarrow$ S'(t) = 0 $\Rightarrow$ S(t) constante en (0, 1)

En (1, 2) $\rightarrow$ S(t) = 25 + 10t

S'(t) = 10 > 0 $\Rightarrow$ S(t) crecente en (1, 2)

En (2, 5) $\rightarrow$ S(t) = – 0, 5 t^2 + 4t + 39

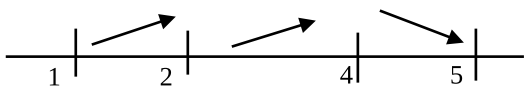
S'(t) = – t + 4 $\rightarrow$ S'(t) = 0 $\Rightarrow$ t = 4

(2, 4) S'(t) > 0 $\Rightarrow$ S(t) crecente

(4, 5) S'(t) < 0 $\Rightarrow$ S(t) decrecente

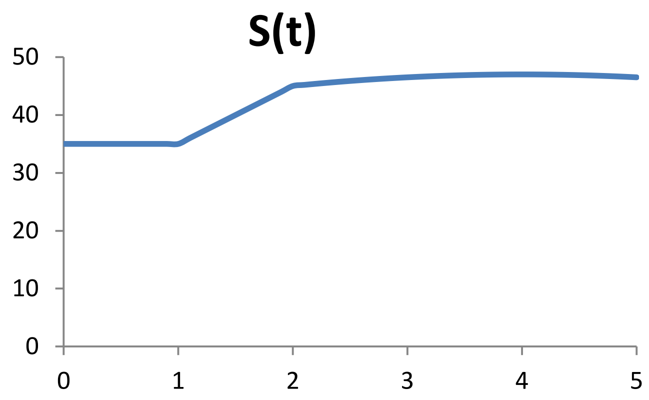
t_0 = 4 máximo relativo; S(4) = 47

	(2, 4)	(4, 5)
t	t = 3	t = 4,5
Signo S'(t)	S'(t) > 0	S'(t) < 0



$S(1^-) = 35$ S(1) = 35 $S(2^-) = 45$ S(2) = 45

S(0) = 35 S(5) = 46,5



b) En t = 4, S(4) máx. **O salario máximo alcanzouse despois de 4 anos ascendendo a 47 "unidades monetarias" (u. m) diarias.**

O salario mínimo tívoo desde o comezo ata transcorrido 1 ano **(todo o primeiro ano)** e o seu valor **35 u.m.**

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 3:

Sucesos: B = “practicar baloncesto”

T = “practicar tenis”

P(B) = 0,3   P(T|B) = 0,4   P(T|$\overline{B}$) = $\frac{1}{4}$ = 0,25

a) **P($B \cap T$)** = P(B)xP(T|B) = 0,3x0,4 = **0,12**

P(T|B) = $\frac{P(T \cap B)}{P(B)}$ P($\overline{B}$) = 1 – P(B)

b**) P(T)** = P(T|B)xP(B) + P(T|$\overline{B}$)x P($\overline{B}$) = 0,4x0,3 + 0,25x0,7 = 0,12 + 0,175 = **0,295**

c) B y T independentes se P($B \cap T$) = P(B)xP(T)

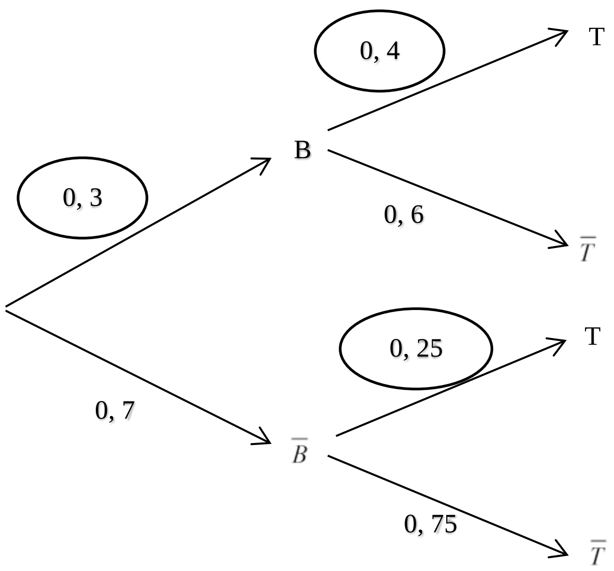
P($B \cap T$) = 0,12

P(B)xP(T) = 0,3x0,295 = 0,0885

P($B \cap T$) $\neq$ P(B)xP(T) por o tanto **“practicar tenis”** e **“practicar baloncesto” non son sucesos independentes.**

(Ou ben vendo que P(T) $\neq$ P(T|B))

- Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore



CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 4:

X = peso produto por envase X $\sim$ N(μ, σ = 9)

n = 100; $\bar{x}$ = 245

a) o intervalo de confianza para μ e da forma: $(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})_{1-\alpha}$

1 – α = 0,95 $\Rightarrow$ 1 – α/2 = 0,975 $\rightarrow$ $z_{\alpha/2}$= 1,96

L_1 = 245 – 1,96x$\frac{9}{\sqrt{100}}$ = 245 – 1,764 = 243,236

L_2 = 245 + 1,96x$\frac{9}{\sqrt{100}}$ = 245 + 1,764 = 246,764

O intervalo pedido e (243,236 , 246,764)$_{95\%}$

b) Calculamos **n**, tamaño de mostra, a un n,c 90% cun erro máximo de 2 g

erro= e = $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 2$

1 – α = 0,9 $\Rightarrow$ 1 – α/2 = 0,95 $\rightarrow$ $z_{\alpha/2}$= 1,645

$1,645 \cdot \frac{9}{\sqrt{n}} \leq 2 \Rightarrow \sqrt{n} \geq \frac{1,645x9}{2} \Rightarrow n \geq \frac{1,645^2x9^2}{2^2}$ = 54,797 $\Rightarrow$ n $\geq$ 55

Necesitaríase un **tamaño de mostra** de **ao menos 55** produtos.