Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade

Código: 20

SETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS II

(Responde só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 2 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 3 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Que relación existe entre a súa inversa A^{-1} e a súa trasposta A^t?

b) Estuda, segundo os valores de λ, o rango de $A - \lambda I$, sendo I a matriz identidade de orde 3.Calcula as matrices X que verifican $AX + X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. a) Enuncia o teorema de Rolle. Calcula a, b e c para que a función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & se\ x < 1 \\ bx + c & se\ x \geq 1 \end{cases}$ cumpra as hipóteses do teorema de Rolle no intervalo $[0,2]$ e calcula o punto no que se cumpre o teorema.

b) Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola parábola $y = x^2 - 2x$ e a recta $y = x$. (Para o debuxo da parábola, indica: puntos de corte cos eixes de coordenadas, o vértice e concavidade ou convexidade).

3. Dada a recta $r: \begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$

a) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que pasa polo punto $A(1,1,1)$ e é perpendicular a r.

b) Calcula a ecuación implícita o xeral do plano que pasa polos puntos $P(-1,0,6)$ e $Q(3,-2,4)$ e é paralelo á recta r.

c) Calcula a distancia da recta r ao plano $x + y + z - 5 = 0$.

4. Nun bombo temos 10 bolas idénticas numeradas do 0 ao 9 e cada vez que facemos una extracción devolvemos a bola ao bombo

a) Se facemos 5 extraccións, calcula a probabilidade de que o 7 saia menos de dúas veces.

b) Se facemos 100 extraccións, calcula a probabilidade de que o 7 saia menos de nove veces.

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o sistema de ecuacións: $\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x \qquad - z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$

b) Resólveo, se é posible, cando $m = 1$.

2. a) Calcula, se existe, o valor de m para que $\lim_{x \to 0} \frac{cos2x + mx^2 - 1}{sen(x^2)} = 3$

b) Calcula os valores de a, b, c e d para que a función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ teña un punto de inflexión no punto (0,5) e a tanxente á súa gráfica no punto (1,1) sexa paralela ao eixe X.

c) Calcula $\int_1^e \sqrt{x} lnx dx$ (Nota: $ln = logaritmo\ neperiano$)

3. Sexa r a recta que pasa polos puntos $P(9,4,1)$ e $Q(1,1,1)$. Dada a recta $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-1}$

a) Estuda a posición relativa das rectas r e s. Calcula, se se cortan, o punto de corte.

b) Calcula, se existe, a ecuación implícita ou xeral do plano que contén as rectas r e s.

c) Calcula a distancia do punto $O(0,0,0)$ á recta s.

4. Nunha fábrica hai tres máquinas A, B e C que producen a mesma cantidade de pezas. A máquina A produce un 2% de pezas defectuosas, a B un 4% e a C un 5%.

a) Calcula a probabilidade de que unha peza elixida ao azar sexa defectuosa.

b) Se se elixe unha peza ao azar e resulta que non é defectuosa, cal é a probabilidade de que fora fabricada pola máquina A?

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

***Exercicio 1*:**

a)

$$\left.\begin{aligned} A\cdot A^t &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A^t\cdot A &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{A^t = A^{-1}}$$

Tamén poderiamos calcular A^{-1} utilizando Gauss: no primeiro paso intercambiamos a primeira e a segunda fila. No segundo paso intercambiamos a segunda e terceira fila e finalmente cambiamos de signo a tódalas filas

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \text{ e vemos que } \boxed{A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = A^t}$$

Tamén se podería calcular A^{-1} utilizando determinantes:

$|A| = -1 \neq 0 \ \Rightarrow\ \exists A^{-1}$

$$A^{-1} = -\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = A^t$$

b)

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & -1 \\ -1 & -\lambda & 0 \\ 0 & -1 & -\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 - 1$$

Polo tanto: $|A - \lambda I| = 0 \Leftrightarrow \lambda^3 + 1 = 0$.

λ=-1 é unha solución da ecuación $\lambda^3 + 1 = 0$. Como $\lambda^3 + 1 = (\lambda + 1)(\lambda^2 - \lambda + 1)$ e $\lambda^2 - \lambda + 1$ non ten solucións reais, temos

$$\boxed{\begin{array}{ll} Se\ \lambda = -1, & entón\ \ rang(A - \lambda I) = 2 \\ Se\ \lambda \neq -1, & entón\ \ rang(A - \lambda I) = 3 \end{array}}$$

$AX + X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (A + I)X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ e vimos que $A + I$ non ten inversa. Entón:

$$(A + I)X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{array}{r} x - z = 0 \\ -x + y = 0 \\ -y + z = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \{x = y = z\}$$

$$\boxed{X = \begin{pmatrix} \lambda \\ \lambda \\ \lambda \end{pmatrix};\ \boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Exercicio 2:

a) Teorema de Rolle: Se $f(x)$ é unha función continua en $[a,b]$, derivable en (a,b) e con $f(a) = f(b)$ entón existe polo menos un punto $\xi \in (a,b)$ tal que $f'(\xi) = 0$.

Se $x \neq 1$, $f(x)$ é continua e derivable pois son funcións polinómicas,

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 1^-} f(x) = 2+a \\ \lim_{x\to 1^+} f(x) = b+c \\ f(1) = b+c \end{array}\right\} \Rightarrow \quad 2+a = b+c$$

Para que sexa continua en $x = 1$

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 1^-} f'(x) = 4+a \\ \lim_{x\to 1^+} f'(x) = b \end{array}\right\} \Rightarrow \quad 4+a = b$$

Para que coincidan as derivadas laterais

$$f(0) = f(2) \qquad \Rightarrow \qquad 0 = 2b + c$$

Polo tanto, para que se cumpran as hipóteses do teorema de Rolle,

$$\left.\begin{array}{l} a-b-c = -2 \\ a-b \quad\ \ = -4 \\ \quad 2b+c = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{c = -2; b = 1; a = -3}$$

Para estes valores, $f'(x) = \begin{cases} 4x-3 & se \quad x < 1 \\ 1 & se \quad x \geq 1 \end{cases}$

Entón $f'(\xi) = 0 \Leftrightarrow 4\xi - 3 = 0 \Leftrightarrow \boxed{\xi = 3/4}$

b) Estudo da parábola:

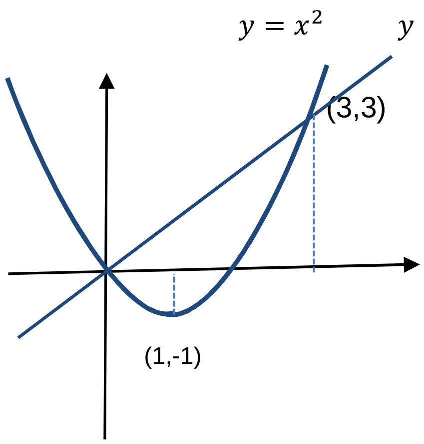
$y = x^2 - 2x = x(x-2) \Rightarrow$ Puntos de corte cos eixes: $(0,0)$ e $(2,0)$

$y' = 2x - 2 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow$ Vértice: $(1,-1)$.

$y'' = 2 \Rightarrow$ Convexa.

Puntos de corte da recta e a parábola:

$x^2 - 2x = x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow x = 0; x = 3$. Córtanse nos puntos (0,0) e (3,3)



Entón, a área ven dada pola integral definida

$$A = \int_0^3 [x - (x^2 - 2x)]dx = \int_0^3 (3x - x^2)dx =$$

$$= \left[\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^3 = \frac{27}{2} - 9 = \frac{9}{2}$$

$$\boxed{Área = \frac{9}{2} u^2}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Exercicio 3:

a) Determinamos un vector director da recta r:

$$\vec{v}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (2,0,-2)$$

Como se pide un plano π_1 perpendicular á recta, entón $\vec{v}_r$ é un vector normal ao plano:

$$r \perp \pi_1 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{v}_r \parallel \vec{n}_{\pi_1}$$

e π_1 queda determinado polo punto $A(1,1,1)$ polo que pasa e o vector normal $\vec{n}_{\pi_1} = (2,0,-2)$

$$\pi_1 : 2(x-1) - 2(z-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\pi_1 : x - z = 0}$$

b) Este novo plano, π_2, queda determinado polos elementos:

- $P(-1,0,6)$ que é un punto pertencente ao plano
- $\overrightarrow{PQ} = (4,-2,-2)$ é un vector do plano
- $\vec{v}_r = (2,0,-2)$ é un vector do plano

Temos entón:

$$\pi_2 : \begin{vmatrix} x+1 & y & z-6 \\ 4 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad 4(x+1) + 4y + 4(z-6) = 0$$

$$\boxed{\pi_2 : x + y + z - 5 = 0}$$

c) Pídennos calcular a distancia da recta r ao plano π_2. Vimos no apartado anterior que son paralelos, polo tanto podemos calcular esa distancia como a distancia dun punto calquera da recta ao plano:

$$P_r(1,0,1) \in r$$

$$d(r,\pi_2) = d(P_r,\pi_2) = \frac{|1+1-5|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \boxed{\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}}$$

$$\boxed{d(r,\pi_2) = \sqrt{3}\, u}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Exercicio 4:

Sexa X = “nº de extraccións nas que obtemos un 7”

a) Evidentemente trátase de probas independentes, nas que a probabilidade de éxito non cambia

$$\left.\begin{array}{l}\text{número de extraccións = n = 5}\\ \text{probabilidade de éxito = p = 0,1}\end{array}\right\} \quad X \rightarrow Bi(5;0{,}1)$$

$$P(X<2)=p(X=0)+p(X=1)=\binom{5}{0}\cdot 0{,}1^0\cdot 0{,}9^5+\binom{5}{1}\cdot 0{,}1^1\cdot 0{,}9^4=0{,}5905+0{,}3281=0{,}9185$$

$$\boxed{P(X<2)=0{,}9185}$$

b) Neste caso

$$X \rightarrow Bi(100;0{,}1)$$

Pero como

nxp= 10 > 5

nxq= 90 > 5

aproximamos a binomial X pola normal X' con media $\mu=n\times p=100\times 0{,}1=10$ e desviación típica $\sigma=\sqrt{n\times p\times q}=\sqrt{100\times 0{,}1\times 0{,}9}=3$

$$X \rightarrow Bi(100;0{,}1)\ ; \quad X' \rightarrow N(10;3)$$

Ademais aplicamos a corrección de medio punto ou corrección de Yates. Así

Tipificación $\qquad Z=\frac{X'-10}{3}\rightarrow N(0{,}1)$

$$P(X<9)=P(X'\le 8{,}5)=P\left(\frac{X'-10}{3}\le\frac{8{,}5-10}{3}\right)=P(Z\le -0{,}5)=P(Z\ge 0{,}5)$$

$$=1-P(Z\le 0{,}5)=1-0{,}6915=0{,}3085$$

$$\boxed{P(X<9)=0{,}3085}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN B

***Exercicio 1*:**

a) Matriz de coeficientes: $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; matriz ampliada: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & m \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Cálculo do rango de C:

$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \quad \Rightarrow rang(C) \geq 2$

Dúas columnas proporcionais

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 2 + 1 + 2 = 0$

$\Rightarrow \; rang(C) = 2$

Cálculo do rango de A:

Sempre $\; rang(A) \geq rang(C)$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 2m - m - 2 = m - 1$

$\Rightarrow \; rang(A) = \begin{cases} 3 & se \;\; m \neq 1 \\ 2 & se \;\; m = 1 \end{cases}$

Discusión:

$\boxed{m = 1, \;\; rang(C) = rang(A) = 2 < 3 = nº \; de \; incógnitas. \;\; Sistema \; compatible \; indeterminado.}$

$\boxed{m \neq 1, \;\; rang(C) = 2 < 3 = rang(A). \;\; Sistema \; incompatible \, .}$

b) Para $\boxed{m = 1}$, é un sistema compatible indeterminado con infinitas solucións. O sistema dado é equivalente ao sistema

$$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 1 + z \\ x \qquad &= 1 + z \end{aligned}\right\} \;\Rightarrow\; y = 0$$

As infinitas solución son:

$$\boxed{\begin{array}{l} x = 1 + \lambda \\ y = 0 \qquad ; \quad \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \;\; \lambda \end{array}}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

***Exercicio 2*:**

a)

$$lim_{x\to 0}\frac{cos2x+mx^2-1}{sen(x^2)} \overset{\frac{0}{0}\,(L'Hopital)}{=} lim_{x\to 0}\frac{-2sen2x+2mx}{2xcos(x^2)} \overset{\frac{0}{0}\,(L'Hopital)}{=} lim_{x\to 0}\frac{-4cos2x+2m}{2xcos(x^2)-4x^2sen(x^2)} = \frac{-4+2m}{2}$$

Entón:

$$\frac{-4+2m}{2}=3 \quad \Rightarrow \; -4+2m=6 \quad \Rightarrow \; \boxed{m=5}$$

b)

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$

$f''(x)=6ax+2b$

Punto de inflexión no punto $(0{,}5)$: $\begin{cases} f''(0)=0 \;\Rightarrow\; \boxed{b=0} \\ f(0)=5 \;\Rightarrow\; \boxed{d=5} \end{cases}$

Entón $f(x)=ax^3+cx+5$. Ademais

Pasa polo punto $(1{,}1)$: $f(1)=1 \Rightarrow \; a+c+5=1$

Tanxente á gráfica de $f(x)$ no punto $(1{,}1)$ paralela ao eixe X: $f'(1)=0 \Rightarrow \; 3a+c=0$

$$\left.\begin{array}{l} 3a+c=0 \\ a+c+5=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} c=-3a \\ a-3a+5=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{a=2}\,;\; \boxed{c=-6}$$

c) Podemos calcular a integral indefinida utilizando primeiro o método de sustitución e despois o método de integración por partes:

$\sqrt{x}=t \Rightarrow x=t^2 \Rightarrow dx=2tdt$ desfacemos o cambio

$$\int\sqrt{x}\,lnxdx = \int 4t^2lntdt = \frac{4}{3}t^3lnt-\frac{4}{3}\int t^2\,dt = \frac{2}{3}\,x\sqrt{x}lnx-\frac{4}{9}x\sqrt{x}+k$$

$$\begin{cases} u=lnt \;\Rightarrow\; du=dt/t \\ dv=4t^2 \;\Rightarrow\; v=\frac{4}{3}t^3 \end{cases}$$

ou ben calculala directamente por partes:

$$\int\sqrt{x}\,lnxdx = \frac{2}{3}\,x^{3/2}lnx-\int\frac{2}{3}x^{1/2}dx=\frac{2}{3}\,x^{3/2}lnx-\frac{4}{9}x^{3/2}+k$$

$$\begin{cases} u=lnx \;\Rightarrow\; du=dx/x \\ dv=x^{1/2}dx \;\Rightarrow\; v=\frac{2}{3}x^{3/2} \end{cases}$$

Aplicando a regra de Barrow:

$$\int_1^e\sqrt{x}lnxdx=\left[\frac{2}{3}x^{3/2}lnx-\frac{4}{9}x^{3/2}\right]_1^e = \frac{2}{3}e^{3/2}-\frac{4}{9}e^{3/2}+\frac{4}{9}$$

$$\boxed{\int_1^e\sqrt{x}lnxdx=\frac{2}{9}e^{3/2}+\frac{4}{9}}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

***Exercicio 3*:**

a)

$$r:\begin{cases} P_r(94,1) \in r \\ \vec{v}_r = \overrightarrow{PQ} = (-8,-3,0) \end{cases} \qquad s:\begin{cases} P_s(1,0,5) \in s \\ \vec{v}_s = \overrightarrow{PQ} = (2,1,-1) \end{cases}$$

Os vectores directores $\vec{v}_r = (-8,-3,0)$ e $\vec{v}_s = \overrightarrow{PQ} = (2,1,-1)$ das rectas non son proporcionais, polo tanto as rectas córtanse ou crúzanse. Para saber se se cortan ou se cruzan, calculamos o rango($\overrightarrow{P_rP_s}, \vec{v}_r, \vec{v}_s$):

$$\begin{vmatrix} -8 & -4 & 4 \\ -8 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \boxed{As\ rectas\ córtanse}$$

Para calcular o punto de corte pasamos ás ecuacións paramétricas:

$$r:\begin{cases} x = 9 - 8\lambda \\ y = 4 - 3\lambda \\ z = 1 \end{cases} \qquad s:\begin{cases} x = 1 + 2\mu \\ y = \quad \mu \\ z = 5 - \mu \end{cases}$$

Entón:

$$\begin{Bmatrix} 9 - 8\lambda = 1 + 2\mu \\ 4 - 3\lambda = \mu \\ 1 = 5 - \mu \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} 9 = 9 \\ \lambda = 0 \\ \mu = 4 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{Punto\ de\ corte\ (9,4,1)}$$

b) Sexa π o plano buscado. O plano π está determinado por ($\vec{v}_r$ e $\vec{v}_s$ non son proporcionais):

- O punto de corte das rectas $(9,4,1)$ (π contén a r e a s)
- Un vector director $\vec{v}_r$ da recta r é un vector contido no plano (π contén á recta r)
- Un vector director $\vec{v}_s$ da recta r é un vector contido no plano (π contén á recta s)

$$\pi: \begin{vmatrix} x-9 & y-4 & z-1 \\ -8 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3(x-9) - 8(y-4) - 2(z-1) = 0$$

$$\boxed{\pi: 3x - 8y - 2z - 28 + 7 = 0}$$

c) Utilizamos a fórmula da distancia dun punto a unha recta:

$$\overrightarrow{OP_s} = (1,0,5) \Rightarrow \overrightarrow{OP_s} \times \vec{v}_s = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (-5,11,1)$$

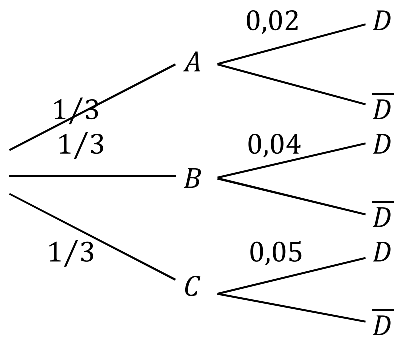
$$d(O,s) = \frac{|\overrightarrow{OP_s} \times \vec{v}_s|}{|\vec{v}_s|} = \frac{\sqrt{5^2 + 11^2 + 11^2}}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \sqrt{\frac{147}{6}} = \sqrt{\frac{49}{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{d(O,s) = \frac{7\sqrt{2}}{2}\ u}$$

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

***Exercicio 4*:**

Podemos facer o seguinte diagrama en árbore (D=peza defectuosa):



$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$

$P(D|A) = 0{,}02$

$P(D|B) = 0{,}04$

$P(D|C) = 0{,}05$

a) Pola fórmula da probabilidade total:

$$P(D) = P(D|A) \cdot P(A) + P(D|B) \cdot P(B) + P(D|C) \cdot P(C) = 0{,}02 \cdot \frac{1}{3} + 0{,}04 \cdot \frac{1}{3} + 0{,}05 \cdot \frac{1}{3}$$
$$= 0{,}11 \cdot \frac{1}{3} = 0{,}03667$$

$$\boxed{P(D) = 0{,}03667}$$

b)

$$P\left(A\middle|\overline{D}\right) = \frac{P(A \cap \overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{P\left(\overline{D}\middle|A\right) \cdot P(A)}{P(\overline{D})} = \frac{P\left(\overline{D}\middle|A\right) \cdot P(A)}{1 - P(D)} = \frac{(1 - 0{,}02) \cdot \frac{1}{3}}{1 - 0{,}03667} = 0{,}3391$$

$$\boxed{P\left(A\middle|\overline{D}\right) = 0{,}3391}$$